

UNIDADE 2 – RISCO E RETORNO
MÓDULO 1 – INVESTIMENTO INDIVIDUAL
01

1 - CONCEITOS BÁSICOS

Imagine uma empresa; você já sabe que o ativo refere-se a investimentos e que, o passivo, a fontes de recursos.



A empresa em questão seria uma indústria de confecção, onde, por decisão da diretoria, foi aprovada uma expansão no parque fabril. Tal decisão irá exigir desembolso de dinheiro por parte da empresa. Muito bem, onde buscar este dinheiro?

Você já sabe, em função de disciplinas anteriores, que uma empresa quando gera lucro líquido no final do exercício social pode, por exemplo, distribuir parte do lucro para os seus acionistas, ficando o restante do lucro na empresa, com isso, o patrimônio líquido da empresa irá experimentar um aumento via reservas de lucros.

Este aumento poderá ser utilizado pela empresa em novos investimentos no seu parque fabril e/ou ser utilizado para atender suas necessidades de giro. Outra maneira de uma empresa buscar dinheiro seria por meio da emissão de novas ações, com isso, o seu patrimônio líquido seria aumentado via capital social. A empresa poderia buscar dinheiro no mercado financeiro, por meio, por exemplo, da captação de empréstimos junto aos bancos e/ou via emissão de dívidas, com isso, o passivo exigível da empresa iria sofrer um aumento.

Observe que todas estas fontes mencionadas irão exigir remuneração por parte da empresa, portanto, todas as projeções, tanto de receitas quanto de custos/despesas operacionais deverão ser cuidadosamente pesquisadas.

02

Esse investimento, caso dê certo, irá colocar a empresa em posição de destaque no mercado. Se der errado, poderá provocar sério abalo na situação econômico-financeira da firma.

Pode-se assegurar que toda decisão que envolve saídas e/ou potencial saída de caixa incorre em risco.

Como assim?

Suponha a hipótese de as entradas possíveis de caixa não se concretizarem ou ocorrerem muito abaixo do esperado.

Por exemplo, na elaboração do projeto, imagine que foram previstas entradas operacionais de caixa de \$ 1.000, para os próximos 10 anos. Caso isto não ocorra, isto é, entre bem menos, o risco de queda no preço das ações da empresa será significativa.

Imagine agora uma outra empresa qualquer, atraída para determinada localidade no interior do país, movida, principalmente, por incentivos fiscais. Supondo-se que a atividade da empresa exija qualificação de mão-de-obra com idade média escolar acima de 10 anos, com boa qualificação técnica. Por qualquer descuido, o departamento de recursos humanos não se apercebe que naquela localidade ou região um dos pontos fracos está exatamente no baixo nível escolar da PEA.

População economicamente ativa.

03

Para complicar, pense na hipótese de que a empresa assumiu compromissos significativos com seus principais clientes no exterior, quanto a futuras entregas de mercadorias. Pense na dor de cabeça que a empresa iria ter que suportar quando se apercebesse que teria que contratar pessoas de outras localidades do País. Com isso, o seu projeto, que antes desenhava um retorno X, poderia ter de operar, por um bom tempo, com regresso de capital bem abaixo do esperado. Como explicar esse tipo de situação para o acionista?

Pense no investimento de milhões de dólares na construção de um hotel voltado para o turismo em região maravilhosa, linda, cheia de encantos. Feito o investimento, material de primeira linha, recursos humanos muito bem treinados, contratos com fornecedores assegurados, tudo dentro do planejado. Porém, apesar das ações do governo, a violência começa a se espalhar no local. Suponha que o projeto previa uma ocupação média de 80%, com a violência, não prevista originalmente, como ficaria o retorno deste investimento?

04

Reflita agora sobre uma empresa que opera no segmento de supermercados no Brasil e que tenha feito uma captação em divisa externa, em meados de 1998 pelo prazo de cinco anos, para, com isso, operar uma estratégia agressiva em termos de aumento na participação de mercado. Qual foi o objetivo da captação daquele dinheiro? Alcançar a posição de líder do setor, a partir de 2003. A empresa tem suas receitas quase que integralmente em reais. Considere a posição do diretor financeiro e dos demais diretores executivos que tomaram a decisão de captar os recursos em divisa externa. Qual o comportamento deles, a partir de meados de janeiro de 1999, com a implantação do regime de câmbio flutuante? Como explicar isso para o acionista?

Administração Financeira no Novo Milênio

Segundo Brigham e Ehrhardt (2006) quando a administração financeira surgiu como um campo separado de estudo no início de 1900, a ênfase era sobre os aspectos legais das fusões, a formação de novas empresas e os vários tipos de títulos que as empresas poderiam emitir para levantar capital. Durante a depressão dos anos 30, a ênfase voltou-se para: as falências, reorganização e liquidez das empresas e para a regulamentação dos mercados de títulos.

Durante as décadas de 1940 e 1950, finanças continuaram a ser ensinadas como uma matéria descritiva e institucional, entendida mais do ponto de vista de alguém de fora do que do ponto de vista de um administrador. No entanto, um movimento em direção à análise teórica iniciou-se no final da década de 1950, e o foco mudou para decisões administrativas destinadas a maximizar o valor da empresa.

O enfoque sobre a maximização de valor continua vigente no século XXI. Porém, duas outras tendências têm-se tornado cada vez mais importantes nos últimos anos: 1) a globalização das empresas; e 2) o crescente uso de tecnologia da informação. Essas tendências provêm as empresas com novas e excitantes oportunidades para aumentar a lucratividade e reduzir os riscos. Todavia, esses fatores também conduzem ao aumento da competição e de novos riscos.

Segundo Damodaran (2004), o objetivo das finanças corporativas é a maximização do valor da empresa e do preço das ações. O preço das ações é estabelecido pelos investidores marginais. Para entendermos o preço das ações, faz-se necessário compreender os dois determinantes principais do preço de uma ação: risco e retorno.

O que é risco?

Suponha que você esteja pensando em comprar ações da Vale. Você pretende desembolsar \$20.000,00. Admitamos que você tenha uma expectativa sobre este investimento: retorno de 20% para os próximos 365 dias. Muito bem, suponhamos que o período de tempo se passou e que você está conferindo a sua expectativa de retorno.

Suponha que o retorno das ações tenha sido de 15%. O que aconteceu?



O retorno observado foi inferior ao retorno esperado: $15\% < 20\%$.

Mas, suponha que ao invés de 15% o retorno das ações tenha sido de 30%, o que aconteceu?



O retorno observado foi superior ao retorno esperado: $30\% > 20\%$.

Risco é definido no dicionário Webster como “um perigo; exposição a perda ou dano”. Em finanças, a definição de risco é ao mesmo tempo diferente e mais ampla. O risco é a probabilidade de recebermos algo inesperado como retorno sobre um investimento.

Na primeira situação, $15\% < 20\%$, você experimentou risco negativo, enquanto que na 2ª hipótese, $30\% > 20\%$, você experimentou risco positivo. Desse modo, o risco inclui não somente os resultados ruins, isto é, retornos mais baixos do que o esperado, mas também resultados bons, ou seja, retornos mais altos do que o esperado. De fato, podemos nos referir ao primeiro como downside risk e ao segundo como upside risk; porém, consideramos ambos ao medir o risco.

05

Vamos supor que, ao invés de comprar papéis da Vale, você pensasse em comprar títulos do Tesouro dos Estados Unidos (EUA), logo, você estaria investindo seu dinheiro em papéis considerados livres de risco (sem risco), ou seja, se este tipo de papel estiver prometendo 4,5% ao ano; no final de 365 dias você irá receber os 4,5% prometidos. Observe que, neste tipo de investimento, não existe a surpresa de você ter de experimentar riscos negativos ou riscos positivos.

Você deve estar pensando: por qual motivo foi mencionado títulos do Tesouro dos EUA e não títulos do Tesouro do Brasil?



Respondendo sua indagação: os títulos do Tesouro do Brasil não são considerados livres de risco.

Suponhamos que, para o mesmo prazo de 365 dias, um título do Tesouro do Brasil esteja prometendo pagar 12% ao ano, e que o prêmio cobrado sobre papéis brasileiros seja de 250 pontos. Logo, você terá de dar um desconto de 2,5%, ou seja:

$$12\% - 2,5\% = 9,5\%$$

A sua taxa livre de risco seria de 9,5% ao ano e não de 12% ao ano.

06

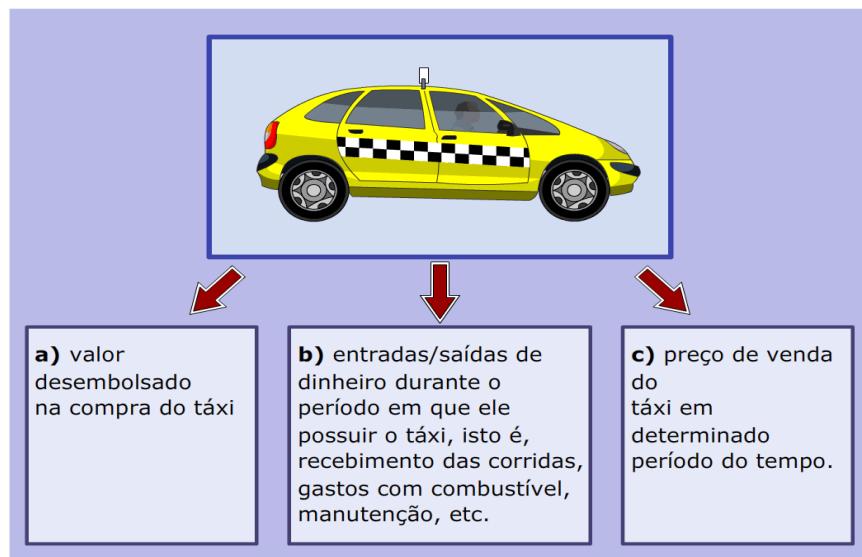
O que é retorno?

Segundo Gitman (2004), o retorno é o **ganho ou a perda total sofrida por um investimento em certo período de tempo**.

Suponha a compra de ações da Vale. Ao comprar a ação, você desembolsa dinheiro. Qual a sua expectativa com este tipo de investimento? Uma ação poderá propiciar entradas de caixa por meio da distribuição de lucros (dividendos), além do ganho/perda de capital, isto é, a comparação entre o preço de compra e o preço da ação em determinada data futura, seja para venda, seja para simples comparação.

No Brasil, além dos dividendos, o investidor em ações pode receber também juros sobre capital próprio.

Ao invés de ações, agora, pense em um táxi. Ao comprar o carro, o taxista normalmente calcula:



07

Agora, vamos supor a compra de um equipamento (máquina) por uma indústria. Neste caso, é necessário considerar:

- o valor desembolsado no ato da compra;
- a apuração do fluxo de caixa gerado pela máquina durante o seu período de produção;
- o seu valor em determinada data futura, seja para simples avaliação, seja para venda.

Equação para o cálculo do retorno:

$$K_t = (P_t - P_{t0} + C_t)/P_{t0}$$

onde:

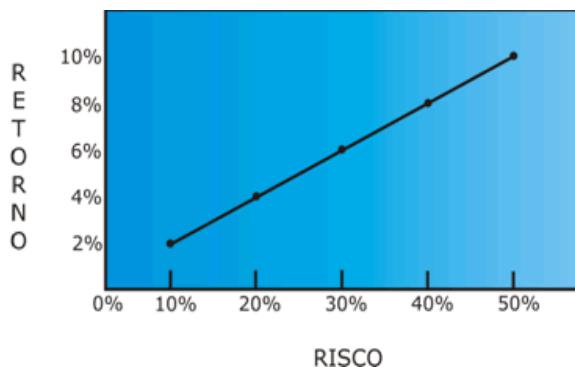
K_t = taxa observada, esperada ou exigida de retorno durante o período de tempo que vai de “ t_0 ” até “ t ”;

P_t = preço (valor) do ativo na data “ t ” (data final);

P_{t0} = preço (valor) do ativo na data “ t_0 ” (data inicial);

C_t = fluxo de caixa gerado pelo ativo no período que vai de “ t_0 ” até “ t ”.

O retorno K_t , irá refletir o efeito combinado entre o **valor inicial**, o **fluxo de caixa** e **valor final** durante certo período de tempo que poderá ser: um dia, uma semana, uma quinzena, um mês, um trimestre, um semestre, um ano etc.



Exemplos

08

Exemplos:

1) Para cada um dos seguintes investimentos, calcule a taxa de retorno obtida durante o período de tempo.

Investimento	Valor no começo do período (\$)	Valor no fim do período (\$)	Fluxo de caixa durante o período (\$)
A	\$ 150	\$ 150	\$0
B	\$ 600	\$ 500	\$75
C	\$1.600	\$1.400	\$280
D	\$2.600	\$2.800	-\$150
E	\$3.400	\$2.900	\$720

Resolução:

Ativo A:

$$kt = [(\$150 - \$150 + \$0)/\$150] \times 100$$

$$kt = 0\%$$

Ativo B:

$$kt = [(\$500 - \$600 + \$75)/\$600] \times 100$$

$$kt = -4,17\%$$

Ativo C:

$$kt = [(\$1.400 - \$1.600 + \$280)/\$1.600] \times 100$$

$$kt = 5\%$$

Ativo D:

$$kt = [(\$2.800 - \$2.600 - \$150)/\$2.600] \times 100$$

$$kt = 1,92\%$$

Ativo E:

$$kt = [(\$2.900 - \$3.400 + \$720)/\$3.400] \times 100$$

$$kt = 6,47\%$$

2) No ano passado, você comprou 500 ações da JJ à \$40 por unidade. Suponha você recebeu dividendos no total de \$1.100. Atualmente, a ação está cotada a \$42. Calcule o retorno desse investimento. Suponha que ao comprar o papel você tenha estimado um retorno de 10%, o que você experimentou?

Resolução:

Nesse exemplo nós temos:

$$Pto = \$40 \text{ ou } \$40 \times 500 = \$20.000$$

$$Pt = \$42 \text{ ou } \$42 \times 500 = \$21.000$$

$$Ct = \$1.100 \text{ ou } \$1.100/500 = \$2,2 \text{ por ação}$$

Podemos calcular o retorno de duas maneiras:

a) Considerando o preço por ação

$$kt = [(\$42 - \$40 + \$2,2)/\$40] \times 100$$

$$kt = 10,5\%$$

b) Considerando preço x quantidade de ações

$$kt = [(\$21.000 - \$20.000 + \$1.100)/\$20.000] \times 100$$

$$kt = 10,5\%$$

c) Como o retorno de 10,5% é maior que o retorno projetado você experimentou risco positivo.

3) O Sr Y, um analista financeiro da Empresa KY, deseja estimar a taxa de retorno para dois investimentos de riscos similares: A e B. A pesquisa do Sr Y indica que os retornos imediatamente anteriores atuarão como estimativa razoável dos retornos futuros. No ano anterior, o investimento A teve um valor de mercado de \$600.000,00 e o investimento B, de \$1.500.000,00. Durante o ano, o investimento A gerou um fluxo de caixa de \$250.000,00 e, o investimento B gerou um fluxo de caixa de \$280.000,00. Os valores atuais de mercado do investimento A e B são \$400.000,00 e \$1.300.000,00, respectivamente.

a) Calcule a taxa de retorno esperado sobre os investimentos A e B, usando os dados do ano mais recente.

b) Supondo que os dois investimentos sejam igualmente arriscados, qual deles o Sr Y deveria recomendar? Por quê?

Resolução:

a) Retorno para os investimentos

Ativo A:

$$kt = [(\$400.000 - \$600.000 + \$250.000)/\$600.000] \times 100$$

$$kt = 8,33\%$$

Ativo B:

$$kt = [(\$1.300.000 - \$1.500.000 + \$280.000) / \$1.500.000] \times 100$$

$$kt = 5,33\%$$

b) Recomendaria o Investimento A, porque, por terem riscos semelhantes, deveria ser recomendado o investimento que apresenta o maior retorno.

09

4) Suponha que você compre 50 unidades de uma ação por \$10.000. A empresa, emissora do papel, não irá distribuir dividendos, mas no final de um ano você poderá vender suas ações por \$11.000. Qual é o retorno em seu investimento de \$10.000?

Resolução:

Nesse exemplo observamos que a empresa não pagou dividendo, portanto, o valor do fluxo de caixa será igual a \$0.

$$kt = [(\$11.000 - \$10.000 + \$0) / \$10.000] \times 100$$

$$kt = 10\%$$

5) A tabela a seguir apresenta o preço das ações da Microsoft entre os anos 1989 e 1998. A companhia não pagou dividendos durante o período.

Ano	Preço
1989	\$ 1,20
1990	\$ 2,09
1991	\$ 4,64
1992	\$ 5,34
1993	\$ 5,05
1994	\$ 7,64
1995	\$ 10,97
1996	\$ 20,66
1997	\$ 32,31
1998	\$ 69,34

a) Calcule o retorno acumulado no período?

b) Calcule o retorno médio efetivo anual?

Resolução

a) Retorno no período 1989/1998

Nesse exemplo nós temos mais uma vez o não pagamento de dividendos, portanto, não ocorreu a geração de fluxo de caixa para o acionista.

$$kt = [(\$69,34 - \$1,20 + \$0) / \$1,20] \times 100$$

$$kt = 5.678,33\%$$

b) Retorno médio anual:

Como estamos diante de uma taxa efetiva, devemos operar com base no regime de juros compostos, portanto, o retorno médio anual foi de:

$$kt = [(1 + i)/(n-1) - 1] \times 100$$

$$kt = [(1 + 5.678,33/100)/(10-1) - 1] \times 100$$

kt = 56,95% ao ano.

10

2 - A PREFERÊNCIA COM RELAÇÃO AO RISCO

Segundo Gitman (2004), as atitudes em relação ao risco diferem entre os administradores (e as empresas). Os três componentes básicos em relação ao risco são: **aversão, indiferença e tendência**. Assim, do ponto de vista de investimento, o administrador pode ser considerado:

- administrador avesso ao risco;



- administrador indiferente ao risco;



- administrador tendente ao risco.



Tanto o indiferente ao risco como o tendente ao risco apresentam comportamentos irracionais, porém, eles existem. Quando isto acontece? Em finanças corporativas convencionais, o objetivo da empresa é a maximização da riqueza do acionista. Uma maneira simples de entender este princípio seria pensar no preço das ações de uma empresa: quanto maior o preço, maior o valor da empresa. Para que isto

ocorra, será necessário que o retorno dos projetos em andamento na empresa seja maior que a taxa de corte dos projetos.

Quando um administrador aceita índices de risco esperados maiores, acompanhados por retornos iguais ou menores do que o retorno atual, este administrador estará indo contra o objetivo da maximização da riqueza. Podemos caracterizar este tipo de situação - quando o administrador coloca os seus interesses particulares acima dos interesses da empresa - como um problema de Agency, assunto já estudado anteriormente.

Taxa de corte

A **taxa de corte** ou **hurdle rate**, também conhecida por **taxa mínima de atratividade**, **representa o custo de capital ou o custo de oportunidade das fontes de financiamento da empresa**.

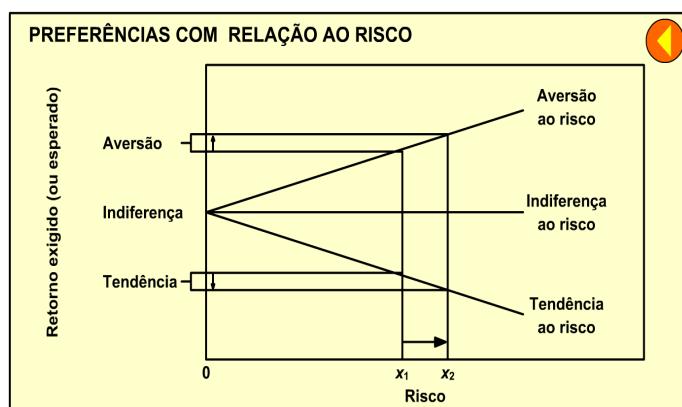
O administrador avesso ao risco é aquele que, diante do aumento do índice de risco esperado (futuro) irá exigir aumento no retorno esperado (futuro). Por sua vez, este mesmo administrador, diante da queda do índice de risco esperado, irá aceitar retorno esperado menor que o retorno atual.

O administrador indiferente ao risco seria aquele que, diante do aumento do índice de risco esperado, aceita retorno esperado igual ao retorno atual.

O administrador tendente ao risco seria aquele que, diante do aumento do índice de risco esperado, aceita retorno esperado menor que o atual.

11

Observe, abaixo, uma representação gráfica caracterizando os três componentes básicos em relação ao risco.



Fonte: Gitman, Lawrence J. Princípios de administração financeira. 10. ed. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2004, p.188.

Observe o administrador financeiro com aversão ao risco: no momento em que o risco aumenta, isto é, passa de x_1 para x_2 , automaticamente, ele exige aumento na taxa de retorno. Por sua vez, o administrador indiferente ao risco não se movimenta, convive com o aumento do risco sem se preocupar com o aumento da taxa de retorno.

Veja que o administrador financeiro com tendência ao risco opera em sentido contrário ao administrador avesso ao risco, isto é, na medida em que aumenta o risco, ele aceita a redução na taxa de retorno.

12

Exemplos

1) O Sr. J, administrador financeiro da Empresa Alfa, deseja avaliar três perspectivas de investimentos – X, Y e Z. Atualmente, a empresa obtém 15% em suas aplicações, com índice de risco de 4%. Os três investimentos pesquisados estão resumidos abaixo, em termos do retorno e do risco esperado.

Investimento	Retorno Esperado		Índice do Risco Esperado
	(%)	(%)	
X	17	> 4%	
Y	15	> 4%	
Z	13	> 4%	

a) Se o Sr. J fosse um administrador financeiro com tendência ao risco, que investimentos ele selecionaria? Explique por quê?

Solução

b) Se o Sr. J fosse indiferente ao risco, que investimentos ele selecionaria? Explique por quê?

Solução

c) Se o Sr. J tivesse aversão ao risco, que investimentos ele selecionaria? Explique por quê.

Solução

d) Dado o tradicional comportamento de preferência, com relação ao risco exibido pelos administradores financeiros, qual investimento poderia ser preferido? Por quê.

Solução

Veja mais exemplos

Solução d

O investimento X, pois, só ele respondeu com aumento do retorno exigido (15% para 17%) a partir do instante em que houve aumento no índice do risco esperado (> 4%).

Solução c

Investimento X. Diante do aumento do índice de risco esperado ($>4\%$) o administrador irá exigir retorno esperado maior que o retorno atual. Nesse caso, o administrador está protegendo os interesses do dono da empresa.

Solução b

Investimento Y. Diante do aumento do índice de risco esperado ($>4\%$) o administrador financeiro aceita receber retorno esperado igual ao atual. Isso caracteriza um problema de agente porque o administrador financeiro está expondo a empresa a um risco maior recebendo retorno igual ao atual. Pergunta: se o dinheiro fosse do administrador financeiro será que ele tomaria a mesma atitude que está tomando com o dinheiro da empresa? Não, ele certamente irá exigir retorno esperado maior.

Solução a

Investimento Z. Diante do aumento do índice de risco esperado ($>4\%$) o administrador financeiro aceita receber um retorno esperado menor que o atual ($13\% < 15\%$). Isso caracteriza um problema de agente, isto é, o administrador está assumindo risco maior com retorno menor para a empresa o que configura destruição de riqueza para o dono da empresa. A pergunta a ser feita: se o dinheiro fosse do administrador financeiro, ele tomaria essa mesma atitude? Não, ele está tomando a decisão de tendência ao risco porque o dinheiro não é dele, mas sim da empresa.

13

2) Você é um administrador financeiro e deseja avaliar três perspectivas de investimentos: A, B e C. Atualmente, a empresa obtém 13% sobre seus investimentos, os quais têm um índice de risco de 5%. Os três investimentos que estão sendo considerados estão resumidos abaixo, em termos de retorno e do risco esperado.

Investimento	Retorno esperado (%)	Índice de risco esperado (%)
A	13,25	> 5%
B	13,0	> 5%
C	12,75	> 5%

a) Se você fosse indiferente ao risco, quais investimentos você selecionaria?

Resolução

b) Se você fosse tendente ao risco, quais investimentos você selecionaria?

Resolução

c) Se você fosse avesso ao risco, quais investimentos você selecionaria?

Resolução

3) Um administrador financeiro deseja avaliar três perspectivas de investimentos: M, N e O.

Atualmente, a empresa obtém 20% sobre suas aplicações, com um índice de risco de 3%. Os três investimentos que estão sendo considerados estão resumidos abaixo, em termos de retorno e do risco esperado.

Investimento	Retorno esperado (%)	Índice de risco esperado (%)
M	19	< 3%
N	19,3	< 3%
O	18,2	< 3%

Com base na preferência pelo risco, que tipo de administrador financeiro irá operar estes ativos?

Resolução

4) Um administrador financeiro deseja avaliar três perspectivas de investimentos: X, Y e Z. Atualmente, a empresa obtém 16,25% sobre suas aplicações, com um índice de risco de 3,75%. Os três investimentos que estão sendo considerados estão resumidos abaixo, em termos de retorno e do risco esperado.

Investimento	Retorno esperado (%)	Índice de risco esperado (%)
X	16,0	>3,75%
Y	16,15	>3,75%
Z	15,75	>3,75%

Com base na preferência pelo risco, que tipo de administrador financeiro irá operar estes ativos?

Resolução

Resposta 2a.

Selecionaria o Investimento B, porque, para os administradores financeiros indiferentes ao risco, quando o índice de risco esperado aumenta a taxa exigida de retorno esperado não muda, isto é, ela seria igual ao retorno atual. Isso caracteriza um problema de agente, porque o dinheiro que está sendo administrado não pertence ao administrador financeiro, mas sim à empresa.

Resposta 2b.

Selecionaria o Investimento C, porque, para os administradores financeiros tendentes ao risco, diante do aumento do índice de risco esperado ele aceita retorno esperado menor que o retorno atual; isso caracteriza um problema de agente, ou seja, o dinheiro que está sendo aplicado no mercado pertence a empresa e não ao administrador financeiro.

Resposta 2c.

Selecionaria o Investimento A, porque, para os administradores financeiros avessos ao risco, diante do aumento do índice de risco esperado será exigido retorno esperado maior que o retorno atual. Esse administrador está protegendo os interesses do dono da empresa.

Exemplo 3

Os três ativos serão operados por administradores financeiros avessos ao risco. Observe que: o índice de risco esperado caiu, para os três ativos, logo, justifica-se a queda do retorno esperado.

Exemplo 4

Os três ativos serão operados por administradores financeiros tendentes ao risco. Observe que: o índice de risco esperado subiu, para os três ativos, por sua vez, o retorno esperado, projeta redução, para os três ativos, neste caso, somente administradores tendentes ao risco aceitariam tal situação.

14

5) Um administrador financeiro deseja avaliar três perspectivas de investimentos: F, G e H. Atualmente, a empresa obtém 11,75% em suas aplicações, com um índice de risco de 3%. Os três investimentos que estão sendo considerados estão resumidos abaixo, em termos de retorno e do risco esperado.

Investimento	Retorno esperado (%)	Índice de risco esperado (%)
H	11,80	>3%
F	11,75	>3%
G	10,75	>3%

Com base na preferência pelo risco, que tipo de administrador financeiro irá operar estes ativos?

Resolução

6) Suponhamos que atualmente a empresa JJ esteja obtendo em suas aplicações financeiras retorno igual a 13,25% e que o índice de risco dos papéis seja igual a 4,5%. A diretora financeira da JJ está analisando três papéis diferentes: X, Y e Z para a carteira de títulos da JJ. Os três novos papéis, segundo estimativas feita pela diretora sinalizam:

Investimento	Retorno esperado (%)	Índice de risco esperado (%)
X	12,25	>4,5%
Y	13,55	>4,5%
Z	13,25	>4,5%

Caso a diretoria da JJ fosse tendente ao risco, qual investimento seria escolhido?

Resolução**Exemplo 5**

Ativo H – seria operado por um administrador financeiro avesso ao risco, pois, ao aumento do índice de risco esperado observa-se o aumento na taxa de retorno esperado.

Ativo F – seria escolhido por um administrador financeiro indiferente ao risco, pois, ao aumento do índice de risco esperado observa-se que a taxa de retorno esperada apresenta o mesmo patamar que o da taxa atual.

Ativo G – seria escolhido por um administrador financeiro tendente ao risco, pois, ao aumento do índice de risco esperado observa-se uma redução na taxa de retorno esperada.

Exemplo 6

Caso a diretora financeira opte pelo papel X, a diretora pode ser considerada como tendente ao risco porque diante do aumento do índice de risco esperado ela aceita retorno esperado menor que o retorno atual.

15

3 - AVERSÃO AO RISCO: O INVESTIDOR

O investidor avesso ao risco não participa de um negócio pelo prazer do risco, como faz o jogador, mas sim, porque vislumbra um prêmio de risco adequado.

Quanto maior a aversão ao risco, menos exposto ao risco ficará o investidor.

Existem investidores com diferentes graus de aversão ao risco; uns com maior, outros com menor disposição para correr risco. Por esse motivo, quando ocorrem grandes turbulências nos mercados, seja na economia real, seja nos mercados financeiros, é comum a expressão: a aversão ao risco aumentou.

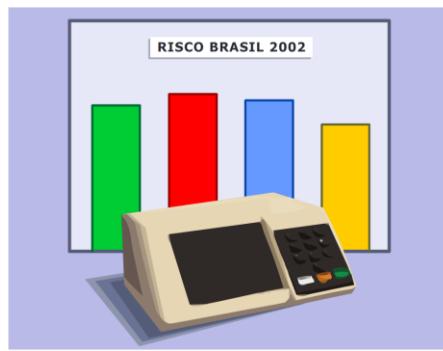


A corrida por papéis livres de risco naqueles momentos de pânico costuma aumentar. Por que isto acontece? Diante do aumento da incerteza, o melhor refúgio são os papéis livres de risco, ou seja, é preferível ganhar 3% ao ano em ativos livres de risco, a se expor em ativos com risco e se sujeitar a perder muito dinheiro.

16

No mercado, quanto maior a aversão ao risco, maior será o prêmio cobrado pelo investidor, logo, maior a diferença entre a taxa de juros dos ativos considerados livres de risco para os ativos com risco. Como exemplo, podemos mencionar a desconfiança criada a partir de março/abril de 2002, no Brasil, na ocasião da eleição do presidente Luiz Inácio Lula da Silva.

Na medida em que Lula avançava nas pesquisas eleitorais, mais o risco país crescia, passando de 700 pontos em abril de 2002 para 2400 pontos em novembro/dezembro de 2002. Os investidores, temerosos das promessas antigas do Sr. Lula da Silva, chegaram a exigir um prêmio pelo risco Brasil de 24% ao ano.



Por outro lado, na medida em que a aversão ao risco diminui, maior exposição ao risco ocorre por parte do investidor. A história das bolhas especulativas tem mostrado justamente isso. A busca por ganhos maiores parece que escurece a visão do investidor, a guarda vai se abrindo e, quando menos se espera, a bolha arrebenta, e lá se vai pelo ralo o rico dinheirinho apurado durante a vida toda.

Bolhas especulativas

Por exemplo, no Brasil, nós tivemos, recentemente, o caso da “Avestruz Master”, que fez com que muitos investidores vissem suas economias virar pó. Em abril de 2008, presenciamos os estilhaços do estouro da bolha dos empréstimos para o setor imobiliário nos EUA para tomadores classificados como subprime, isto é, tomadores de alto risco. Esta bolha promete um rombo (perda) para o sistema financeiro norte-americano, em termos otimistas, de algo em torno dos US\$750 bilhões.

17

Exemplos

1) No dia 22/01/2008, o Jornal Valor Econômico publicou:

Valor ECONÔMICO

Eduardo Barbosa
De São Paulo

No dia 21/01/2008, várias bolsas de valores ao redor do mundo registraram quedas tão fortes como em setembro de 2001. Os mercados fizeram uma forte correção de preços, assumindo que uma recessão nos Estados Unidos se afigura agora como cenário mais provável.

As Bolsas americanas não funcionaram ontem, mas os mercados europeus foram duramente castigados, deixando de lado o habitual comedimento. A Bolsa de Londres tombou 5,5%, a de Paris, 6,8% e a de Frankfurt, 7,2%. O Índice Bovespa fechou em queda de 6,6%, quase igual aos 6,63% de 27 de fevereiro do ano passado. Os mercados derreteram, ontem, mundo afora, por causa da consolidação de algumas impressões. Entre elas, a de que o nem o governo Bush, nem o Federal Reserve (Fed) - Banco Central dos Estados Unidos da América - conseguirão evitar a recessão econômica nos EUA e a de que acabou o mito, inventado pelos bancos de investimento, do "decoupling", segundo o qual o mundo não seria afetado por uma recessão nos EUA. Além disso, cresce a percepção de que a economia chinesa, antes inexpugnável, já dá os primeiros sinais de contágio.

Partindo da hipótese de que predomina a aversão ao risco, qual o comportamento dos investidores em momentos como os do dia 21/01/2008?

Resposta

2) No dia 12/03/2008, o Jornal Valor Econômico publicou:

Valor ECONÔMICO

Hélio Andores
De São Paulo

No dia 11/03/2008, o Federal Reserve (Fed), informou que irá assumir o mico e o risco dos bancos nos EUA. Afora os US\$200 bilhões que irá colocar este mês (março) em dois leilões de dinheiro, o Fed promoverá, a partir do dia 27 (março), leilões semanais para emprestar até US\$ 200 bilhões, por um prazo de 28 dias. Ele irá despejar nos bancos norte americanos, por semana, quantia equivalente às reservas cambiais brasileiras. Em troca, aceita, como lastro, qualquer tipo de entulho imobiliário, a qualquer colateral embrulhado em títulos securitizados.

Os mercados globais acham que agora vai. A nova ofensiva do Fed deve, na percepção dos mercados, ser mais eficaz que as anteriores. O índice Nasdaq fechou no dia 11/03/2008 com uma alta de 3,98% superior à registrada pela Bovespa, 3,95%. Mais comedido, o Dow Jones subiu 3,55%. A demanda por títulos do Tesouro americano refluiu e o juro do treasury de dez anos avançou de 3,456% para 3,5931%. O risco Brasil tombou 6,40%, para 263 pontos-base. O dólar negociado no mercado interno caiu 1,28%, cotado a R\$1,6840. E os juros despencaram no mercado futuro da BM&F.

Diante destas informações, como você avalia o comportamento da aversão ao risco, a partir da nova medida do Fed e do comportamento dos mercados no dia 11/03/2008?

Resposta

Resposta 2

O mercado parece ter assimilado muito bem a nova investida do Fed, com isso, o comportamento dos investidores foi de redução da aversão ao risco, ou seja, os investidores começam a olhar os papéis com risco com menos nervosismo. Basta ver a maior oferta, no mercado secundário, de títulos de dez anos do Tesouro dos EUA. Logo, quando a aversão ao risco diminui, os investidores aceitam correr mais risco, desde que, quanto maior o risco, maior o retorno exigido.

Resposta 1

Nestes momentos, o medo costuma tomar conta de boa parte dos investidores. É quando as autoridades monetárias da maior parte dos países entram em ação, geralmente fornecendo liquidez para os bancos monetários, pois não deve ocorrer nestes momentos de pânico quebra de bancos; na verdade, de nenhum banco. Quanto mais ágil e eficiente for a autoridade monetária (Presidente do Banco Central), melhor.

Mas, o que de fato se observa, nestes momentos? Existe uma verdadeira corrida para títulos do governo, pois eles costumam ser considerados livres de risco. O que isto mostra? Isto mostra que o grau de aversão ao risco dos investidores alcança o seu ponto máximo. O investidor prefere receber 2%

ou 3% ao ano a pensar em 10%, 20% ou mais. Existe uma verdadeira corrida para o esconderijo. Nestes momentos, os papéis de longo prazo do Tesouro dos EUA costumam cair em termos de taxa de retorno, porque a procura pelos papéis é muito grande. Logo, em ocasiões como o dia 21/01/2008, o que se verifica no mercado financeiro é um aumento da aversão ao risco, logo, existe uma corrida quase maluca para papéis considerados livres de risco, isto é, sem risco.

18

4 – RISCO DE UM ATIVO INDIVIDUAL

Segundo Brigham e Ehrhardt (2006), o risco de um ativo pode ser analisado de duas formas:

- 1) em uma **base isolada**, em que o ativo é considerado isoladamente, e
- 2) em uma **base de carteira**, na qual ele é mantido como um dos vários ativos em uma carteira.

Assim, o risco isolado de um ativo é o risco em que um investidor incorre caso mantenha apenas esse único ativo. Obviamente, a maioria dos ativos é mantida em carteiras, mas é necessário entender o risco isolado de forma a compreender o risco em um contexto de carteira, pois o ativo que tem um alto grau de risco, quando mantido sozinho, pode apresentar muito menor grau de risco se for mantido como parte de uma carteira com vários ativos.

Nenhum investimento será empreendido, a menos que a taxa de retorno esperada seja suficientemente alta para compensar o investidor pelo risco percebido no investimento.

Estudaremos, neste curso, o risco de um ativo isolado de duas maneiras:

- a) pelo uso da **análise de sensibilidade**,
- b) pelo uso das **distribuições de probabilidade**.

19

5 - ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

Segundo Gitman (2004), a análise de sensibilidade ou análise de cenários recorre a diversas estimativas dos retornos possíveis para oferecer uma noção da variabilidade dos resultados. Um método comum consiste em fazer estimativas pessimistas (pior), mais provável (esperada) e otimista (melhor) dos retornos associados a um ativo. Nesse caso, o risco do ativo pode ser medido pela amplitude dos retornos. A amplitude é encontrada subtraindo-se o resultado pessimista do resultado otimista. Quanto maior ela for, maior será a variabilidade, ou seja, o risco do ativo.

Exemplo

- 1) Um investidor está tentando escolher a melhor entre duas alternativas de investimentos: a ação do Banco A e a ação do Banco B, cada uma exigindo desembolso inicial de recursos de \$5.000. O quadro a seguir apresenta a análise de risco dos dois papéis.

Ativos A e B	Ação A	Ação B
Investimento Inicial	\$ 5.000,00	\$ 5.000,00
Taxa de Retorno Anual		
Pessimista	10%	8%
Mais Provável	17%	17%
Otimista	22%	24%

a) Determine a faixa de taxas de retorno para cada um dos dois investimentos.

Solução

b) Qual o papel menos arriscado? Por quê?

Solução

c) Se o investidor fosse tomar uma decisão de investimento, qual delas escolheria? Por quê? O que isso revela sobre a percepção do investidor acerca do risco?

Solução

Solução c

A decisão sobre a escolha de um dos ativos iria depender do grau de aversão ao risco do investidor. Caso ele tivesse uma aversão ao risco menor, ele iria escolher o ativo B, que apresenta o maior risco (amplitude maior), com o maior retorno otimista esperado. Por sua vez, caso ele tivesse uma maior aversão ao risco, ele iria escolher o ativo A, que apresenta a menor amplitude (menor risco), com o menor retorno otimista esperado.

Solução b

O papel menos arriscado seria o do Banco A, que opera com menor faixa de risco, isto é, $12\% < 16\%$.

Solução a

Ação do Banco A: $22\% - 10\% = 12\%$. Ação do Banco B: $24\% - 8\% = 16\%$.

20

6 - DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE

Segundo Gitman (2004), as distribuições de probabilidades oferecem uma visão mais quantitativa do risco de um ativo. A probabilidade de um evento é a chance de ele ocorrer.

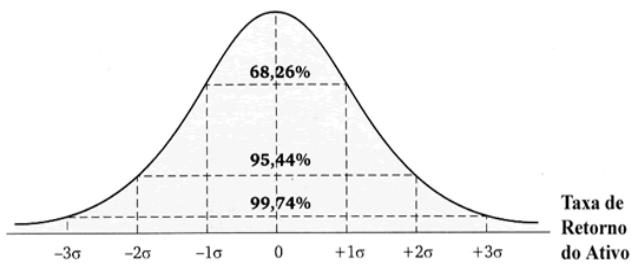
Um evento com 70% de probabilidade de ocorrência poderá acontecer sete vezes em cada dez vezes; um evento com probabilidade de 100% ocorrerá com certeza. Eventos com probabilidade igual a zero nunca ocorrem.

Uma distribuição de probabilidades é um modelo que associa probabilidades aos eventos correspondentes. O tipo mais simples é o gráfico de barras, que mostra somente um número limitado de combinações entre eventos e probabilidades.

Exemplo

Se conhecêssemos todos os eventos possíveis e as probabilidades correspondentes, poderíamos construir uma distribuição contínua de probabilidades. A distribuição contínua de probabilidade mais importante em estatística é a **distribuição normal**. As distribuições normais podem ser usadas para modelar muitos conjuntos de medidas na natureza, na indústria, no comércio, no mercado financeiro etc.

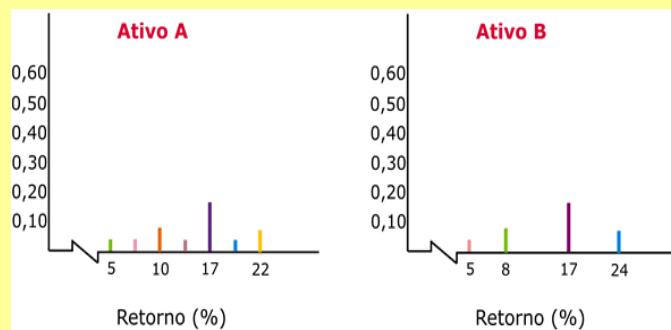
Uma distribuição normal de probabilidade se assemelha a uma curva em forma de sino. Essa curva é denominada de curva normal ou de Gauss. Nela, a média, a mediana e a moda são iguais. A curva normal tem formato de sino e é simétrica em torno da média. A área sob a curva normal é sempre igual a 1,0 ou 100%. A curva normal aproxima-se mais do eixo x (abscissa) à medida que se afasta da média em ambos os lados, mas nunca toca o eixo.



Metade da área sob uma curva de Gauss está à esquerda do valor da média, indicando que há 50% de probabilidades de que o resultado efetivo seja menor que a média. Metade da área está à direita do valor da média, indicando a probabilidade de 50% de que será maior do que o valor da média. Da área sob a curva, 68,26% estão dentro de mais ou menos um desvio-padrão da média; 95,46% estão dentro de mais ou menos dois desvios-padrão da média, e 99,74% ficam dentro de mais ou menos três desvios-padrão da média.

Exemplo

1) Tome como base o exemplo anterior, com os Ativos A e B, e investimento inicial de \$5.000. Suponha-se que a ocorrência de resultados pessimistas, mais prováveis e otimistas é de 25%, 50% e 25% e como ficaria a representação gráfica dos dois ativos?

Gráfico de barras

Embora os dois ativos apresentem, em termos mais prováveis, retornos semelhantes, observa-se que a

faixa ou a amplitude de retorno do Ativo B é muito mais dispersa do que a do Ativo A, 16% versus 12%. Observa-se que, enquanto o Ativo A opera com a amplitude de retornos prováveis entre 10% e 22%, a amplitude de retornos do Ativo B está entre 8% e 24%.

21

7 - MENSURAÇÃO DE RISCO

Suponhamos que o administrador financeiro da Empresa JJ esteja interessado em analisar o desempenho histórico de um par de ativos: a ação da Empresa A e a ação da Empresa B. A Empresa JJ dispõe de uma folga no seu fluxo de caixa no valor de \$100,00 para os próximos 90 dias e o administrador financeiro pretende aplicar a sobra de caixa numa destas duas ações.

O administrador financeiro utilizará instrumentos de medidas fornecidos pela estatística para atender ao seu objetivo de escolha de uma das duas ações.

Para dimensionar o **retorno** numa carteira com apenas um ativo (ativo isolado), será utilizada a medida de tendência central, média, que irá medir o retorno médio do ativo.

Para a mensuração do **risco**, serão utilizadas três estatísticas medidoras de risco:

- a variância,
- o desvio-padrão e
- o coeficiente de variação.

Todas essas medidas são conceitos estudados em Estatística.

A média de um conjunto de dados históricos é a soma das entradas de dados históricos dividida pelo número de entradas. Diante de dados estimados (futuros) e com a mesma probabilidade de ocorrência para cada um dos dados, o mesmo processo de cálculo será aplicado. Porém, diante de uma distribuição de probabilidade com chances diferentes de ocorrência para cada um dos dados, a média será apurada com base no somatório do produto de cada dado pela sua respectiva chance de ocorrência.

22

Neste curso, o retorno médio de um ativo será representado da seguinte maneira:

a) diante de **dados históricos** - taxa de retorno observada:

\bar{k} , lê-se: “ \bar{k} -Barra”

b) diante de **dados estimados** (esperados) - taxa de retorno esperada:

\hat{k} , lê-se: “ \hat{k} -chapéu”

A variância, assim como o desvio-padrão têm por objetivo medir estatisticamente a variabilidade (grau de dispersão) dos retornos histórico/estimado de um ativo. Tanto a variância quanto o desvio-padrão

não poderão apresentar valores negativos. Os valores serão expressos em porcentagem, sendo o menor valor para estas duas estatísticas medidoras de risco igual a 0%.

A variância possui uma desvantagem, seus valores são expressos ao quadrado, com isso, sua interpretação torna-se difícil.

A **variância** é apresentada pela letra grega minúscula sigma ao quadrado: σ^2 .

O **desvio-padrão** é apresentado pela letra grega minúscula sigma: σ .

Enquanto a variância e o desvio-padrão medem o grau de dispersão absoluta dos valores em torno da média (retorno médio), o **coeficiente de variação** indica a dispersão relativa, ou seja, o risco por unidade de retorno observado/esperado.

Neste curso, o símbolo do coeficiente de variação será: **CV**.

Na medida em que os exercícios forem desenvolvidos, iremos apresentar as fórmulas para cada uma das estatísticas utilizadas.

23

Exemplos

1) O administrador financeiro da empresa JJ dispõe de \$100,00 para aplicar no mercado financeiro. O investimento será na Ação A ou na Ação B. Nos últimos cinco anos, os dois papéis renderam:

Ano	Ação A	Ação B
1	20%	35%
2	-10%	40%
3	0%	0%
4	35%	-10%
5	20%	10%

Pede-se:

- calcule o retorno médio observado para cada uma das ações;
- calcule a variância dos retornos observados para cada uma das ações;
- calcule o desvio-padrão dos retornos observados para cada uma das ações;
- calcule o coeficiente de variação para cada uma das ações;
- supondo que predomina a aversão ao risco qual ação seria escolhida pelo financeiro da Empresa JJ para a carteira com um ativo isolado?

Solução

2) O administrador financeiro da Empresa XYZ dispõe de \$100,00 para aplicar no mercado financeiro. O investimento será no Ativo C ou no Ativo D. O financeiro da XYZ está projetando os seguintes retornos para cada um dos papéis:

Ano	Ação C	Ação D
1	-5%	10%
2	45%	40%
3	20%	-10%
4	-5%	25%
5	40%	20%

Pede-se:

- calcule o retorno médio observado para cada um dos ativos;
- calcule a variância dos retornos observados para cada um dos ativos;
- calcule o desvio-padrão dos retornos observados para cada um dos ativos;
- calcule o coeficiente de variação para cada um dos ativos;
- supondo que predomine a aversão, qual ativo seria escolhido pelo financeiro da Empresa XYZ para a carteira com um ativo isolado?

Solução

24

Solução 1

- a) Retorno médio observado (dado histórico).

Fórmula:

$$\bar{k} = \sum_{i=1}^n k_i / n$$

Onde:

\bar{k} = retorno médio observado;

\sum = somatório. Letra grega: sigma maiúsculo;

k_i = retornos históricos observados;

n = número de observações.

$$\bar{k}_A = (20 -10 + 0 + 35 + 20)/5$$

$$\bar{k}_A = 13\%$$

$$\bar{k}_B = (35 + 40 + 0 - 10 + 10)/5$$

$$\bar{k}_B = 15\%$$

Qual deve ser a preocupação diante de um retorno médio? Devemos nos preocupar com a consistência do retorno médio.

É fácil ou não alcançar os 13% no caso da Ação A e os 15% no caso da Ação B? Quanto mais próximo do retorno médio estiverem os retornos observados que lhe deram origem, menor será a dispersão em torno do retorno médio e menor será o risco do ativo. Quanto mais dispersos do retorno médio estiverem os retornos observados que lhe deram origem, maior será o risco, pois, mais difícil será o alcance daquele retorno médio observado. Para sabermos a dispersão em torno do retorno médio, a estatística nos fornece estatísticas medidoras de risco.

b) Variância dos retornos observados:

Fórmula:

$$\sigma^2 = \sum (k_i - \bar{k})^2 / (n-1)$$

Onde:

σ^2 = símbolo para o cálculo da variância. Letra grega sigma minúsculo;

\sum = somatório. Letra grega: sigma maiúsculo;

k_i = retornos históricos observados;

\bar{k} = retorno médio observado;

$(n-1)$ = para dados históricos, em finanças dividimos pelo número de observações menos 1.

Variância dos retornos observados da Ação A:

$$\sigma^2 = [(20/100 - 13/100)^2 + (-10/100 - 13/100)^2 + (0/100 - 13/100)^2 + (35/100 - 13/100)^2 + (20/100 - 13/100)^2] / (5-1)$$

$$\sigma^2 = 0,032$$

Variância dos retornos observados da Ação B:

$$= [(35/100 - 15/100)^2 + (40/100 - 15/100)^2 + (0/100 - 15/100)^2 + (-10/100 - 15/100)^2 + (10/100 - 15/100)^2] / (5-1)$$

$$= 0,0475$$

Percebemos que, no cálculo de cada uma das dispersões, a diferença está ao quadrado, portanto, não há como encontrarmos valores negativos no cálculo da variância. Por serem quadráticos, é difícil a interpretação da variância em relação ao retorno médio observado, já que este não está na mesma base da variância. Com base na variância, percebemos que **o ativo mais arriscado é a Ação B**, porque apresenta a maior variância.

c) Desvio-padrão dos retornos observados:

Fórmula:

$$\sigma = \sqrt{\sum (k_i - \bar{k})^2 / (n-1)}$$

Em relação à fórmula da variância, a diferença está na raiz quadrada. Portanto, o desvio-padrão dos retornos esperados é igual à raiz quadrada da variância, assim como a variância é igual ao desvio-

padrão ao quadrado.

Desvio-padrão dos retornos observados da Ação A

$$\sigma = \sqrt{[(20 - 13)^2 + (-10 - 13)^2 + (0 - 13)^2 + (35 - 13)^2 + (20 - 13)^2] / (5 - 1)}$$

$$\sigma = 17,89\%$$

Desvio-padrão dos retornos observados da Ação B:

$$\sigma = \sqrt{[(35 - 15)^2 + (40 - 15)^2 + (0 - 15)^2 + (-10 - 15)^2 + (10 - 15)^2] / (5 - 1)}$$

$$\sigma = 21,79\%$$

O desvio-padrão é a medida de quanto um retorno observado se desvia do retorno médio observado. Quanto mais espalhados estiverem os retornos observados, maior será o desvio-padrão, maior será a dispersão dos retornos, mais o retorno verdadeiro tende a ser diferente do retorno médio. Neste exemplo, o **ativo mais arriscado com base no desvio-padrão é o Ativo B**, que apresenta o maior desvio-padrão.

d) Coeficiente de variação

Fórmula:

$$CV = \sigma / \bar{R}$$

$$CVA = 17,89 / 13$$

$$CVA = 1,38 \text{ ou } 1,38 \times 100 = 138\%$$

Ação B

$$CVB = 21,79 / 15$$

$$CVB = 1,45 \text{ ou } 1,45 \times 100 = 145\%$$

Percebemos que a Ação B é: $1,45 / 1,38 = 1,05$ vez mais arriscada do que a Ação A, com base no coeficiente de variação. O coeficiente de variação mostra o risco por unidade de retorno e oferece uma base mais confiável para comparação, quando os retornos esperados nas duas alternativas não são iguais.

e) Percebemos que a Ação B é mais arriscada do que a Ação A porque apresenta a maior variância entre os retornos observados, o maior desvio-padrão entre os retornos observados e o maior coeficiente de variação, como predomina a aversão ao risco, a escolha do ativo dependerá do grau de aversão ao risco do administrador financeiro da Empresa JJ.

Supondo que o administrador financeiro tenha uma **maior aversão ao risco, ele escolherá a Ação A** para aplicar os \$100,00, por ser o ativo menos arriscado: apresenta o menor risco e o menor retorno médio observado.

Supondo que o administrador financeiro tenha uma **menor aversão ao risco, ele escolherá a Ação B** para aplicar os \$100,00, por ser o ativo mais arriscado e apresentar retorno médio observado maior.

Solução 2**a) Retorno médio esperado (estimado)**

Fórmula para o retorno médio esperado

$$\hat{k} = \frac{\sum_{i=1}^n k_i}{n}$$

$$\hat{k}_C = (-5+45+20-5+40)/5$$

$$\hat{k}_C = 19\%$$

$$\hat{k}_D = (10+40-10+25+20)/5$$

$$\hat{k}_D = 17\%$$

b) Variância dos retornos esperados

Fórmula da variância dos retornos esperados

$$\sigma^2 = \sum (k_i - \hat{k})^2 / n$$

Variância dos retornos esperados do Ativo C

$$\sigma^2 = [(-5/100 - 19/100)^2 + (45/100 - 19/100)^2 + (20/100 - 19/100)^2 + (-5/100 - 19/100)^2 + (40/100 - 19/100)^2] / 5$$

$$\sigma^2 = 0,0454$$

Variância dos retornos esperados do Ativo D

$$\sigma^2 = \{[(10 - 17)^2 + (40 - 17)^2 + (-10 - 17)^2 + (25 - 17)^2 + (20 - 17)^2] / 5\} / 10.000$$

$$\sigma^2 = 0,0276$$

c) Desvio-padrão dos retornos esperados (estimados)

Fórmula do desvio-padrão dos retornos esperados (estimados)

$$\sigma = \sqrt{\sum (k_i - \hat{k})^2 / n}$$

Desvio-padrão dos retornos esperados do Ativo C

$$\sigma = \sqrt{[(-5 - 19)^2 + (45 - 19)^2 + (20 - 19)^2 + (-5 - 19)^2 + (40 - 19)^2] / 5}$$

$$\sigma = 21,31\%$$

Desvio-padrão dos retornos esperados do Ativo D

$$\sigma = \sqrt{[(10 - 17)^2 + (40 - 17)^2 + (-10 - 17)^2 + (25 - 17)^2 + (20 - 17)^2] / 5}$$

$$\sigma = 16,61\%$$

d) Coeficiente de variação

$$CVC = 21,31/19$$

$$CVC = 1,12 \text{ ou } 1,12 \times 100 = 112\%$$

$$CVD = 16,61/17$$

$$CVD = 0,98 \text{ ou } 0,98 \times 100 = 98\%$$

Com base no coeficiente de variação, o Ativo C seria: $1,12/0,98 = 1,14$ vez mais arriscado do que o Ativo D.

e) Percebemos que **o Ativo C é mais arriscado do que o Ativo D** porque apresenta a maior variância entre os retornos estimados, o maior desvio-padrão entre os retornos estimados e o maior coeficiente de variação. Como predomina a aversão ao risco, a escolha do ativo dependerá do grau de aversão ao risco do administrador financeiro da Empresa XYZ.

Supondo que o administrador financeiro tenha uma **maior aversão ao risco, ele escolherá o Ativo D** para aplicar os \$100,00, por ser o ativo menos arriscado: apresenta o menor risco e o menor retorno médio estimado.

Supondo que o administrador financeiro tenha uma **menor aversão ao risco, ele escolherá o Ativo C** para aplicar os \$100,00, por ser o ativo mais arriscado e apresentar o retorno médio esperado maior.

Logo, investidores com maior aversão ao risco procurarão ativos menos arriscados, porém, terão de se contentar com retornos menores. Por sua vez, investidores com menor aversão ao risco estarão dispostos a correr riscos maiores, desde que os ativos sinalizem retornos maiores.

26

3) O administrador financeiro da empresa Alfa dispõe de \$100,00 para aplicar no mercado financeiro. O investimento será na Ação A ou na Ação B. O financeiro está estimando as seguintes ocorrências:

Estado da Economia	Probabilidade de ocorrência	Retorno esperado do Ativo A	Retorno esperado do Ativo B
Recessão	20%	-10%	12%
Normal	60%	20%	15%
Expansão	20%	35%	10%

Pede-se:

- calcule o retorno médio observado para cada uma das ações;
- calcule a variância dos retornos observados para cada uma das ações;
- calcule o desvio-padrão dos retornos observados para cada uma das ações;
- calcule o coeficiente de variação para cada uma das ações;
- supondo que predomine a aversão ao risco, qual ação seria escolhida pelo financeiro da Empresa JJ para a carteira com um ativo isolado?

Solução

4) Suponha dois ativos, A e B, onde observamos:

Ativo A	Ativo B
$\hat{k}_A = 17\%$	$\hat{k}_B = 25,5\%$
CVA = 0,55	CVB = 0,25

O Sr. J é um operador da Corretora de Títulos e Valores Mobiliários XYZ. O Sr. M é um cliente da Corretora XYZ e confia muito nas dicas do Sr. J para suas aplicações financeiras. O Sr. M deixa os cálculos sempre por conta do Sr. J, logo, o que o Sr. J sugere, imediatamente o Sr. M acata.

O Sr. M está disposto a fazer uma aplicação no valor de \$50.000,00 numa carteira com um ativo isolado. Suponhamos que predomine a aversão ao risco e que o Sr. M seja daquele tipo de investidor que aceita correr risco desde que, quanto maior o risco, maior o retorno exigido. A seguir, duas situações em que o Sr. M poderia estar exposto.

a) Suponhamos que o Sr. J (operador) esteja olhando os seus interesses e não os do Sr. M, sendo que, para o Sr. J, é muito importante a negociação da ação A. Seria possível ele indicar a Ação A?

Solução

b) Suponhamos que a Corretora XYZ esteja olhando os seus interesses e não os do Sr. M, sendo que, para a corretora, seria muito importante a compra da Ação A. Seria possível o Sr. J indicar a Ação A?

Solução**Solução 4a**

Sim, seria possível, e isso ocorre com muita freqüência no mercado. Nesse caso, estamos diante de um problema de Agency, onde o operador não atendeu aos interesses do cliente, mas aos seus próprios interesses. Para uma carteira com ativo isolado, a ação a ser indicada para o Sr. M seria a ação B, que apresenta um risco esperado menor e um retorno esperado maior. Seria irracional o Sr. M ficar com a ação A, pois, estaria aplicando em um papel que sinaliza um risco esperado maior, com um retorno esperado menor. Neste caso, estamos supondo que o favorecido seria o corretor. Por algum motivo pessoal, ele está indicando o papel errado, na verdade, comprando o papel errado para o seu cliente (Sr. M).

Algumas hipóteses por que o Sr. J estaria tomando esta atitude:

- para ele mesmo (Sr. J) se livrar do papel A;
- trata-se de uma maneira de ele ficar bem com outro cliente, que está insatisfeito com o papel A em função de uma dica do Sr. J;
- talvez o Sr. J esteja recebendo algum estímulo para dar liquidez ao papel etc.

Solução 4b

Sim, seria possível, isso também ocorre no mercado, principalmente se o Sr J for daqueles operadores que tem muito medo de perder o emprego.

Mas, por qual motivo a corretora estaria indicando a Ação A, quando o correto seria a Ação B?

Novamente, estamos diante de um problema de Agency, onde os interesses do cliente estão sendo deixados de lado para atender aos interesses, neste caso, da corretora. Um dos motivos poderia ser, por exemplo, forçar o aumento do preço do papel, para, desta forma, a corretora se livrar do papel e apurar algum ganho.

Poderia ser, também, por motivo particular da corretora, como mostrar liquidez para o papel e, assim, ficar numa posição confortável com algum cliente que tenha comprado o papel por sua indicação e que agora está insatisfeito com o péssimo resultado do investimento.

27

Solução 3

a) Retorno médio esperado (estimado)

Fórmula:

$$\hat{k} = \sum \hat{k}_i \times P_{ri}$$

Onde:

\hat{k} = retorno médio esperado (estimado);

\hat{k}_i = retorno esperado (estimado);

P_{ri} = Probabilidade de ocorrência.

$$\hat{k}_A = (-10 \times 0,20) + (20 \times 0,60) + (35 \times 0,20)$$

$$\hat{k}_A = 17\%$$

$$\hat{k}_B = (12 \times 0,20) + (15 \times 0,60) + (10 \times 0,20)$$

$$\hat{k}_B = 13,40\%$$

b) Variância dos retornos esperados

Fórmula:

$$\sigma^2 = \sum (\hat{k}_i - \hat{k})^2 \times P_{ri}$$

Ativo A:

$$\sigma^2 = [(-10 - 17)^2 \times 0,20 + (20 - 17)^2 \times 0,60 + (35 - 17)^2 \times 0,20] / 10.000$$

$$\sigma^2 = 0,0216$$

Ativo B

$$\sigma^2 = [(12 - 13,4)^2 \times 0,20 + (15 - 13,4)^2 \times 0,60 + (10 - 13,4)^2 \times 0,20] / 10.000$$

$$\sigma^2 = 0,000424$$

c) Desvio-padrão dos retornos esperados

Fórmula:

Ativo A:

$$\sigma = \sqrt{(-10 - 17)^2 \times 0,20 + (20 - 17)^2 \times 0,60 + (35 - 17)^2 \times 0,20}$$

$$\sigma = 14,70\%$$

Ativo B

$$\sigma = \sqrt{(12 - 13,4)^2 \times 0,20 + (15 - 13,4)^2 \times 0,60 + (10 - 13,4)^2 \times 0,20}$$

$$\sigma = 2,06\%$$

d) Coeficiente de variação

$$CVA = 14,70/17$$

$$CVA = 0,86 \text{ ou } 0,86 \times 100 = 86\%$$

$$CVB = 2,06/13,4$$

$$CVB = 0,15 \text{ ou } 0,15 \times 100 = 15\%$$

Com base no coeficiente de variação, o Ativo A seria: $0,86/0,15 = 5,73$ vezes mais arriscado do que o Ativo B.

e) Percebemos que **o Ativo A é mais arriscado do que o Ativo B** porque apresenta a maior variância entre os retornos estimados, o maior desvio-padrão entre os retornos estimados e o maior coeficiente de variação. Como predomina a aversão ao risco, a escolha do ativo dependerá do grau de aversão ao risco do administrador financeiro da Empresa Alfa.

Supondo que o administrador financeiro tenha uma maior aversão ao risco, ele escolherá o Ativo B para aplicar os \$100,00, por ser o ativo menos arriscado: ele está disposto a correr menos risco, por este motivo, aceitará um retorno menor.

Supondo que o administrador financeiro tenha uma menor aversão ao risco, ele escolherá o Ativo A para aplicar os \$100,00. Ele está disposto a correr risco maior, no entanto, exigirá um retorno maior.

Logo, investidores com maior aversão ao risco procurarão ativos menos arriscados, porém, terão de se contentar com retornos menores; por sua vez, investidores com menor aversão ao risco estarão

dispostos a correr riscos maiores, desde que os ativos sinalizem retornos maiores.

Neste exemplo, percebemos que o somatório das probabilidades (chances de ocorrência do evento) alcançou 100%. Você observou que, tanto no cálculo do retorno médio quanto no da variância e do desvio-padrão, multiplicamos sempre pela respectiva chance de ocorrência e, como nos dois exemplos anteriores, não operamos a divisão pelo número de observações.

Nos três exemplos apresentados, a escolha do ativo, em momento algum, se limitou exclusivamente ao ativo menos arriscado; sempre esteve em função do grau de aversão ao risco do administrador/investidor.

28

5) Suponhamos dois ativos, A e B, que apresentam as seguintes informações:

Ativo A	Ativo B
$\hat{k}_A = 20\%$	$\hat{k}_B = 30\%$
CVA = 0,60	CVB = 0,90

Calcule o valor do desvio-padrão e o valor da variância de cada um dos ativos. Supondo que predomine a aversão ao risco, para uma carteira com apenas um ativo isolado, um investidor com \$100.000,00 irá investir em qual dos dois ativos?

Solução

6) Suponhamos dois ativos, A e B, que apresentam as seguintes informações:

Ativo A	Ativo B
$\hat{k}_A = 15\%$	$\hat{k}_B = 22,5\%$
CVA = 0,75	CVB = 0,40

Calcule o valor do desvio-padrão e o valor da variância de cada um dos ativos. Supondo que predomine a aversão ao risco, para uma carteira com apenas um ativo isolado, um investidor com \$100.000,00 irá investir em qual dos dois ativos?

Solução

Solução 5

$$CV = \sigma / \hat{k}$$

a) cálculos solicitados:

Desvio-padrão e variância dos retornos esperados do ativo A:

$$\sigma = 0,60 \times 20$$

$$\begin{aligned}\sigma &= 12\% \\ \sigma^2 &= 0,122 \\ \sigma^2 &= 0,0144\end{aligned}$$

Desvio-padrão e variância dos retornos esperados do ativo B:

$$\begin{aligned}\sigma &= 0,90 \times 30 \\ \sigma &= 27\% \\ \sigma^2 &= 0,272 \\ \sigma^2 &= 0,0729\end{aligned}$$

Com base no coeficiente de variação, percebemos que o Ativo B é: $0,90/0,60 = 1,5$ vez mais arriscado do que o Ativo A.

Nesse exemplo, percebemos que as três estatísticas medidoras de risco apresentam o Ativo B como o mais arriscado. Como predomina a aversão ao risco, a escolha do ativo dependerá do grau de aversão ao risco do investidor.

O ativo A será escolhido por investidor com maior aversão ao risco, isto é, investidor que se satisfaz com um retorno esperado menor, diante de um risco esperado também menor.

O ativo B será escolhido por investidor com menor aversão ao risco, isto é, investidor que aceita um risco esperado maior, desde que tenha retorno esperado também maior.

Solução 6

$$CV = \sigma / \hat{k}$$

a) cálculos solicitados:

Desvio-padrão e variância dos retornos esperados do ativo A:

$$\begin{aligned}\sigma &= 0,75 \times 15 \\ \sigma &= 11,25\% \\ \sigma^2 &= 0,11252 \\ \sigma^2 &= 0,012656\end{aligned}$$

Desvio-padrão e variância dos retornos esperados do ativo B:

$$\begin{aligned}\sigma &= 0,40 \times 22,5 \\ \sigma &= 9,0\% \\ \sigma^2 &= 0,092 \\ \sigma^2 &= 0,0081\end{aligned}$$

Com base no coeficiente de variação, percebemos que o Ativo A é: $0,75/0,40 = 1,875$ vez mais arriscado

do que o Ativo B.

Supondo que a decisão do investimento seria tomada pelo investidor e não por um operador ou uma instituição financeira a serviço do investidor, como predomina a aversão ao risco, o ativo a ser escolhido seria o B. A escolha do Ativo A não seria justificável, pois o investidor está diante de dois ativos, onde um apresenta o menor retorno esperado e o maior risco esperado. Nesse exemplo, não ocorre o problema de Agency. A situação do grau de aversão ao risco também não se aplica, porque quanto maior o grau de aversão ao risco, menor será a preferência pelo risco, menor será o retorno aceito, assim como, quanto menor for a aversão ao risco, maior será o risco aceito, porém, maior será o retorno exigido.

29

7) Determinar a faixa para a taxa de retorno e o valor do retorno esperado, Ke , para os ativos A e B, conforme quadro a seguir.

Valores esperados de retornos para os ATIVOS A e B			
Possíveis Resultados	Probabilidade (1)	Retornos (%) (2)	Valor ponderado (%) [(1) x (2)] (3)
Ativo A			
Pessimista	0,25	10	2,5
Mais provável	0,50	17	8,5
Otimista	0,25	22	5,5
Ativo B			
Pessimista	0,25	8	2,0
Mais provável	0,50	17	8,5
Otimista	0,25	24	6,0

Solução:

Faixa do Ativo A: $22\% - 10\% = 12\%$

Faixa do Ativo B: $24\% - 8\% = 16\%$

Ativo A: $ke = [(0,25 \times 0,10) + (0,50 \times 0,17) + (0,25 \times 0,22)] \times 100$

$Ke = 16,5\%$

Ativo B: $ke = [(0,25 \times 0,08) + (0,50 \times 0,17) + (0,25 \times 0,24)] \times 100$

$Ke = 16,5\%$

Observa-se que os dois Ativos operam com o mesmo retorno; porém o Ativo A opera com faixa ou amplitude menor. Logo, o Ativo B é o mais arriscado.

30

8) Calcular o valor dos desvios-padrão dos ativos A e B.

VALORES ESPERADOS DE RETORNOS PARA OS ATIVOS A e B						
ATIVO A						
i	k_i	k_e	$k_i - k_e$	$(k_i - k_e)^2$	Pr_i	$(k_i - k_e)^2 \times Pr_i$
1	10%	16,5%	-6,5%	42,25%	0,25	10,5625%
2	17%	16,5%	0,5%	0,25%	0,50	0,1250%
3	22%	16,5%	5,5%	30,25%	0,25	7,5625%
$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^3 (k_i - k_e)^2 \times Pr_i} \Rightarrow \sigma = \sqrt{18,25\%} \Rightarrow \sigma = 4,272\%$						
ATIVO B						
i	k_i	k_e	$k_i - k_e$	$(k_i - k_e)^2$	Pr_i	$(k_i - k_e)^2 \times Pr_i$
1	8%	16,5%	-8,5%	72,25%	0,25	18,0625%
2	17%	16,5%	0,5%	0,25%	0,50	0,1250%
3	24%	16,5%	7,5%	56,25%	0,25	14,0625%
$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^3 (k_i - k_e)^2 \times Pr_i} \Rightarrow \sigma = \sqrt{32,25\%} \Rightarrow \sigma = 5,6789\%$						

Observa-se que o Ativo A apresentou desvio-padrão de 4,272%, enquanto o Ativo B, de 5,6789%. Logo, com base no desvio padrão, o Ativo que apresenta maior risco é o Ativo B, pois, opera com maior desvio-padrão.

31

9) Com base no exemplo 8 calcule o coeficiente de variação, CV, para os Ativos A e B. Resposta: aplicando-se a fórmula para cada um dos Ativos, encontra-se:

Ativo A: $cv = 0,04272/0,165$
 $cv = 0,2589$

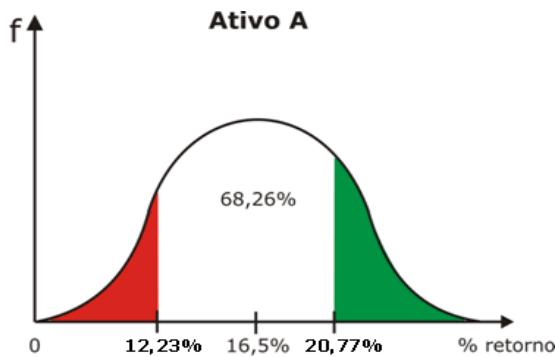
Ativo B: $cv = 0,056789/0,165$
 $cv = 0,3442$

O Ativo B opera com um coeficiente de variação mais alto; logo, é mais arriscado que o Ativo A.

Observe a razão: $0,3442/0,2589 = 1,3295$; isto significa que o Ativo B é 1,3295 vez mais arriscado que o Ativo A.

10) Partindo da hipótese de que a distribuição de probabilidades de retornos para os Ativos A e B (exemplo 8) é normal, calcule a faixa de resultados dos retornos esperados associados com as seguintes probabilidades de ocorrência: a) 68,26%; b) 95,46%; c) 99,74%.

Resposta



Ativo A

a) 68,26% do retorno esperado irão localizar-se entre:

$$16,5\% - 4,272\% = 12,228\%$$

$$16,5\% + 4,272\% = 20,772\%$$

b) 95,46% do retorno esperado irão localizar-se entre:

$$16,5\% - (4,272\% \times 2) = 7,956\%$$

$$16,5\% + (4,272\% \times 2) = 25,044\%$$

c) 99,74% do retorno esperado irão localizar-se entre:

$$16,5\% - (4,272\% \times 3) = 3,684\%$$

$$16,5\% + (4,272\% \times 3) = 29,316\%$$

Ativo B

a) 68,26% do retorno esperado irão localizar-se entre:

$$16,5\% - 5,6789\% = 10,8211\%$$

$$16,5\% + 5,6789\% = 22,1789\%$$

b) 95,46% do retorno esperado irão localizar-se entre:

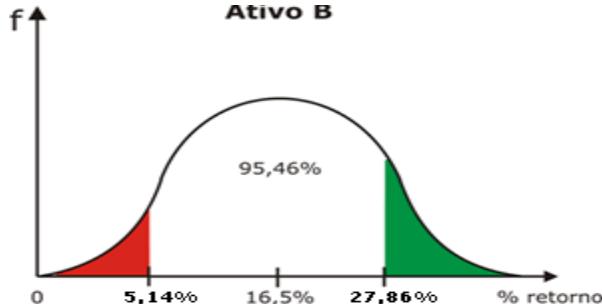
$$10,8211\% - 5,6789\% = 5,1422\%$$

$$22,1789\% + 5,6789\% = 27,8578\%$$

c) 99,74% do retorno esperado irão localizar-se entre:

$$5,1422\% - 5,6789\% = -0,5367\%$$

$$27,8578\% + 5,6789\% = 33,5367\%$$



11) Suponhamos que você tenha aplicado em apenas duas ações, X e Y. Você acha que os retornos das ações dependem das probabilidades a seguir:

Probabilidade	X	Y
0,1	(10%)	(35%)
0,2	2	0
0,4	12	20
0,2	20	25
0,1	38	45

- Calcule a taxa esperada de retorno, K_e , para as ações X e Y;
- Calcule o desvio-padrão dos retornos esperados para as Ações X e Y.
- Calcule o coeficiente de variação para X e Y.
- É possível que a maior parte dos investidores possa olhar a Ação Y como sendo menos arriscada do que a Ação X? Explique.

Resolução

12) Suponha que a ação A, nos últimos quatro anos, tenha apresentado os seguintes retornos:

Ano	Retorno (k_i)
1999	15%
2000	20%
2001	(4%)
2002	5%

Calcule a taxa de retorno média do título, assim como, a variância e o desvio-padrão dos retornos da ação.

Solução:

$$\bar{k} = \frac{\sum_{i=1}^4 k_i}{n}$$

$$\bar{k} = (15+20-4+5)/4$$

$$\bar{k} = 9\%$$

$$\text{Var} = \{[(15-9)^2 + (20-9)^2 + (-4-9)^2 + (5-9)^2]/(4-1)\}/10.000$$

$$\text{Var} = 0,01140$$

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n (k_i - \bar{k})^2 / (n-1)}$$

$$\sigma = \sqrt{[(15-9)^2 + (20-9)^2 + (-4-9)^2 + (5-9)^2]/(4-1)}$$

$$\sigma = \sqrt{114}$$

$$\sigma = 10,68\%$$

a) Ação X

$$ke = \sum (-0,10 \times 0,1) + (0,02 \times 0,2) + (0,12 \times 0,4) + (0,20 \times 0,2) + (0,38 \times 0,1)$$

ke = 12%

Ação Y

$$ke = \sum (-0,35 \times 0,1) + (0 \times 0,2) + (0,20 \times 0,4) + (0,25 \times 0,2) + (0,45 \times 0,1)$$

ke = 14%

b) Ação X

$$\sigma = \sqrt{\sum (-0,10 - 0,12)^2 \times 0,1 + (0,02 - 0,12)^2 \times 0,2 + (0,12 - 0,12)^2 \times 0,4 + (0,20 - 0,12)^2 \times 0,2 + (0,38 - 0,12)^2 \times 0,1}$$

σ = 12,20%

Ação Y

$$\sigma = \sqrt{\sum (-0,35 - 0,14)^2 \times 0,1 + (0 - 0,14)^2 \times 0,2 + (0,20 - 0,14)^2 \times 0,4 + (0,25 - 0,14)^2 \times 0,2 + (0,45 - 0,14)^2 \times 0,1}$$

σ = 20,35%

c) Ação X

$$cv = 0,1220/0,12$$

cv = 1,017

Ação Y

$$cv = 0,2035/0,14$$

cv = 1,454

d) Resposta:

Não, não é possível, pois, tanto o desvio-padrão quanto o coeficiente de variação da Ação Y são maiores do que os da Ação X. Com base no coeficiente de variação a ação Y é 1,43 vez mais arriscada.

13) O mercado e a ação J têm as seguintes distribuições de probabilidade:

Probabilidade	Mercado	Ação J
0,3	15%	20%
0,4	9	5
0,3	18	12

- Calcule as taxas de retorno esperadas para o mercado e para a Ação J
- Calcule os desvio-padrão para o mercado e para a Ação J
- Calcule os coeficientes de variação para o mercado e para a Ação J.

Solução

14) O retorno esperado de uma Ação tem a seguinte distribuição:

Demanda pelos produtos da empresa	Probabilidade de ocorrência dessa demanda	Taxa de Retorno caso essa demanda ocorra
Fraca	0,1	(50%)
Abaixo da média	0,2	(5)
Média	0,4	16
Acima da média	0,2	25
Forte	0,1	60

Calcule o retorno esperado da ação, o desvio-padrão e o coeficiente de variação.

Solução**Solução 13**

a) Taxas de retorno

Para o mercado

$$k_{me} = (0,15 \times 0,3) + (0,09 \times 0,4) + (0,18 \times 0,3)$$

$$k_{me} = 13,5\%$$

Para a Ação J

$$k_{ej} = (0,20 \times 0,3) + (0,05 \times 0,4) + (0,12 \times 0,3)$$

$$k_{ej} = 11,60\%$$

b) Desvio-padrão

Para o mercado

$$\sigma = (0,15 - 0,135)^2 \times 0,3 + (0,09 - 0,135)^2 \times 0,4 + (0,18 - 0,135)^2 \times 0,3$$

$$\sigma = 3,85\%$$

Para a Ação J

$$\sigma = (0,20 - 0,1160)^2 \times 0,3 + (0,05 - 0,1160)^2 \times 0,4 + (0,12 - 0,1160)^2 \times 0,3$$

$$\sigma = 6,22\%$$

c) Coeficiente de variação

Para o mercado

$$cv = 0,0385 / 0,135$$

cv = 0,285185185

Para a Ação J

cv = 0,0622/0,1160

cv = 0,536206897

Solução 14

a) cálculo do retorno esperado

$$ke = (-0,50 \times 0,1) + (-0,05 \times 0,2) + (0,16 \times 0,4) + (0,25 \times 0,2) + (0,60 \times 0,1)$$

$$ke = 11,40\%$$

b) cálculo do desvio-padrão

$$\sigma = \sqrt{(-0,50 - 0,1140)^2 \times 0,1 + (-0,05 - 0,1140)^2 \times 0,2 + (0,16 - 0,1140)^2 \times 0,4 + (0,25 - 0,1140)^2 \times 0,2 + (0,60 - 0,1140)^2 \times 0,1}$$

$$\sigma = 26,69\%$$

c) cálculo do coeficiente de variação

$$cv = 0,2669/0,1140$$

$$cv = 2,34$$

35

15) Suponhamos que você tenha aplicado em apenas duas ações, A e B. Você acha que os retornos das ações dependem dos três estados seguintes da economia, que têm probabilidades iguais de ocorrência:

Estado da Economia	Retorno da Ação A (ki)	Retorno da Ação B(ki)
Baixa	-5,0%	7,0%
Normal	25,0%	15,0%
Alta	35,0%	22,0%

Calcule o retorno esperado de cada ação a variância e o desvio-padrão dos retornos de cada ação.

Solução

16) O retorno esperado de uma Ação tem a seguinte distribuição:

Demanda pelos produtos da empresa	Probabilidade de ocorrência dessa demanda	Taxa de Retorno caso essa demanda ocorra
Fraca	0,1	(50%)
Abaixo da média	0,2	(5)
Média	0,4	16
Acima da média	0,2	25
Forte	0,1	60

Calcule o retorno esperado da ação, o desvio-padrão e o coeficiente de variação.

Solução

Solução 15

Retorno esperado (\bar{k})

Ação A	Ação B
$\hat{k} = \sum_{i=1}^3 k_i/n$	$\hat{k} = \sum_{i=1}^3 k_i/n$
$\bar{k} = (-5+25+35)/3$	$\bar{k} = (7+15+22)/3$
$\bar{k} = 18,33$	$\bar{k} = 14,67\%$

Cálculo da Variância

Ação A	Ação B
$Var = \{[(-5 - 18,33)^2 + (25 - 18,33)^2 + (35 - 18,33)^2]/3\}/10.000$ $Var = 0,028899$	$Var = \{[(7 - 14,67)^2 + (15 - 14,67)^2 + (22 - 14,67)^2]/3\}/10.000$ $Var = 0,003755$

Solução 16

a) cálculo do retorno esperado

$$ke = (-0,50 \times 0,1) + (-0,05 \times 0,2) + (0,16 \times 0,4) + (0,25 \times 0,2) + (0,60 \times 0,1)$$

$$ke = 11,40\%$$

b) cálculo do desvio-padrão

$$\sigma = \sqrt{(-0,50 - 0,1140)^2 \times 0,1 + (-0,05 - 0,1140)^2 \times 0,2 + (0,16 - 0,1140)^2 \times 0,4 + (0,25 - 0,1140)^2 \times 0,2 + (0,60 - 0,1140)^2 \times 0,1}$$

$$\sigma = 26,69\%$$

c) cálculo do coeficiente de variação

$$cv = 0,2669/0,1140$$

$$cv = 2,34$$

36

17) Suponha que você ganhasse na loteria e lhe fosse oferecido (1) \$0,5 milhão ou (2) um jogo no qual você obtivesse \$1 milhão, se a moeda lançada desse cara; não ganharia nada, se desse coroa.

a) Qual o valor esperado desse jogo?

Solução

b) Você prefere receber \$0,5 milhão garantido ou jogar? Esta resposta deverá ser dada de forma pessoal. Há quem prefira receber \$0,5 milhão.

c) Se você escolhesse a hipótese segura de \$0,5 milhão, você seria investidor avesso ao risco, ou amante do risco?

Resposta

d) Suponha que você efetivamente aceitasse o \$0,5 milhão. Você pode investi-lo tanto num título do Tesouro americano, que lhe oferece retorno de \$537.500 no final de um ano, ou em uma ação ordinária que tem probabilidade 50/50 de não valer nada ou valer \$1.150.000 ao final de um ano.

(1) Qual é o lucro, em dólares, esperado sobre o investimento em ações? (O lucro esperado sobre o investimento no título de dívida do Tesouro americano é de \$37.500.)

Solução

(2) Qual é a taxa esperada de retorno sobre o investimento em ações?

Solução

(3) Qual é a taxa esperada de retorno sobre o título do Tesouro americano?

Solução

18) Duas ações, Koke e Pepsee, tinham a mesma cotação, há dois anos. Nos dois últimos anos, o preço da ação de Koke subiu 10% e depois caiu 10%, enquanto o preço da ação da Pepsee primeiro caiu 10% e depois subiu 10%. Essas duas ações têm o mesmo preço hoje? Por quê?

Resposta

Você seria um investidor avesso ao risco.

Solução 17d

Probabilidade	Valor do retorno
0,50	\$0
0,50	\$1.150.000

$$ke = (\$0 \times 0,50) + (\$1.150.000 \times 0,50)$$

$$ke = \$575.000,00$$

Solução 17d

Taxa de retorno sobre o investimento em ações

$$(575.000/500.000) \times 100 = 115\%$$

Solução 17d

Taxa de retorno sobre o título do Tesouro americano

$$(37.500/500.000) \times 100 = 7,5\%$$

Resposta 18

Supondo-se que o preço das ações inicialmente fosse: \$100,00.

As ações da Koke: $(\$100 \times 0,10) + 100 = \110 , logo a seguir, $(\$110 \times -0,10) + 110 = \$99,00$.

As ações da Pepsee: $(\$100 \times -0,10) + 100 = \90 , logo a seguir, $(\$90,00 \times 0,10) + 90 = \$99,00$.

Portanto, as duas ações teriam o mesmo preço hoje. Por quê? Elas têm correlação perfeitamente negativa, isto é, o seu coeficiente de correlação linear é igual a -1,0.

Solução 17a

Probabilidade Valor obtido

0,50 (cara) \$1.000.000,00
 0,50 (coroa) \$0
 $ke = (\$1.000.000 \times 0,50) + (\$0 \times 0,50)$
ke = \$500.000,00 ou \$0,5 milhão

37

RESUMO

Todo administrador financeiro opera com o intuito de maximizar o preço da ação nas organizações. Todo administrador financeiro deve aprender a avaliar os dois determinantes principais do preço da ação: o risco e o retorno.

O risco pode ser definido como a probabilidade de que algum evento desfavorável venha a ocorrer. O retorno mede o desempenho financeiro de um investimento durante determinado período de tempo.

Com relação ao comportamento do administrador financeiro, com relação ao risco, predomina o avesso ao risco. Ele deve ser compensado por operar ativos com risco. Logo, à medida que aumenta o risco, aumenta a exigência de retorno.

Pela análise de sensibilidade, o investidor opera na forma de estimativas de retornos otimistas, mais prováveis e pessimistas. Neste tipo de análise, o risco pode ser medido através de uma faixa ou amplitude. Quanto maior a faixa ou a amplitude, maior será a variabilidade ou risco.

Outra maneira de se avaliar o risco seria por meio da análise quantitativa, isto é, pelo emprego de probabilidades, distribuição probabilística, desvio padrão e coeficiente de variação.

UNIDADE 1 – RISCO E RETORNO MÓDULO 2 – RISCO NO CONTEXTO DE CARTEIRA

01

1 - CARTEIRA COM DOIS ATIVOS DIFERENTES

Pense em um investidor que dispõe de \$100.000,00. Este investidor poderia utilizar esta sobra de caixa para aplicar, por exemplo, em títulos do Tesouro dos Estados Unidos, com prazo de vencimento de 12 meses. Neste caso, o investidor estaria aplicando todo o seu dinheiro numa carteira com apenas um ativo, além de ser um investidor que apresenta forte aversão ao risco, pois, prefere papéis considerados livres de risco.



Agora vamos pensar num investidor com menor aversão ao risco e que tenha suas sobras de caixa aplicadas numa carteira (portfólio) com dois papéis (títulos) diferentes, por exemplo: 40% em ações da Gerdau S.A. e 60% num Fundo de Renda Fixa. Este segundo tipo de investidor já não está mais concentrando toda a sua sobra de caixa num único ativo; ele já está diversificando os seus investimentos.



Você deve estar pensando: *não seria mais interessante o investidor colocar suas sobras de caixa numa carteira com mais de dois ativos diferentes?* Sim, seria. Quanto mais diversificada for uma carteira, melhor, pois menor tende a ser o risco.

02

2 – RETORNOS DE CARTEIRA

Segundo Brigham e Ehrhardt (2006), o retorno esperado de uma carteira, \bar{k}_p , é simplesmente a média ponderada dos retornos esperados dos títulos individuais da carteira, sendo os pesos a fração do total da carteira investida em cada ativo.

Fórmula:

$$\bar{k}_p = w_1 \bar{k}_1 + w_2 \bar{k}_2 + \dots + w_n \bar{k}_n = \sum_{i=1}^n w_i \bar{k}_i$$

Onde:

\bar{k}_p = retorno esperado da carteira

w_i = peso do ativo i na carteira

\bar{k}_i = retornos esperados dos ativos individuais que compõem a carteira

03

Exemplos

- 1) Suponhamos que um investidor disponha de \$100.000 para aplicar numa carteira com dois ativos diferentes. No Ativo A o investidor irá aplicar \$30.000, enquanto no Ativo B ele irá investir o resto do

dinheiro. Para o Ativo A, o investidor estima um retorno de 15%; para o Ativo B, o retorno estimado é de 23%. Calcule o peso de cada ativo e o retorno esperado desta carteira.



Solução 1

2) Suponhamos que um investidor disponha de \$100.000,00, aplicados numa carteira de ações composta por cinco papéis diferentes. Os retornos esperados para os cinco papéis, para os próximos doze meses, estão listados a seguir e foram estimados pelo analista de investimento da Corretora XZY. Calcule o retorno esperado para essa carteira.

Empresa	Retorno esperado \bar{k}_i	Valor aplicado
Petrobras	30%	\$20.000
Embraer	10%	\$15.000
Pão de Açúcar	9%	\$13.000
Vale	25%	\$20.000
Weg	19%	\$32.000

Solução 2

Solução 1

a) peso de cada ativo

Ativo A:

$$w_A = \$30.000 / \$100.000$$

$$w_A = 0,30 \text{ ou } 30\%$$

Ativo B:

$$w_B = \$70.000 / \$100.000$$

$$w_B = 0,70 \text{ ou } 70\%$$

b) retorno esperado da carteira

$$\bar{K}_P = (wA \times A) + (wB \times B)$$

$$\bar{K}_P = (0,30 \times 15) + (0,70 \times 23)$$

$$\bar{K}_P = 20,6\%$$

Solução 2

a) Encontrar o peso de cada papel na carteira:

Petrobras: $20.000/100.000 = 0,20$; Embraer: $15.000/100.000 = 0,15$; Pão de Açúcar: $13.000/100.000 = 0,13$; Vale: $20.000/100.000 = 0,20$; Weg: $32.000/100.000 = 0,32$

b) Calcular o retorno esperado para a carteira:

$$\bar{K}_P = (0,20 \times 30) + (0,15 \times 10) + (0,13 \times 9) + (0,20 \times 25) + (0,32 \times 19)$$

$$\bar{K}_P = 19,75\%$$

O valor calculado de 19,75% se refere à taxa de retorno esperada e não à realizada. Evidentemente, nada impede que a taxa esperada seja idêntica à realizada. Mas também pode ocorrer diferente. Poderá acontecer de um ou mais destes papéis apresentarem retorno muito superior ao projetado ou, ao contrário, experimentar retorno muito abaixo ao estimado.

Pense numa queda expressiva dos juros reais no Brasil: isso poderia ser revertido em forte propensão ao consumo, logo, o papel do Pão de Açúcar (rede de supermercados) poderia ser muito beneficiado, com retorno muito superior ao estimado.

Agora imagine, por exemplo, uma forte contração dos preços do minério de ferro e do petróleo, dois papéis seriam afetados: Vale e Petrobras.

04

3 – Risco de carteira

Segundo Brigham e Ehrhardt (2006), diferentemente dos retornos esperados, o risco de uma carteira medido pelo desvio-padrão, σ_P , geralmente não é a média ponderada dos desvios-padrão dos ativos individuais; o desvio-padrão da carteira será **menor** do que a média ponderada dos desvios padrão dos ativos que compõem a carteira.

De fato, é teoricamente possível combinar ações muito arriscadas individualmente quando medidas por seus desvios-padrão, e formar uma carteira completamente livre de risco, $\sigma_P = 0$.

Como reduzir ao mínimo o risco numa carteira?

Segundo Gitman (2004), o conceito estatístico de correlação - base do processo de diversificação – é

usado para desenvolver uma carteira eficiente de ativos.

Como sabemos, correlação é a verificação da existência do grau de relação entre variáveis. Logo, a correlação entre duas variáveis indica a maneira como os seus retornos se movem em conjunto.

A quantificação desse relacionamento é obtida, estatisticamente, por meio do **coeficiente de correlação linear**, $r_{X,Y}$, que pode variar dentro do seguinte intervalo fechado: $(-1,0 < r_{X,Y} < 1,0)$.

05

Segundo Assaf Neto (2005), quando o coeficiente de correlação for igual a $r_{X,Y} = -1,0$, diz-se que os retornos dos ativos em estudo estão negativamente (inversamente) correlacionados, isto é, quando o retorno do ativo Y diminui, o retorno do ativo X tende a elevar-se.

Quanto mais próximo de $-1,0$ ficar o coeficiente de correlação linear, mais negativa será a correlação entre os dois ativos; atinge a posição perfeitamente negativa (inversa) quando o coeficiente de correlação for exatamente igual a $r_{X,Y} = -1,0$.

Por sua vez, quando o coeficiente de correlação linear for exatamente igual a $r_{X,Y} = 1,0$ conclui-se que os retornos dos ativos em estudo apresentam-se perfeitamente (ou diretamente) correlacionados. Isto é, os retornos de Y serão acompanhados por alterações paralelas e, no mesmo sentido, pelos retornos de X.

Podem ser encontrados, ainda, retornos que se comportam de maneira totalmente independentes entre si. Ou seja, não há relação alguma entre os valores, o que permite sejam definidos como não correlacionados. O coeficiente de correlação, no caso, é igual a zero, $r_{X,Y} = 0$.

Segundo Ross, Westerfield e Jaffe (2002) toda vez que o coeficiente de correlação linear entre os retornos de um par de ativos for menor que $r_{X,Y} < 1,0$, o desvio-padrão do retorno de uma carteira de dois títulos será menor do que a média ponderada dos desvios padrão dos retornos dos títulos individuais. Qual a implicação disso? Implica a redução do risco total da carteira, ou seja, será preferível uma carteira com dois ativos a uma carteira com apenas um ativo isolado.

O que irá acontecer se o coeficiente de correlação linear for igual a $r_{X,Y} = 1,0$? Neste caso, o desvio-padrão dos retornos da carteira com dois ativos, para qualquer composição de carteira entre esses dois ativos, será sempre igual à média ponderada dos desvios-padrão dos retornos dos títulos individuais, assim, sejam investimentos em carteiras com dois ativos diferentes ou em carteiras com apenas um ativo isolado, o risco total da carteira não será reduzido.

06

A variância e o desvio-padrão medem a variabilidade de títulos individuais. Quando se deseja medir a relação entre a taxa de retorno de dois ativos diferentes, torna-se interessante o emprego de uma medida estatística que meça a associação entre estes dois ativos. É aqui que entram em cena a

covariância e o coeficiente de correlação linear.

A **covariância** é uma estatística que mede a associação entre os retornos de dois ativos. Ela é medida em quadrados de diferenças, tal como a variância.

Fórmula da covariância:

$$\text{Cov}_{x,y} = \left[\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}) (Y_i - \bar{Y}) \right] / (n-1)$$

ou

$$\text{Cov}_{x,y} = \left[\sum_{i=1}^n (X_i - \hat{X}) (Y_i - \hat{Y}) \right] / n$$

ou

$$\text{Cov}_{x,y} = \left[\sum_{i=1}^n (X_i - \hat{X}) (Y_i - \hat{Y}) \times \text{Pri}_i \right]$$

Onde:

O símbolo $\sum_{i=1}^n$ é a letra grega maiúscula sigma, que indica soma dos produtos de todos os desvios $(X_i - \bar{X}) (Y_i - \bar{Y})$ ou $(X_i - \hat{X}) (Y_i - \hat{Y})$ desde $i=1$ até $i=n$.

X_i = retorno observado ou esperado do ativo X

Y_i = retorno observado ou esperado do ativo Y

\bar{X} = retorno médio observado do ativo X

\hat{X} = retorno médio esperado do ativo X

\bar{Y} = retorno médio observado do ativo Y

\hat{Y} = retorno médio esperado do ativo Y

n = número de observações

A covariância poderá apresentar valores positivos, negativos ou iguais a zero.

Fórmula do coeficiente de correlação linear:

$$r_{X,Y} = \text{Cov}_{X,Y} / (\sigma_X \cdot \sigma_Y)$$

Pela fórmula do coeficiente de correlação linear, percebemos que o sinal do coeficiente será sempre determinado pelo sinal da covariância, já que o desvio-padrão não pode ser negativo.

07

Exemplos

1) Você está pensando em estruturar uma carteira contendo dois ativos, X e Y. Ambos irão representar 50% da carteira. Os retornos observados dos dois ativos estão resumidos na seguinte tabela.

Retorno observado (%)		
Ano	Ativo X	Ativo Y
1	16%	21%
2	17%	20%
3	18%	18%
4	21%	15%
5	24%	12%

a) Calcule o retorno para o Ativo X e para o Ativo Y.

Solução 1a

b) Calcule o retorno para a carteira XY.

Solução 1b

c) Calcule o desvio-padrão para cada um dos ativos e também para a carteira XY.

Solução 1c

d) Calcule o coeficiente de correlação linear para as ações X e Y

Solução 1d

Você deve ter observado que o desvio-padrão da carteira XY é quase igual a zero. O mesmo não acontece com os desvios-padrão de cada um dos ativos individualmente. Logo, no momento em que se formou a carteira, o risco foi reduzido significativamente. A causa para este fato ter ocorrido está na diversificação e, principalmente, por estarmos diante de uma dupla de ativos com correlação negativa.

Ao observamos o coeficiente de correlação linear para esta dupla de ativos, percebemos que o valor foi de -0,9952, isto é, quase igual a -1,0. Na verdade, quando buscamos pares de ativos para formação de carteiras com muitos ativos, o objetivo dos administradores de carteira é a incorporação de duplas de ativos com correlação negativa, porque, assim, será mais fácil reduzir o risco total da carteira.

Solução a)

Retorno para o Ativo X: $kPX = [(0,16+0,17+0,18+0,21+0,24)/5] \times 100 = 19,20\%$

Retorno para o Ativo Y: $kPY = [(0,21+0,20+0,18+0,15+0,12)/5] \times 100 = 17,20\%$

Solução b)

Retorno para a carteira XY:

1998 - $kXY = [(0,16 \times 0,50) + (0,21 \times 0,50)] \times 100; kXY = 18,50\%$

1999 - $kXY = [(0,17 \times 0,50) + (0,20 \times 0,50)] \times 100; kXY = 18,50\%$

2000 - $kXY = [(0,18 \times 0,50) + (0,18 \times 0,50)] \times 100; kXY = 18\%$

2001 - $kXY = [(0,21 \times 0,50) + (0,15 \times 0,50)] \times 100; kXY = 18\%$

2002 - $kXY = [(0,24 \times 0,50) + (0,12 \times 0,50)] \times 100; kXY = 18\%$

$$k_{PXY} = (18,50\% + 18,50\% + 18\% + 18\% + 18\%) / 5$$

$$k_{PXY} = 18,20\%$$

	<p>Solução c) Desvio-padrão do Ativo X</p> $\sigma_x = \sqrt{[\sum(0,16 - 0,1920)^2 + (0,17 - 0,1920)^2 + (0,18 - 0,1920)^2 + (0,21 - 0,1920)^2 + (0,24 - 0,1920)^2] / (5-1)}$ $\sigma_x = 3,27\%$ <p>Desvio-padrão do Ativo Y</p> $\sigma_y = \sqrt{[\sum(0,21 - 0,1720)^2 + (0,20 - 0,1720)^2 + (0,18 - 0,1720)^2 + (0,15 - 0,1720)^2 + (0,12 - 0,1720)^2] / (5-1)}$ $\sigma_y = 3,70\%$ <p>Desvio-padrão da carteira XY</p> $\sigma_{xy} = \sqrt{[\sum(0,1850 - 0,1820)^2 + (0,1850 - 0,1820)^2 + (0,18 - 0,1820)^2 + (0,18 - 0,1820)^2 + (0,18 - 0,1820)^2] / (5-1)}$ $\sigma_{xy} = 0,27\%$	
--	---	--

Solução 1d

Cálculo do coeficiente de correlação linear

Fórmula: $r_{xy} = \text{covariância}(x,y) / \text{desvio-padrão de}(x) \cdot \text{desvio-padrão}(y)$

$$r_{xy} = [\sum xy - (\sum x)(\sum y)/n] / \sqrt{[\sum x^2 - (\sum x)^2/n] \cdot [\sum y^2 - (\sum y)^2/n]}$$

Que tal passo a passo?

$$\sum xy = (0,16 \times 0,21) + (0,17 \times 0,20) + (0,18 \times 0,18) + (0,21 \times 0,15) + (0,24 \times 0,12)$$

$$= 0,1603$$

$$\sum x = 0,16 + 0,17 + 0,18 + 0,21 + 0,24$$

$$= 0,96, \text{ logo, } (0,96)^2 = 0,9216$$

$$\sum y = 0,21 + 0,20 + 0,18 + 0,15 + 0,12$$

$$= 0,86, \text{ logo } (0,86)^2 = 0,7396$$

$$\sum x^2 = (0,16)^2 + (0,17)^2 + (0,18)^2 + (0,21)^2 + (0,24)^2$$

$$= 0,1886$$

$$\sum y^2 = (0,21)^2 + (0,20)^2 + (0,18)^2 + (0,15)^2 + (0,12)^2$$

$$= 0,1534$$

$$\text{Aplicando a fórmula: } r_{xy} = [\sum 0,1603 - (0,96 \cdot 0,86)/5] / \sqrt{[0,1886 - (0,9216/5)] \cdot [0,1534 - (0,7396/5)]}$$

08

2) O Sr. KL pode investir em dois ativos: ativo A e ativo B. Ele está estimando os seguintes retornos para os dois ativos:

Situação da economia	Probabilidade de ocorrência	Retorno do ativo A	Retorno do ativo B
Recessão	0,25	-6,0%	4,5%
Normal	0,50	15,0%	8,5%
Expansão	0,25	25%	12,0%

Calcule:

- o retorno esperado de cada ação;
- a variância e o desvio-padrão dos retornos esperados de cada ação;
- a covariância e o coeficiente de correlação linear entre os retornos esperados das duas ações;
- o retorno e o desvio-padrão dos retornos esperados para uma carteira com a seguinte composição: 60% de A e 40% de B;
- a média ponderada dos desvios-padrão dos retornos esperados dos títulos individuais.

O que podemos observar nesta carteira com dois ativos diferentes em relação à carteira com apenas um ativo individual?

Solução 2

Neste exemplo, foi possível observar que:

- o coeficiente de correlação linear entre os retornos esperados dos ativos A e B é menor do que **1,0: 0,98 < 1,0**
- o desvio-padrão dos retornos esperados da carteira é menor do que a média ponderada dos desvios-padrão dos títulos individuais: **7,82% < 7,84%**

Toda vez que o coeficiente de correlação linear entre os retornos de dois ativos diferentes for menor do que 1,0, para qualquer composição de carteira entre estes dois ativos, o desvio-padrão da carteira será sempre menor do que a média ponderada entre os desvios-padrão dos ativos individuais. Isto mostra que a diversificação entre ativos que apresentam coeficiente de correlação linear menor do que 1,0 irá sempre contribuir para a redução do risco total da carteira. Logo, nesta situação, irá compensar aplicar numa carteira com dois ativos diferentes ao invés de aplicar numa carteira com ativos isolados.

09

Solução 2

Retorno esperado de cada ação - \bar{k} -

$$\bar{k}_A = (0,25 \times -6,0) + (0,50 \times 15,0) + (0,25 \times 25,0)$$

$$\bar{K}_A = 12,25\%$$

$$\bar{K}_B = (0,25 \times 4,5) + (0,50 \times 8,5) + (0,25 \times 12,0)$$

$$\bar{K}_B = 8,375\%$$

Variância e Desvio padrão dos retornos esperados de cada ação:

$$\sigma^2_A = [(-6,0 - 12,25)^2 \times 0,25 + (15,0 - 12,25)^2 \times 0,50 + (25,0 - 12,25)^2 \times 0,25]/10.000$$

$$\sigma^2_A = 0,01277$$

$$\sigma_A = 0,01277$$

$$\sigma_A = 0,1130 \times 100$$

$$\sigma_A = 11,30\%$$

$$\sigma^2_B = [(4,5 - 8,375)^2 \times 0,25 + (8,5 - 8,375)^2 \times 0,50 + (12,0 - 8,375)^2 \times 0,25]/10.000$$

$$\sigma^2_B = 0,000705$$

$$\sigma_B = 0,000705$$

$$\sigma_B = 0,02655 \times 100$$

$$\sigma_B = 2,655\%$$

Covariância entre os retornos esperados das duas ações:

$$\text{Cov}_{A,B} = [(-6,0 - 12,25) (4,5 - 8,375) \times 0,25 + (15,0 - 12,25) (8,5 - 8,375) \times 0,50 + (25,0 - 12,25) (12,0 - 8,375) \times 0,25]/10.000$$

$$\text{Cov}_{A,B} = 0,002940625$$

$$\sigma_{A,B} = +0,98$$

Correlação entre os retornos das duas ações:

Fórmula geral:

$$r_{X,Y} = \text{Cov}_{X,Y} / \sigma_X \times \sigma_Y$$

$$r_{A,B} = 0,002940625 / 0,1130 \times 0,02655$$

$$r_{A,B} = +0,98$$

Retorno esperado da carteira AB:

$$P = (0,60 \times 12,25) + (0,40 \times 8,375)$$

$$P = 10,70\%$$

Desvio-padrão dos retornos esperados da carteira AB

Fórmula:

$$\sigma_P = \sqrt{w_x^2 \text{var}_x + w_y^2 \text{var}_y + 2 \cdot w_x \cdot w_y \cdot \text{cov}_{x,y}}$$

Onde:

σ_P = desvio-padrão da carteira com dois ativos diferentes

w_x = peso do “ativo x” na carteira

var_x = variância dos retornos esperados do “ativo x”

w_y = peso do “ativo y” na carteira

var_y = variância dos retornos esperados do “ativo y”

. = sinal de vezes

$$\sigma_{PA,B} = 0,62 \cdot 0,012769 + 0,42 \cdot 0,000705 + 2 \cdot 0,60 \cdot 0,40 \cdot$$

$$0,002940625$$

$$\sigma_{PA,B} = 0,0782 \times 100$$

$$\sigma_{PA,B} = 7,82\%$$

Média ponderada dos desvios-padrão dos retornos esperados dos títulos individuais:

$$MPDP = (0,60 \times 11,30) + (0,40 \times 2,66)$$

$$MPDP = 7,84\%$$

10

3) Suponhamos que você tenha aplicado em apenas duas ações, X e Y. Você entende que os retornos das ações dependem dos três estados seguintes da economia, que têm probabilidades iguais de ocorrência:

Estado da economia	Retorno da ação X (%)	Retorno da ação Y (%)
Baixa	5,0	-6,0
Normal	10,0	26,0
Alta	6,0	32,0

Calcule:

- o retorno esperado de cada ação;
- a variância e o desvio-padrão dos retornos esperados de cada ação;
- a covariância e o coeficiente de correlação linear entre os retornos das duas ações.

Imagine uma carteira com a seguinte composição: 70% de X e 30% de Y. Neste caso:

- Calcule o retorno esperado da carteira e o desvio-padrão dos retornos esperados da carteira.
- Faça uma comparação entre o investimento numa carteira com apenas um ativo e uma carteira com dois ativos diferentes.

Solução 3

Neste exemplo, foi possível observar que:

- o coeficiente de correlação linear entre os retornos esperados dos ativos X e Y é menor do que 1,0: **0,54 < 1,0**
- o desvio-padrão dos retornos esperados da carteira é menor do que a média ponderada dos desvios-padrão dos títulos individuais: **5,95% < 6,52%**

Percebemos que a diversificação provocou a queda no risco total medido pelo desvio-padrão; este é o resultado de estarmos com uma dupla de ativos com correlação linear menor do que 1,0. A redução do

risco total mostra que compensa aplicar numa carteira com dois ativos diferentes ao invés de aplicar numa carteira com apenas um ativo isolado.

11

Solução 3

Retorno esperado de cada ação:

$$\bar{k}_X = (5,0 + 10,0 + 6,0)/3$$

$$\bar{k}_X = 7,0\% \text{ ou } 7,0/100 = 0,07$$

$$\bar{k}_Y = (-6,0 + 26,0 + 32,0)/3$$

$$\bar{k}_Y = 17,33\% \text{ ou } 17,33/100 = 0,1733$$

Variância e Desvio-padrão dos retornos estimados de cada ação:

$$\sigma^2_X = \{[(5,0 - 7,0)^2 + (10,0 - 7,0)^2 + (6,0 - 7,0)^2]/3\}/10.000$$

$$\sigma_X^2 = 0,000467$$

$$\sigma_X = 0,000467$$

$$\sigma_X = 0,0216 \times 100$$

$$\sigma_X = 2,16\%$$

$$\sigma^2_Y = \{[(-6,0 - 17,33)^2 + (26,0 - 17,33)^2 + (32,0 - 17,33)^2]/3\}/10.000$$

$$\sigma_Y^2 = 0,027822$$

$$\sigma_Y = 0,027822$$

$$\sigma_Y = 0,1668 \times 100$$

$$\sigma_Y = 16,68\%$$

Covariância entre os retornos esperados das duas ações:

$$\text{Cov}_{X,Y} = \{[(5,0 - 7,0)(-6,0 - 17,33) + (10,0 - 7,0)(26,0 - 17,33) + (6,0 - 7,0)(32,0 - 17,33)]/3\}/10.000$$

$$\text{Cov}_{HH,SM} = 0,001933$$

Coeficiente de correlação linear entre os retornos esperados das duas ações:

$$r_{X,Y} = 0,001933/0,0216 \times 0,1668$$

$$r_{X,Y} = +0,54$$

Retorno esperado da carteira XY:

$$\bar{k}_P = (0,70 \times 7,0) + (0,30 \times 17,33)$$

$$\bar{k}_P = 10,099\%$$

Desvio-padrão dos retornos esperados da carteira XY:

$$\sigma_{P,X,Y} = 0,72 \cdot 0,000467 + 0,32 \cdot 0,027822 + 2 \cdot 0,70 \cdot 0,30 \cdot 0,001933$$

$$\sigma_{P,X,Y} = 0,0595 \times 100$$

$$\sigma_{P,X,Y} = 5,95\%$$

Média ponderada dos desvios-padrão dos retornos esperados dos títulos individuais:

$$\text{MPDP} = (0,70 \times 2,16) + (0,30 \times 16,68)$$

$$\text{MPDP} = 6,52\%$$

12

- 4) Foram fornecidos a você os seguintes dados do retorno sobre três ativos - F, G, e H - durante os próximos quatro anos.

Retorno Esperado (%)			
Ano	Ativo F	Ativo G	Ativo H
1	16	17	14
2	17	16	15
3	18	15	16
4	19	14	17

Usando esses ativos, você isolou três alternativas de investimento:

Alternativa	Investimento
1	40% do ativo G e 60% do ativo H
2	60% do ativo F e 40% do ativo G
3	70% do ativo F e 30% do ativo H

Com base nesses dados:

- calcule o retorno esperado, a variância e o desvio-padrão para cada um dos ativos;
- calcule a covariância e o coeficiente de correlação linear para cada par de ativos solicitado;
- calcule o retorno esperado e o desvio-padrão para cada carteira solicitada;
- o risco total (desvio-padrão) aumentou ou diminuiu na comparação entre a aplicação numa carteira com ativos isolados e numa carteira com dois ativos diferentes?

Solução 4

Diante de dois pares de ativos: um, com coeficiente de correlação linear negativa e outro, com correlação linear positiva, este, porém com coeficiente de correlação linear menor do que 1,0, o risco total será diminuído, neste caso, a carteira com dois ativos será sempre preferível à carteira com apenas um ativo isolado. O risco total será reduzido de maneira mais rápida se o par de ativos tiver correlação negativa. Quanto mais próximo de um coeficiente de correlação linear igual a -1,0, melhor. Como predomina a aversão ao risco, devemos sempre ir em busca de pares de ativos que possibilitem a redução do risco total.

Segundo Brigham e Ehrhardt (2006), na realidade, a maioria das ações é positivamente correlacionada, mas não perfeitamente. Na média, o coeficiente de correlação para os retornos de duas ações selecionadas aleatoriamente seria cerca de +0,6, e, para a maioria dos pares de ações, $r_{X,Y}$ cairia para a

faixa entre +0,5 e + 0,7. Sob essas condições, combinar ações em carteira reduz o risco, mas não o elimina completamente.

13

Solução 4

a1) retorno esperado para cada ativo isolado:

$$\bar{k}_F = (16 + 17 + 18 + 19)/4$$

$$\bar{k}_F = 17,5\%$$

$$\bar{k}_G = (17+16+15+14)/4$$

$$\bar{k}_G = 15,5\%$$

$$\bar{k}_H = (14 + 15 + 16 + 17)/4$$

$$\bar{k}_H = 15,5\%$$

a2) Variância e desvio-padrão dos retornos esperados:

$$\sigma^2_{kF} = \{(16 - 17,5)^2 + (17 - 17,5)^2 + (18 - 17,5)^2 + (19 - 17,5)^2]/4\}/10.000$$

$$\sigma_{kF} = 0,000125$$

$$\sigma_{kF} = 0,01118$$

$$\sigma^2_{kG} = \{(17 - 15,5)^2 + (16 - 15,5)^2 + (15 - 15,5)^2 + (14 - 15,5)^2]/4\}/10.000$$

$$\sigma_{kG} = 0,000125$$

$$\sigma_{kG} = 0,000125$$

$$\sigma_{kG} = 0,01118$$

$$\sigma^2_{kH} = \{(14 - 15,5)^2 + (15 - 15,5)^2 + (16 - 15,5)^2 + (17 - 15,5)^2]/4\}/10.000$$

$$\sigma_{kH} = 0,000125$$

$$\sigma_{kH} = 0,000125$$

$$\sigma_{kH} = 0,01118$$

4b) covariância e coeficiente de correlação linear:

$$\text{Cov}_{G,H} = \{[(17 - 15,5) \cdot (14 - 15,5) + (16 - 15,5) \cdot (15 - 15,5) + (15 - 15,5) \cdot (16 - 15,5) + (14 - 15,5) \cdot (17 - 15,5)]/4\}/10.000$$

$$\text{Cov}_{G,H} = -0,000125$$

Observe que:

- No Ano 1, enquanto o retorno esperado do Ativo G se apresenta acima do retorno médio esperado (17% > 15,5%), no Ativo H, o retorno esperado se apresenta abaixo da média (14% < 15,5%), logo, os retornos esperados se apresentam em sentidos contrários, enquanto um anda acima da sua média, o

outro anda abaixo da sua média, portanto, a correlação é negativa (isto é ótimo).

- No Ano 2, enquanto o retorno esperado do ativo G anda acima da média (16% > 15,5%), o retorno estimado para o ativo H anda em sentido contrário (15% < 15,5%), ou seja, ambos os retornos esperados se comportam em sentido contrário ao das suas médias, logo, novamente estamos diante de uma correlação negativa, o que é muito bom. Deve-se sempre perseguir correlação negativa.
- O mesmo processo pode ser observado para o Ano 3 e para o Ano 4. Em muitas situações, como neste exemplo, se percebe o sinal da covariância sem ser necessário o cálculo, basta olhar o comportamento dos retornos esperados ou observados com seus respectivos retornos médios esperados ou observados.

$$r_{GH} = -0,000125 / 0,01118 \times 0,01118$$

$r_{GH} = -1,0$ (correlação perfeitamente negativa)

$$\text{Cov}_{F,G} = \{[(17 - 15,5) \cdot (16 - 17,5) + (16 - 15,5) \cdot (17 - 17,5) + (15 - 15,5) \cdot (18 - 17,5) + (14 - 15,5) \cdot (19 - 17,5)]/4\}/10.000$$

$$\text{Cov}_{F,G} = -0,000125$$

$$r_{F,G} = -0,000125 / 0,01118 \times 0,01118$$

$r_{F,G} = -1,0$ (correlação perfeitamente negativa)

$$\text{Cov}_{F,G} = \{[(14 - 15,5) \cdot (16 - 17,5) + (15 - 15,5) \cdot (17 - 17,5) + (16 - 15,5) \cdot (18 - 17,5) + (17 - 15,5) \cdot (19 - 17,5)]/4\}/10.000$$

$$\text{Cov}_{F,G} = 0,000125$$

Observe que:

Ano 1: tanto o retorno esperado de F quanto o retorno esperado de H andam no mesmo sentido (correlação positiva), isto é, ambos operam abaixo das suas respectivas médias.

Ano 2: assim como ocorreu no Ano 1, ambos os retornos esperados estão andando abaixo das respectivas médias, ou seja, andando no mesmo sentido (correlação positiva);

Ano 3: ambos os retornos esperados estão andando acima das suas respectivas médias (18% > 17,5%) e (17% > 15,5%), novamente, correlação positiva.

Ano 4: idem o observado no Ano 3.

$$r_{F,H} = 0,000125 / 0,01118 \times 0,01118$$

$r_{F,H} = 1,0$ (correlação perfeitamente positiva)

Veja que o sinal do coeficiente é igual ao sinal da covariância.

4c) cálculo do retorno de cada carteira/desvio-padrão de cada carteira:

Carteira 40% de G e 60% de H

$$\bar{k}_P = (0,40 \times 15,5) + (0,60 \times 15,5)$$

$$\bar{k}_P = 15,5\%$$

$$\sigma_{PG,H} = 0,42 \times 0,000125 + 0,62 \times 0,000125 + 2,0 \times 0,4 \times 0,6 \times -0,000125$$

$$\sigma_{PG,H} = 0,0022 \times 100$$

$$\sigma_{PG,H} = 0,22\%$$

Média ponderada dos desvios-padrão dos ativos individuais

$$MP = (0,4 \times 1,118) + (0,6 \times 1,118)$$

$$MP = 1,118\%$$

Percebemos que a diversificação reduziu muito o risco, pois, na carteira com dois ativos, o risco total é igual a 0,22%, enquanto a média ponderada dos desvios padrão dos títulos individuais alcançou 1,118%. O motivo para esta queda significativa do risco deve-se ao fato de estarmos diante de uma dupla de ativos que apresenta correlação perfeitamente negativa.

Carteira 60% de F e 40% de G

$$\bar{K}_P = (0,60 \times 17,5) + (0,40 \times 15,5)$$

$$\bar{K}_P = 16,7\%$$

$$\sigma_{PF,G} = 0,62 \times 0,000125 + 0,42 \times 0,000125 + 2,0 \times 0,6 \times 0,4 \times -0,000125$$

$$\sigma_{PF,G} = 0,22\%$$

Média ponderada dos desvios-padrão dos ativos individuais

$$MP = (0,6 \times 1,118) + (0,4 \times 1,118)$$

$$MP = 1,118\%$$

Novamente, em função do par de ativos apresentarem um coeficiente de correlação linear igual a -1,0, percebemos uma forte redução no risco total medido pelo desvio-padrão, que passou de 1,118% para 0,22%.

Carteira 70% de F e 30% de H

$$\bar{K}_P = (0,70 \times 17,5) + (0,30 \times 15,5)$$

$$\bar{K}_P = 16,90\%$$

$$\sigma_{PF,G} = 0,72 \times 0,000125 + 0,32 \times 0,000125 + 2,0 \times 0,7 \times 0,3 \times 0,000125$$

$$\sigma_{PF,G} = 0,01118 \times 100$$

$$\sigma_{PF,G} = 1,118\%$$

Média ponderada dos desvios-padrão dos ativos individuais

$$MP = (0,7 \times 1,118) + (0,3 \times 1,118)$$

$$MP = 1,118\%$$

Neste caso, para qualquer composição de carteira entre os ativos F e H, o desvio-padrão dos retornos esperados da carteira será sempre igual à média ponderada dos desvios-padrão dos retornos esperados dos títulos individuais. Assim, seria indiferente colocar o dinheiro numa carteira com apenas um ativo ou colocar o dinheiro numa carteira com dois ativos diferentes porque o risco total (medido pelo desvio-padrão) não sofreu nenhuma redução. Observe que neste par de ativos o coeficiente de correlação linear é igual a 1,0.

Logo, somente diante de pares de ativos com coeficiente de correlação linear menor do que 1,0 é que será possível ocorrer diminuição do risco total entre uma carteira com dois ativos diferentes e uma carteira com ativo individual (isolado).

5) Suponhamos que um investidor tenha como universo de investimentos apenas as três ações a seguir: Microsoft, Boeing (fabricação de aeronaves) e The Home Depot (loja de material de construção nos EUA). A seguir, os retornos observados destas ações:

Ano	Microsoft %	BOEING %	THE HOME DEPOT %
1991	122	5	161
1992	15,09	-16	50,3
1993	-5,43	7,8	-22
1994	51,29	8,7	16,5
1995	43,59	66,8	3,8
1996	88,33	35,9	5,0
1997	56,38	-8,1	76,2
1998	114,61	-33,1	107,9

Com base nestas informações, supondo-se que predomina a aversão ao risco:

a) caso o investidor esteja interessado em aplicar a sua sobra de caixa num destes três ativos, qual ativo seria escolhido?

Resposta 5a

b) supondo que o investidor esteja interessando em aplicar numa carteira com dois ativos diferentes, onde ele iria aplicar seu dinheiro?

Resposta 5b

Resposta 5a - carteira com apenas um ativo (ativo isolado)

a1) Retorno médio observado para cada um dos papéis:

$$\bar{k}_{\text{Microsofr}} = (122 + 15,09 - 5,43 + 51,29 + 43,59 + 88,33 + 56,38 + 114,61)/8$$

$$\bar{k}_{\text{Microsofr}} = 60,73\%$$

$$\bar{k}_{\text{Boeing}} = (5 - 16 + 7,8 + 8,7 + 66,8 + 35,9 - 8,1 - 33,10)/8$$

$$\bar{k}_{\text{Boeing}} = 8,375\%$$

$$\bar{k}_{\text{Depot}} = (161 + 50,3 - 22 + 16,5 + 3,8 + 5,0 + 76,2 + 107,9)/8$$

$$\bar{k}_{\text{Depot}} = 49,84\%$$

a2) Variância entre os retornos observados

$$\sigma^2 = \{[(122 - 60,73)^2 + (15,09 - 60,73)^2 + (-5,43 - 60,73)^2 + (51,29 - 60,73)^2 + (43,59 - 60,73)^2 + (88,33 - 60,73)^2 + (56,38 - 60,73)^2 + (114,61 - 60,73)^2]\}/(8-1)$$

$[(22 - 60,73)^2 + (15,09 - 60,73)^2 + (-5,43 - 60,73)^2 + (51,29 - 60,73)^2 + (43,59 - 60,73)^2 + (88,33 - 60,73)^2 + (56,38 - 60,73)^2 + (114,61 - 60,73)^2]/(8-1)}/10.000$

Microsoft: $\sigma^2 = 0,204012$

$\sigma^2 = \{[(5 - 8,375)^2 + (-16 - 8,375)^2 + (7,8 - 8,375)^2 + (8,7 - 8,375)^2 + (66,8 - 8,375)^2 + (35,9 - 8,375)^2 + (-8,1 - 8,375)^2 + (-33,10 - 8,375)^2]/(8-1)\}/10.000$

Boeing: $\sigma^2 = 0,096695$

$\sigma^2 = \{[(161 - 49,84)^2 + (50,3 - 49,84)^2 + (-22 - 49,84)^2 + (16,5 - 49,84)^2 + (3,8 - 49,84)^2 + (5 - 49,84)^2 + (76,2 - 49,84)^2 + (107,9 - 49,84)^2]/(8-1)\}/10.000$

The Home Depot: $\sigma^2 = 0,383220$

a3) Desvio padrão dos retornos observados

$\sigma = \sqrt{[(22 - 60,73)^2 + (15,09 - 60,73)^2 + (-5,43 - 60,73)^2 + (51,29 - 60,73)^2 + (43,59 - 60,73)^2 + (88,33 - 60,73)^2 + (56,38 - 60,73)^2 + (114,61 - 60,73)^2]/(8-1)}/10.000$

Microsoft: $\sigma = 45,17\%$

$\sigma = \sqrt{[(5 - 8,375)^2 + (-16 - 8,375)^2 + (7,8 - 8,375)^2 + (8,7 - 8,375)^2 + (66,8 - 8,375)^2 + (35,9 - 8,375)^2 + (-8,1 - 8,375)^2 + (-33,10 - 8,375)^2]/(8-1)}/10.000$

Boeing: $\sigma = 31,10\%$

$\sigma = \sqrt{[(161 - 49,84)^2 + (50,3 - 49,84)^2 + (-22 - 49,84)^2 + (16,5 - 49,84)^2 + (3,8 - 49,84)^2 + (5 - 49,84)^2 + (76,2 - 49,84)^2 + (107,9 - 49,84)^2]/(8-1)}/10.000$

The Home Depot: $\sigma = 61,90\%$

a4) Coeficiente de variação

CV Microsoft = $45,17/60,73$

CV Microsoft = 0,74

CV Boeing = $31,10/8,375$

CV Boeing = 3,71

CV Depot = $61,90/49,84$

CV Depot = 1,24

A Home Depot apresentou a maior variância e, evidentemente, o maior desvio-padrão, logo, em termos de valor absoluto, este seria o papel mais arriscado.

A Microsoft apresentou variância e desvio-padrão menor do que a Home Depot, porém, maior do que a Boeing.

A Boeing apresentou a menor variância e o menor desvio-padrão, logo, em termos de valor absoluto seria o menor risco.

Neste exemplo o ativo mais arriscado não foi aquele que apresentou a maior variância nem o maior desvio-padrão. Em termos de valor relativo, isto é, pela razão: “risco/retorno” o ativo mais arriscado foi a Boeing, justamente aquele que apresentou a menor variância e o menor desvio-padrão.

Na verdade, os três papéis são arriscados. Porém, para uma carteira com apenas um ativo, supondo a existência somente desses ativos, assim como, de que predomina a aversão ao risco, nenhum investidor racional escolheria o papel da Boeing nem o papel da Home Depot. Porque estes dois papéis apresentam risco maior e retorno menor que o papel da Microsoft.

Neste exemplo somente a ação da Microsoft poderia ser escolhida.

16

Resposta 5b - carteira com dois ativos diferentes

b1) covariância entre os retornos observados

$$\text{CovMic,Boe} = \{[(122 - 60,73) (5 - 8,375) + (15,09 - 60,73) (-16 - 8,375) + (-5,43 - 60,73) (7,8 - 8,375) + (51,29 - 60,73) (8,7 - 8,375) + (43,59 - 60,73) (66,8 - 8,375) + (88,33 - 60,73) (35,9 - 8,375) + (56,38 - 60,73) (-8,1 - 8,375) + (114,61 - 60,73) (-33,10 - 8,375)](8-1)\}/10.000$$

$$\text{CovMic,Boe} = -0,020915$$

$$\text{CovMic,Depot} = \{[(122 - 60,73) (161 - 49,84) + (15,09 - 60,73) (50,3 - 49,84) + (-5,43 - 60,73) (-22 - 49,84) + (51,29 - 60,73) (16,5 - 49,84) + (43,59 - 60,73) (3,8 - 49,84) + (88,33 - 60,73) (5 - 49,84) + (56,38 - 60,73) (76,2 - 49,84) + (114,61 - 60,73) (107,9 - 49,84)](8-1)\}/10.000$$

$$\text{CovMic,Depot} = 0,206037$$

$$\text{CovBoe,Depot} = \{[(5 - 8,375) (161 - 49,84) + (-16 - 8,375) (50,3 - 49,84) + (7,8 - 8,375) (-22 - 49,84) + (8,7 - 8,375) (16,5 - 49,84) + (66,8 - 8,375) (3,8 - 49,84) + (35,9 - 8,375) (5 - 49,84) + (-8,1 - 8,375) (76,2 - 49,84) + (-33,10 - 8,375) (107,9 - 49,84)](8-1)\}/10.000$$

$$\text{CovBoe,Depot} = -0,101748$$

b2) coeficiente de correlação linear entre os retornos observados

$$r_{\text{Mic},\text{Boe}} = -0,020915/(0,4517 \times 0,3110)$$

$$r_{\text{Mic},\text{Boe}} = -0,15$$

$$r_{\text{Mic},\text{Depot}} = 0,206037/(0,4517 \times 0,6190)$$

$$r_{\text{Mic},\text{Depot}} = 0,74$$

$$r_{\text{Boe},\text{Depot}} = -0,101748/(0,3110 \times 0,6190)$$

$$r_{\text{Boe},\text{Depot}} = -0,53$$

Neste exemplo, estamos diante de retornos observados que realmente aconteceram; não se trata de um exemplo puramente teórico. As três carteiras propostas: Microsoft/Boeing, Microsoft/Home Depot e Boeing/Home Depot apresentaram coeficientes de correlação linear menor do que +1,0, logo, para qualquer composição de carteira com dois ativos para estes três papéis, o risco de cada uma das carteiras, medido pelo desvio-padrão da carteira, seria sempre menor que a média ponderada dos desvios-padrão dos títulos individuais.

Neste exemplo, as duas melhores carteiras seriam aquelas formadas com papéis da Boeing, sendo que a carteira Boeing/Home Depot seria a menos arriscada, por apresentar um coeficiente de correlação linear mais próximo de -1,0. Exatamente, supondo que existissem apenas estes três ativos, os dois papéis rejeitados para uma carteira com apenas um ativo, formam o melhor par de ativos para uma

carteira com dois ativos. Este raciocínio se aplica também para uma carteira com vários ativos. Isto mostra a importância da diversificação na redução do risco em carteiras com mais de um ativo.

17

6) A tabela seguinte resume os retornos anuais que você teria obtido sobre duas empresas – Scientific Atlanta, fabricante de satélites e equipamentos de processamento de dados, e a AT&T, a gigante das telecomunicações, entre 1988 e 1998.

Ano	 Scientific Atlanta %	 %
1989	80,95	58,26
1990	-47,37	-33,79
1991	31,00	29,88
1992	132,44	30,35
1993	32,02	2,94
1994	25,37	-4,29
1995	-28,57	28,86
1996	0,00	-6,36
1997	11,67	48,64
1998	36,19	23,55

- Calcule o retorno médio observado para cada um dos dois papéis.
- Calcule a variância, o desvio-padrão e o coeficiente de variação para cada um dos papéis.
- Supondo que predomina a aversão ao risco, para uma carteira com um ativo isolado, qual seria o perfil do investidor para cada um dos dois papéis?
- Calcule a covariância e o coeficiente de correlação linear para este par de ativos.
- Este par de ativos seria uma boa dupla para uma carteira com dois ativos? Justifique.

Solução 6

18

Solução 6

6a) retorno médio observado para cada um dos ativos

$$\bar{K}_{\text{Atlanta}} = (80,95 - 47,37 + 31,0 + 132,44 + 32,02 + 25,37 - 28,57 + 11,67 + 36,19)/10$$

$$\bar{K}_{\text{Atlanta}} = 27,37\%$$

$$\bar{K}_{\text{AT}} = (58,26 - 33,79 + 29,88 + 30,35 + 2,94 - 4,29 + 28,86 - 6,36 + 48,64 + 23,55)/10$$

$$\bar{K}_{\text{AT}} = 17,80\%$$

6b) variância, desvio-padrão e coeficiente de variação

Atlanta

$$\sigma^2 = \{[(80,95 - 27,37)^2 + (-47,37 - 27,37)^2 + (31 - 27,37)^2 + (132,44 - 27,37)^2 + (32,02 - 27,37)^2 + (25,37 - 27,37)^2 + (-28,57 - 27,37)^2 + (0 - 27,37)^2 + (11,67 - 27,37)^2 + (36,19 - 27,37)^2]/(10-1)\}/10.000$$

$$\sigma^2 = 0,263756$$

$$\sigma = [(80,95 - 27,37)^2 + (-47,37 - 27,37)^2 + (31 - 27,37)^2 + (132,44 - 27,37)^2 + (32,02 - 27,37)^2 + (25,37 - 27,37)^2 + (-28,57 - 27,37)^2 + (0 - 27,37)^2 + (11,67 - 27,37)^2 + (36,19 - 27,37)^2]/(10-1)$$

$$\sigma = 51,36\%$$

$$CV = 51,36/27,37$$

$$CV = 1,88$$

AT&T

$$\sigma^2 = \{[(58,26 - 17,80)^2 + (-33,79 - 17,80)^2 + (29,88 - 17,80)^2 + (30,35 - 17,80)^2 + (2,94 - 17,80)^2 + (-4,29 - 17,80)^2 + (28,86 - 17,80)^2 + (-6,36 - 17,80)^2 + (48,64 - 17,80)^2 + (23,55 - 17,80)^2]/(10-1)\}/10.000$$

$$\sigma^2 = 0,077788$$

$$\sigma = [(58,26 - 17,80)^2 + (-33,79 - 17,80)^2 + (29,88 - 17,80)^2 + (30,35 - 17,80)^2 + (2,94 - 17,80)^2 + (-4,29 - 17,80)^2 + (28,86 - 17,80)^2 + (-6,36 - 17,80)^2 + (48,64 - 17,80)^2 + (23,55 - 17,80)^2]/(10-1)$$

$$\sigma = 27,89\%$$

$$CV = 27,89/17,80$$

$$CV = 1,57$$

6c) Para uma carteira composta com apenas um ativo isolado.

Supondo a existência de apenas estes dois papéis, a AT&T seria escolhida por investidores com maior aversão ao risco porque este tipo de investidor se satisfaz com um retorno menor, desde que assuma um risco menor. Neste exemplo, para o período entre 1988 e 1998, o papel da AT&T apresentou o menor retorno e, também, o menor risco para as três estatísticas medidoras de risco utilizadas para ativos isolados.

Por sua vez, o papel da Scientific Atlanta seria escolhido por investidores com menor aversão ao risco, porque este tipo de investidor está disposto a correr um risco maior, desde que, em contrapartida, receba um retorno maior.

6d) Covariância e coeficiente de correlação linear

$$\text{CovAtlanta,AT} = \{[(80,95 - 27,37) (58,26 - 17,80) + (-47,37 - 27,37) (-33,79 - 17,80) + (31 - 27,37) (29,88 - 17,80) + (132,44 - 27,37) (30,35 - 17,80) + (32,02 - 27,37) (2,94 - 17,80) + (25,37 - 27,37) (-4,29 - 17,80) + (-28,57 - 27,37) (28,86 - 17,80) + (0 - 27,37) (-6,36 - 17,80) + (11,67 - 27,37) (48,64 - 17,80) + (36,19 - 27,37) (23,55 - 17,80)]/(10-1)\}/10.000$$

$$\text{CovAtlanta,AT} = 0,077448$$

$$r_{\text{Atlanta,AT}} = 0,077448/0,5136 \times 0,2789$$

$$r_{\text{Atlanta,AT}} = +0,54$$

6e) Para uma carteira com dois ativos

Vamos supor que a carteira seria composta por 50% da Atlanta e 50% da AT&T.

Retorno observado da carteira:

$$\bar{K}_{P\text{Atlanta}} \text{, AT} = (0,50 \times 27,37) + (0,50 \times 17,80)$$

$$\bar{K}_{P\text{Atlanta}} \text{, AT} = 22,585\%$$

Média ponderada dos desvios-padrão dos títulos individuais:

$$MPDP = (0,50 \times 51,36) + (0,50 \times 27,89)$$

$$MPDP = 39,625\%$$

Desvio-padrão da carteira com dois ativos para a composição 50% para cada papel:

$$\sigma_P = [0,52 \times 0,263756 + 0,52 \times 0,077788 + 2,0 \times 0,50 \times 0,50 \times 0,077448] \times 100$$

$$\sigma_P = 35,23\%$$

Neste exemplo, também com dados reais, percebemos que a carteira com dois ativos seria preferível à carteira com apenas um ativo isolado porque o coeficiente de correlação linear entre os retornos observados dos dois ativos é $< +1,0$. Percebemos que a diversificação provocou uma redução no risco, medido pelo desvio-padrão dos retornos observados da carteira com dois ativos, pois o desvio-padrão da carteira é menor que a média ponderada dos desvios-padrão dos retornos observados dos títulos individuais ($35,23\% < 39,625\%$). Na medida em que o investidor distribui mais o seu dinheiro, isto é, diversifica suas aplicações, a tendência é a redução do risco da carteira. Essa redução é ainda mais rápida se a dupla de ativos com correlação negativa forem incorporadas à carteira.

19

7) Suponha que existam apenas dois ativos: o ativo A e o ativo B. Inicialmente, iremos operar com uma carteira com apenas um ativo (Ativo Isolado). A seguir, algumas informações sobre os ativos A e B:

Retorno médio esperado do ativo A = 25%

Coeficiente de variação do ativo A = 0,75

Retorno médio esperado do ativo B = 17,5%

Coeficiente de variação do ativo A = 0,45

Com base nesses dados, faça o que se pede a seguir.

- Calcule o retorno médio do desvio-padrão e da variância dos retornos esperados para os ativos A e B.
- Supondo que predomina a aversão ao risco, como seria a escolha da carteira com apenas um ativo por parte dos investidores? Explique.
- Avançando, suponha que a covariância entre os retornos esperados dos ativos A e B está estimada para -0,005.
- Calcule o coeficiente de correlação linear entre os retornos esperados dos ativos A e B.
- Seria interessante para os investidores aplicar suas sobras de caixa numa carteira composta por dois ativos diferentes?

Solução 7

8) Suponha que você possua uma fortuna (R\$2.000.000) investida no Bradesco FIA Multisetorial (um fundo de ações) e espera obter um retorno anual de 25%, com um desvio-padrão de 45%. Por algum motivo, a sua aversão ao risco aumentou e você decidiu trocar R\$500.000 do fundo de ações administrado pelo Bradesco para títulos do Tesouro Nacional. A taxa de títulos do Tesouro Nacional é de

9,25% (taxa livre de risco). Faça uma estimativa do retorno esperado e do desvio-padrão da sua nova carteira de investimentos.

Solução 8

20

Solução 7

7a) carteira com ativo isolado:

Sabemos que a fórmula do coeficiente de variação é a seguinte:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{K}}$$
 para valores históricos

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{K}}$$
 para valores esperados

Cálculo do desvio-padrão:

$$\sigma_A = 25,0 \times 0,75$$

$$\sigma_A = 18,75\%$$

$$\sigma_B = 17,5 \times 0,45$$

$$\sigma_B = 7,875\%$$

Cálculo da variância:

$$\sigma^2 = 0,18752$$

$$\sigma^2 = 0,035156 \text{ (ativo A)}$$

$$\sigma^2 = 0,078752$$

$$\sigma^2 = 0,006202 \text{ (ativo A)}$$

Percebemos que o ativo A é mais arriscado para as três estatísticas medidoras de risco operadas. Supondo que predomina a aversão ao risco, o ativo A poderia ser escolhido por investidores com menor aversão ao risco; enquanto o ativo B poderia ser escolhido por investidores com maior aversão ao risco. Por quê? Os investidores com menor aversão ao risco estão dispostos a correr mais risco, desde que o retorno esperado seja maior. Por sua vez, os investidores com maior aversão ao risco preferem ativos com risco menor, no entanto, aceitam retornos menores. Neste exemplo, o ativo A opera com o maior risco esperado e com o maior retorno esperado. O ativo B apresenta o menor retorno esperado e, também, o menor risco esperado.

7b) carteira com dois ativos:

$$r_{A,B} = \text{Cov}_{A,B} / (\sigma_A \cdot \sigma_B)$$

$$r_{A,B} = -0,005 / (0,1875 \times 0,07875)$$

$$r_{A,B} = -0,34$$

Percebemos que o $r_{A,B} < 1,0$, logo, seria preferível aplicar as sobras de dinheiro numa carteira com dois ativos diferentes ao invés de aplicar numa carteira com apenas um ativo isolado, porque o risco total medido pelo desvio-padrão dos retornos esperados da carteira, para qualquer composição de carteira entre os ativos A e B, será sempre menor que a média ponderada dos desvios-padrão dos títulos isolados. A diversificação irá permitir a redução do risco total. Essa dupla de ativos seria uma boa opção para uma carteira composta por vários ativos diferentes, porque ele apresenta correlação negativa.

A perseguição por duplas de ativos com correlação negativa deve ser a máxima de todo administrador de carteiras de ativos. Por quê? Porque, segundo Damodaran (2004), na medida em que o coeficiente de correlação entra em declínio, o mesmo ocorre com o desvio-padrão da carteira.

Solução 8

Neste exemplo, devemos considerar os títulos do Tesouro Nacional como sendo livres de risco, portanto, com desvio-padrão igual a 0%.

$$\bar{K}_P = (w_{Fundo} \times \bar{K}_{Fundo}) + (w_{Tesouro} \times \bar{K}_{Tesouro})$$

Sabemos que, antes do aumento da sua aversão ao risco, toda a sua sobra de caixa estava aplicada no fundo de ações, logo, o peso para o fundo era igual a 1,0 ou 100%. Agora, a situação mudou, a sua nova posição será: R\$ 500.000 em títulos, ou seja:

$$w_{Tesouro} = 500/2.000$$

$$w_{Tesouro} = 0,25 \text{ ou } 25\%$$

$$w_{Fundo} = 1.500/2.000$$

$$w_{Fundo} = 0,75 \text{ ou } 75\%$$

$$\bar{K}_P = (0,75 \times 25) + (0,25 \times 9,25)$$

$$\bar{K}_P = 21,06\%$$

Cálculo do desvio-padrão esperado da nova carteira:

$$\sigma_P = (0,75 \times 45) + (0,25 \times 0)$$

$$\sigma_P = 33,75\%$$

Percebemos que o aumento da aversão ao risco provocou a busca por um papel menos arriscado, no seu caso, foi um papel considerado livre de risco. Com isso, você teve o risco da sua carteira reduzido de 45% para 33,75%, por outro lado, a sua estimativa de retorno reduziu de 25% para 21,06%. O aumento na aversão ao risco fez com que você aceitasse um retorno menor com um risco menor. A diversificação permite que isto aconteça.

9) Suponhamos que você esteja interessado em criar uma carteira de investimentos com duas ações – Coca-Cola e Texas Utilities. Na última década, um investimento nas ações da Coca-Cola teria rendido um retorno médio anual de 25%, com um desvio-padrão em retornos de 36%. Um investimento nas ações da Texas Utilities teria rendido um retorno médio anual de 12%, com um desvio-padrão de 22%. A correlação em retornos entre as duas ações é de 0,28.

Com base nesses dados, resolva as questões a seguir.

a) Presumindo que a média e desvio-padrão, estimados a partir de retornos passados, irão se manter no futuro, faça uma estimativa dos retornos médios e desvio-padrão de uma carteira de investimentos de 60% de ações da Coca-Cola e 40% da Texas Utilities.

b) Faça uma estimativa da carteira de investimentos de variância mínima.

c) Agora, suponha que a diversificação internacional da Coca-Cola irá reduzir a correlação para 0,20, enquanto aumenta o desvio-padrão em retornos da Coca-Cola para 45%. Presumindo que todos os outros números permaneçam como estão, responda (a) e (b).

Solução 9

10) Suponhamos que existam no mundo apenas dois ativos: ouro e ações. Seu interesse é investir seu dinheiro em um ou em outro ou em ambos os ativos. Consequentemente, você junta os seguintes dados sobre os retornos dos dois ativos pelos últimos seis anos:

	Ouro	Mercado de Ações
Retorno médio	8%	20%
Desvio-padrão	25%	22%
Correlação		-0,4

Com base nesses dados, resolva as questões a seguir.

- Se você tivesse de escolher apenas um deles, qual escolheria?
- Se um amigo argumentasse que você está errado, pois está ignorando grandes rendimentos que poderia obter com o ouro, como você conseguiria reduzir sua preocupação?
- Como se comportaria uma carteira de investimentos composta de proporções iguais de ouro e ações, em termos de média e desvio-padrão?
- Você ficou sabendo que o GPEC (um cartel de países produtores de ouro) determinará o montante de ouro que produzirá a partir dos preços de ações nos EUA. (O GPEC irá produzir menos ouro quando os mercados de ações estiverem em alta e mais quando estiverem em baixa). Que efeito isso provocará sobre suas carteiras de investimentos? Explique.

Solução 10

23

Solução 9

9a) carteira composta por 60% da Coca-Cola e 40% da Texas

$$\bar{K}_P = (0,6 \times 25) + (0,4 \times 12)$$

$$\bar{K}_P = 19,8\%$$

$$\sigma_P = 0,62 \cdot 362 + 0,42 \cdot 222 + 2,0 \cdot 0,6 \cdot 0,4 \cdot 36 \cdot 22 \cdot 0,28$$

$$\sigma_P = 25,50\%$$

Você poderia calcular o desvio-padrão da carteira a partir da covariância, para tanto se faz necessário calcular a covariância:

$$\text{CovCoca-Cola, Texas} = 0,28 \times 0,36 \times 0,22$$

$$\text{CovCoca-Cola, Texas} = 0,022176$$

$$\sigma_P = 0,62 \cdot 0,362 + 0,42 \cdot 0,222 + 2,0 \cdot 0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,022176$$

$$\sigma_P = 0,2550 \times 100$$

$$\sigma_P = 25,50\%$$

Calcular a média ponderada dos desvios-padrão dos títulos individuais:

$$\text{MPDP} = (0,6 \times 36) + (0,4 \times 22)$$

$$\text{MPDP} = 30,40\%$$

Logo, $25,50\% < 30,40\%$, qual a causa? O fato de o coeficiente de correlação linear ser $< +1,0$.

9b) Cálculo da carteira de variância mínima, também conhecida por carteira de menor variância.

Nós iremos operar, na verdade, a carteira de menor desvio-padrão. Para encontrarmos a carteira de menor desvio-padrão, devemos primeiro calcular o peso de cada um dos ativos na carteira:

Fórmula geral:

$$w_X = (\sigma^2_Y - \text{CovX, Y}) / [(\sigma^2_X + \sigma^2_Y) - (2 \cdot \text{CovX, Y})]$$

$$w_Y = (\sigma^2_X - \text{CovX, Y}) / [(\sigma^2_X + \sigma^2_Y) - (2 \cdot \text{CovX, Y})]$$

Para o nosso exemplo temos:

$$w_{\text{Coca-Cola}} = (\sigma^2_{\text{Texas}} - \text{CovCoca-Cola, Texas}) / [(\sigma^2_{\text{Coca-Cola}} + \sigma^2_{\text{Texas}}) - (2 \cdot \text{CovCoca-Cola, Texas})]$$

$$w_{\text{Coca-Cola}} = (0,222 - 0,022176) / [(0,362 + 0,222) - (2 \times 0,022176)]$$

$$w_{\text{Coca-Cola}} = 0,026224 / 0,133648$$

$$w_{\text{Coca-Cola}} = 0,1962 \times 100$$

$$w_{\text{Coca-Cola}} = 19,62\%$$

Como o somatório dos pesos tem que ser igual a 1,0 ou 100%:

$$w_{\text{Texas}} = 1,0 - 0,1962$$

$$w_{\text{Texas}} = 0,8038 \text{ ou } 80,38\%$$

Portanto, a carteira com menor variância será composta por 19,62% da Coca-Cola e 80,38% da Texas.

Retorno da carteira de menor variância:

$$\bar{R}_P = (0,1962 \times 25) + (0,8038 \times 12)$$

$$\bar{R}_P = 14,55\%$$

Desvio-padrão da carteira:

$$\sigma_P = \sqrt{0,19622 \cdot 0,362 + 0,80382 \cdot 0,222 + 2,0 \cdot 0,1962 \cdot 0,8038 \cdot 0,022176}$$

$$\sigma_P = 0,2080 \times 100$$

$$\sigma_P = 20,80\%$$

O que significa a carteira de menor variância (na verdade a carteira de menor desvio-padrão, porque se fossemos calcular a carteira de menor variância o valor encontrado seria = 0,20802 = 0,043264)?

O desvio-padrão e a variância da carteira de dois ativos é uma função da correlação entre os retornos dos dois ativos. Quanto maior a correlação dos retornos entre os dois ativos, menor o benefício da diversificação. A carteira de menor variância é uma carteira que funciona como uma espécie de divisor de águas. Por quê? Neste exemplo, qualquer carteira com retorno superior a 14,55% irá apresentar desvio-padrão da carteira > 20,80%. Por sua vez, qualquer carteira com retorno < 14,55% irá apresentar desvio-padrão da carteira > 20,80%.

Neste exemplo, investidores com maior aversão ao risco irão escolher a carteira de menor variância. Na medida em que carteiras formadas pelo par de ativos composto pela Coca-Cola e pela Texas Utilities, se afastarem da carteira de menor variância, menor será a aversão ao risco, porque o investidor irá aceitar risco esperado maior, porém, com retorno esperado também maior.

Nenhuma carteira abaixo da carteira de menor variância seria escolhida, porque seria um comportamento irracional do investidor: aceitar carteira com risco esperado maior e retorno esperado menor que o da carteira de menor variância não faz qualquer sentido. Não esqueça que estamos supondo que o nosso investidor típico é uma pessoa com aversão ao risco.

Mais uma vez você deve estar observando que existe uma preocupação com a aversão ao risco. Quanto maior a aversão, menor será a vontade por parte do investidor em se expor ao risco. Por outro lado, quanto menor a aversão ao risco, maior a disposição para correr risco, no entanto, maior também será a exigência de maiores retornos.

9c) Coca-Cola: retorno esperado = 25%; desvio-padrão esperado = 45%; Texas Utilities: retorno esperado = 12%; desvio-padrão = 22%. Coeficiente de correlação = 0,20.

Retorno esperado da carteira será o mesmo, logo:

$$\bar{R}_P = (0,6 \times 25) + (0,4 \times 12)$$

$$\bar{R}_P = 19,8\%$$

Desvio-padrão da carteira:

$$\sigma_P = \sqrt{0,62 \cdot 0,452 + 0,42 \cdot 0,222 + 2,0 \cdot 0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,45 \cdot 0,22 \cdot 0,20} \times 100$$

$$\sigma_P = 30,02\%$$

$$MPDP = [(0,6 \times 0,45) + (0,4 \times 0,22)] \times 100$$

$$MPDP = 35,80\%$$

Carteira de menor variância, na verdade de menor desvio-padrão:

$$w_{Texas} = (\sigma^2_{Coca-Cola} - Cov_{Coca-Cola, Texas}) / [(\sigma^2_{Coca-Cola} + \sigma^2_{Texas}) - (2 \cdot Cov_{Coca-Cola, Texas})]$$

$$w_{Texas} = (0,452 - 0,022176) / [(0,452 + 0,222) - (2 \times 0,022176)]$$

$$w_{Texas} = 0,180324 / 0,206548$$

$$w_{Texas} = 0,8730 \times 100$$

$$w_{Texas} = 87,30\%$$

$$w_{Coca-Cola} = 1,0 - 0,8730$$

$$w_{Coca-Cola} = 0,1270 \text{ ou } 12,70\%$$

Retorno da carteira de menor variância:

$$\hat{k}_P = (0,1270 \times 25) + (0,8730 \times 12)$$

$$\hat{k}_P = 13,65\%$$

Desvio-padrão da carteira:

$$\sigma_P = \sqrt{0,1270^2 \cdot 0,452 + 0,8730^2 \cdot 0,222 + 2,0 \cdot 0,1270 \cdot 0,8730 \cdot 0,45 \cdot 0,22 \cdot 0,20}$$

$$\sigma_P = 0,2110 \times 100$$

$$\sigma_P = 21,10\%$$

Observamos que a nova situação proposta pelo autor deste exemplo, Damodaran (2004), nos mostra que a maior exposição da Coca-Cola no resto do mundo irá aumentar a dispersão dos seus retornos esperados (aumento do desvio-padrão), este aumento irá provocar uma maior incerteza na carteira.

A dupla de ativos Coca-Cola/Texas Utilities sinaliza o mesmo retorno esperado para a composição 60%/40%, porém, o novo desvio-padrão da carteira subiu em função do aumento do risco da Coca-Cola. O aumento no risco da carteira foi menos que o proporcional ao aumento do desvio-padrão da Coca-Cola (17,72% contra 45%), em função da melhora do coeficiente de correlação linear (caiu de 0,28 para 0,20). Para a carteira de menor desvio-padrão, o retorno esperado da carteira caiu, enquanto o desvio-padrão aumentou. A queda do retorno esperado da carteira deve-se ao aumento da participação da ação da Texas. O aumento do risco da carteira foi decorrência, também, da maior dispersão nos retornos esperados da Coca-Cola.

24

Solução 10

10a) Diante de uma carteira com apenas um ativo, seria escolhida a carteira de mercado de ações, porque predomina a aversão ao risco. O ouro, além de apresentar o menor retorno, apresenta também o maior risco, tanto em termos absolutos, desvio-padrão, quanto em termos relativos, coeficiente de variação:

$$CV_{ouro} = 25/8$$

$$CV_{ouro} = 3,125 \text{ ou } 312,50\%, \text{ muito volátil.}$$

$$CV_{ações} = 22/20$$

$$CV_{ações} = 1,10$$

Com base no coeficiente de variação, o ouro seria: $3,125/1,10 = 2,84$ vezes mais arriscado.

10b) O melhor caminho seria operar uma carteira composta pelos dois ativos, pois este par de ativos apresenta correlação negativa. Com isso, o risco total medido pelo desvio-padrão para qualquer composição de carteira entre o ouro e as ações seria reduzido.

10c) carteira composta por 50% de ouro e 50% de ações

$$\hat{k}_P = (0,5 \times 8) + (0,5 \times 20)$$

$$\hat{k}_P = 14\%$$

$$\sigma_P = 0,52 \cdot 0,252 + 0,52 \cdot 0,222 + 2,0 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,25 \cdot 0,22 \cdot -0,4$$

$$\sigma_P = 0,1293 \times 100$$

$$\sigma_P = 12,93\%$$

$$MPDP = (0,5 \times 25) + (0,5 \times 22)$$

$$MPDP = 23,5\%$$

O risco da carteira seria sensivelmente reduzido em comparação com a média ponderada dos desvios-padrão dos retornos dos ativos individuais. A diversificação, diante de pares de ativos com coeficiente de correlação linear $< +1,0$, será preferível à carteira com ativo isolado.

10d) Com base neste exemplo, esta política pretendida pelo cartel poderia tornar o preço do ouro menos volátil, com isso, o desvio-padrão dos retornos do ativo poderia ser reduzido, o que tornaria o ativo menos arriscado.

25

RESUMO

A maioria dos investidores, ao invés de aplicar todo o seu dinheiro num único ativo, mantém carteiras de ativos; isto é, espalha o seu dinheiro em número maior de ativos.

Uma carteira ou portfólio eficiente maximiza retornos para determinado nível de risco ou minimiza o risco para dado nível de retorno.

Nem sempre a taxa esperada de retorno é igual à de retorno realizada.

O retorno esperado de uma carteira é, simplesmente, a média ponderada dos retornos esperados dos ativos individuais da carteira.

A base do processo de investimento em carteiras está no conceito estatístico de correlação.

A correlação entre duas variáveis indica a maneira como elas se movem em conjunto. A quantificação desse relacionamento é obtida estatisticamente por meio do coeficiente de correlação, que pode variar de $+1,0$ a $-1,0$.

Na média, o coeficiente de correlação para os retornos de duas ações selecionadas aleatoriamente seria de cerca de $+0,6$ e, para a maioria dos pares de ações, r deve cair na faixa entre $+0,5$ e $+0,7$. Sob essas condições, combinar ações em carteira reduz o risco, mas não o elimina completamente.

UNIDADE 2 – RISCO E RETORNO
MÓDULO 3 – RISCO SISTEMÁTICO

01

1- RISCO E RETORNO: O MODELO DE PRECIFICAÇÃO DE ATIVOS DE CAPITAL – CAPM

Segundo Gitman (2004), o aspecto mais importante do risco é o risco total do ativo, tal como visto pelos investidores no mercado. Ele afeta sensivelmente as oportunidades de investimento e – mais importante ainda – a riqueza dos proprietários. A teoria básica que liga o risco e o retorno de todos os ativos é o **modelo de precificação de ativos de capital (Capital Asset Pricing Model – CAPM)**.

Esse modelo deu aos professores Harry Markowitz e William F. Sharpe, o prêmio Nobel de Economia de 1990.



Segundo Damodaran (2004), o modelo de risco e retorno, que está há mais tempo em uso e que ainda é o padrão na maioria das análises, é o CAPM. O modelo supõe que não existem custos de negociação, que todos os ativos são negociados, e que os investimentos são infinitamente divisíveis (isto é, que é possível comprar qualquer fração de uma unidade do ativo). Ele também supõe que todos tenham acesso às mesmas informações e que os investidores, portanto, não podem encontrar ativos subvalorizados ou supervalorizados no mercado. Acertar esses pressupostos permite que os investidores sigam diversificando sem custos adicionais.

02

2 - TIPOS DE RISCO

O risco total de um ativo pode ser medido pelo desvio-padrão ou pela variância desse ativo. Suponhamos que você acabou de calcular o desvio-padrão dos retornos observados ou dos retornos esperados de um ativo e que o valor encontrado seja de 20%. Portanto, o risco total desse ativo seria igual a 20%.

O **risco total** de um ativo é formado por duas partes:

Risco total = risco sistemático + risco não sistemático

O **risco sistemático**, também chamado de **não diversificável** ou **de mercado** é aquele tipo de risco que não pode ser eliminado (ou reduzido) pela diversificação estando sempre presente na estrutura de uma carteira de investimento (portfólio).



Esse tipo de risco é causado por fatores que afetam muitos, quando não todos, os investimentos: guerras, variação nos níveis dos preços, inflação (elevação e deflação), queda, taxas de juros, taxas de câmbio, variações no PIB (do estado normal para o estado de recessão; do estado normal para o estado de forte crescimento) incidentes internacionais, eventos políticos etc.

Exemplo

Exemplo

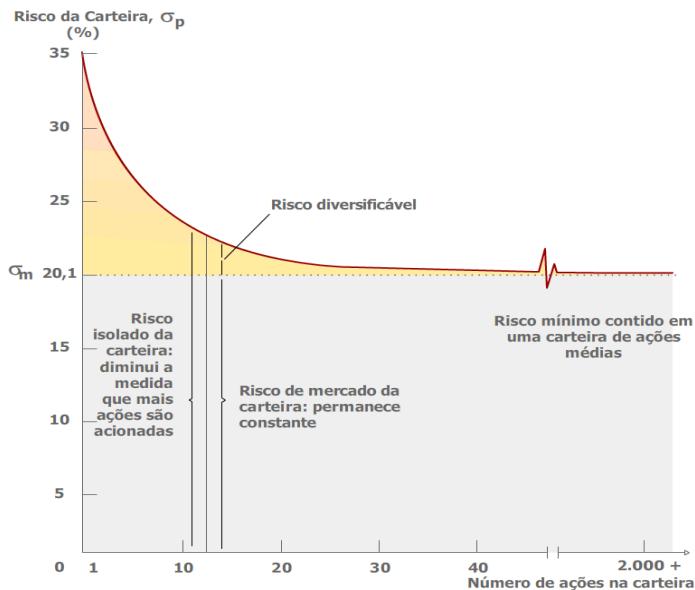
Por exemplo, quando o Banco Central resolve subir a taxa de juro básica na economia, a tendência é que a taxa de juros para os tomadores de empréstimos aumente, logo, empresas que tenham alguma dependência de empréstimos/emissão de dívidas terão suas despesas financeiras aumentadas, normalmente com reflexos sobre a lucratividade e, por conseguinte, sobre o retorno do investimento. Outras empresas, que não são tomadoras de empréstimos, porém, aplicadoras de dinheiro, serão beneficiadas.

O mesmo seria válido quando a taxa de câmbio se valoriza. Os exportadores irão reclamar, enquanto os importadores irão sorrir. Tanto uma quanto outra (juros/câmbio) são situações que estão fora do controle dos investidores, ou seja, todos estão sujeitos a esses acontecimentos; de nada irá adiantar se aborrecer com o presidente do Banco Central, pois ele costuma ter como missão cuidar da inflação; ele não irá baixar os juros porque uma dada empresa está insatisfeita com os juros elevados.

[>Fechar](#)

03

O risco **não sistemático** também chamado de risco **diversificável** ou **risco específico** é aquele tipo de risco que poderá ser diminuído ou eliminado pela diversificação. Esse tipo de risco é aquele que afeta um único ativo (específico) ou um pequeno grupo de ativos.



O risco diversificável é causado por eventos aleatórios como processos judiciais, greves, programas de marketing bem ou mal sucedidos, ganho ou perda de um grande contrato, e outros eventos específicos de uma empresa em particular ou de um pequeno grupo de empresas.

Exemplo

Segundo Damodaran (2006), quando investimos em apenas um ativo (carteira com ativo isolado) estaremos expostos tanto ao risco específico do ativo quanto ao risco de mercado. Se, no entanto, expandirmos nossa carteira para que inclua outros ativos (caderneta de poupança, fundos de renda fixa, fundos de ações, CDBs, RDBs, ações, títulos do governo, imóveis de renda etc.) estaremos diversificando e, ao fazê-lo, poderemos reduzir nossa exposição ao risco específico (diversificável) de um ativo.

Exemplo

Vamos pensar na Embraer (Empresa Brasileira de Aeronáutica S.A.), uma das maiores empresas aeroespaciais do mundo. Essa empresa fabrica aeronaves: a) comerciais (é líder mundial no segmento de jatos regionais); b) de defesa (não apenas para a força aérea brasileira, mas para mais de 20 países); c) para a classe executiva.

Suponhamos que a Embraer esteja desenvolvendo um projeto para a classe executiva que envolverá milhões de dólares (US\$). Caso esse projeto alcance ou ultrapasse as metas, a riqueza do acionista da Embraer será aumentada, o acionista, portanto, ficará feliz. Caso o projeto se transforme num fracasso, a riqueza do acionista será diminuída, este, portanto, ficará aborrecido; a Embraer irá perder competitividade. O sucesso do projeto não ficará restrito apenas ao caixa da Embraer e a conta corrente dos seus acionistas, irá se alastrar para um pequeno grupo de agentes econômicos que estão em volta da Embraer. Por exemplo, seus fornecedores, pois eles terão de produzir mais para atender a Embraer. Caso o projeto seja um fracasso, o efeito negativo também irá afetar os fornecedores da Embraer, com a contração dos pedidos feitos pela empresa.

Observe que o sucesso ou o fracasso do projeto da Embraer não irá afetar em cheio a Fiat localizada em

Betim; a indústria de calçados no RS; a indústria de pneus; o setor automobilístico; a Petrobras; a Vale; a Aracruz Celulose etc. Logo, um projeto desenvolvido na Embraer irá ficar restrito a ela, especificamente, e a um pequeno número de agentes econômicos que tenham ligação com os negócios da Embraer.

04

Há dois motivos pelos quais a diversificação reduz ou elimina o risco específico de um ativo. O primeiro é que cada investimento em uma carteira diversificada (com muitos ativos diferentes) constitui um percentual muito pequeno daquela carteira do que se a carteira não fosse diversificada. Por exemplo, se o nosso dinheiro estivesse todo aplicado em ações da Embraer, qualquer problema sério nessa empresa iria afetar em cheio o retorno do nosso investimento. Agora, se a Embraer fosse um dos cinqüenta ativos diferentes do nosso portfólio (carteira) e, com uma participação não muito expressiva, um problema de retorno com a Embraer poderia ser compensado pelos demais integrantes da carteira.

O segundo motivo é que os eventos que representam riscos específicos de um ativo podem ser negativamente relacionados com os riscos específicos de outros ativos que compõem a carteira. Assim, em carteiras muito diversificadas, o risco específico tenderá a zero e não afetará o valor da carteira.

Portanto, o retorno esperado de um ativo com risco depende apenas do risco sistemático desse ativo. Como o risco diversificável pode ser eliminado pela diversificação, não existe qualquer recompensa por assumi-lo. **O mercado não recompensa riscos desnecessários.**

Segundo Ross, Westerfield e Jordan (2000), existe um corolário óbvio deste princípio: independentemente de quanto risco total (valor do desvio-padrão) um ativo tenha, apenas a porção de risco sistemático é relevante para determinar o retorno esperado (e o prêmio por risco) desse ativo.

05

Exemplos

1) David Talbot selecionou randomicamente para sua carteira, títulos de todos aqueles listados na New York Stock Exchange. Ele começou com um título e foi adicionando de um, até o total de 20 títulos mantidos na carteira. Depois que cada título foi adicionado, David calculou o desvio padrão da carteira, σ_{kp} . Os valores calculados são apresentados abaixo:

Numero de Títulos	Risco da Carteira σ_{kp} (%)	Numero de Títulos	Risco da Carteira σ_{kp} (%)
1	14,50	11	7,00
2	13,30	12	6,80
3	12,30	13	6,70
4	11,20	14	6,65
5	10,30	15	6,60
6	9,50	16	6,56
7	8,80	17	6,52
8	8,20	18	6,50
9	7,70	19	6,48
10	7,30	20	6,47

a) No conjunto de eixos de números de títulos de uma carteira (eixo X) – risco da carteira (eixo Y), marque os dados do risco da carteira fornecidos na tabela precedente.

b) Dívida, no gráfico, o risco total da carteira em seus componentes de risco não-diversificável e diversificável e classifique cada um deles, no gráfico.

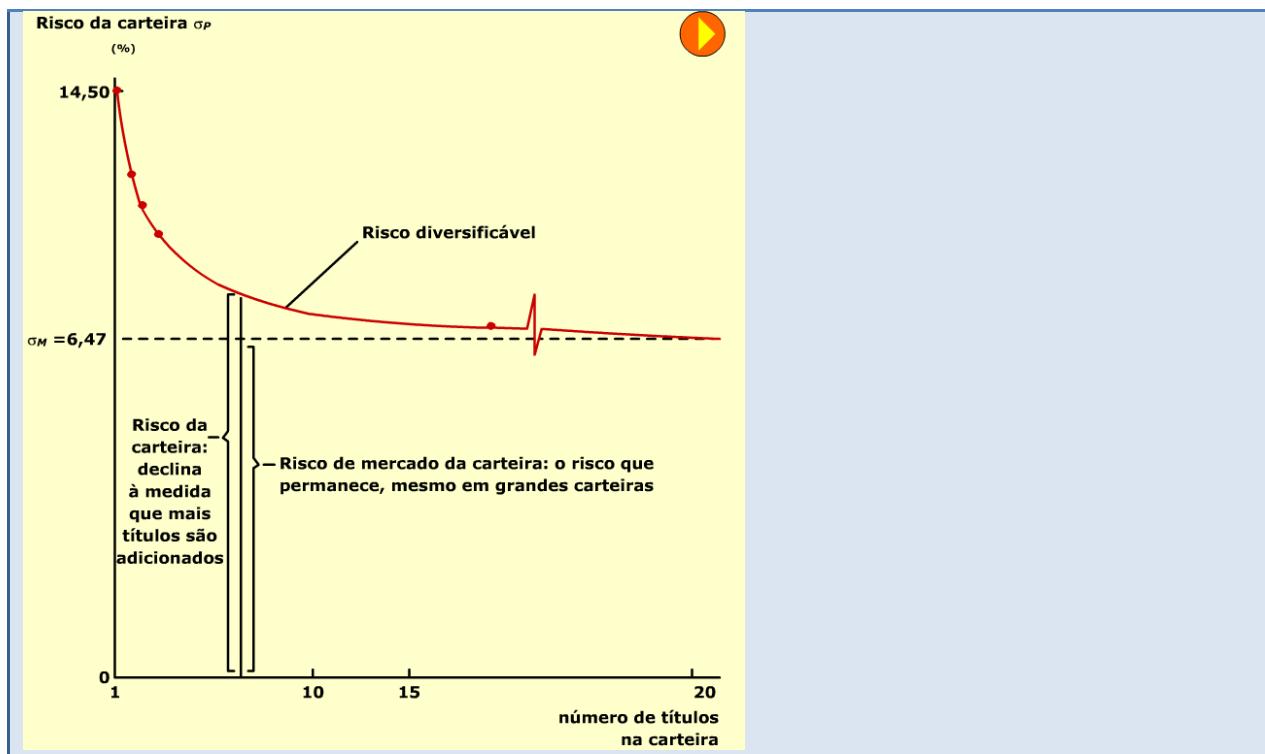
Soluções a e b

2) Considere as seguintes informações referentes a dois títulos.

Ativo	Desvio-padrão	Risco sistemático
A	40%	0,50
B	20%	1,50

- a) Qual deles tem o maior risco total?
- b) Qual tem o maior risco não sistemático?
- c) Qual tem o maior risco sistemático?
- d) Qual é o ativo com maior prêmio por risco?
- e) Qual é o ativo que será exigido o maior retorno esperado?

Solução



Solução

- a) O ativo A tem o maior risco total porque tem o maior desvio-padrão, mas tem um risco sistemático substancialmente menor.
- b) Como o risco total é a soma do risco sistemático com o não sistemático, o ativo A deve ter um risco não sistemático maior.
- c) O ativo B tem o maior risco sistemático e o menor risco total.
- d) O ativo com maior prêmio por risco é o Ativo B que tem o maior risco sistemático.
- e) O maior retorno esperado será exigido do ativo B que tem o maior risco sistemático.

06

3 - O MODELO

O CAPM liga o risco sistemático (não diversificável) ao retorno para todos os ativos. Segundo Brigham e Ehrhardt (2006) a principal conclusão do CAPM é esta: o risco relevante de um ativo individual é sua contribuição para o risco de uma carteira bem diversificada. Em outras palavras, o risco da Embraer para um investidor que tenha uma carteira com dez ativos diferentes ou para um administrador de um fundo de investimento que administre uma carteira com duzentos ativos diferentes será a contribuição que o papel da Embraer traz ao risco da carteira.

O papel (ação, debênture, *commercial paper* etc.) pode ser bastante arriscado se mantido individualmente, mas se metade do seu risco puder ser eliminado pela diversificação, então o risco relevante, que é sua contribuição ao risco da carteira, é muito menor que seu risco isolado.

**Como o risco sistemático é mensurado?**

A medida específica para o risco sistemático é o coeficiente beta, β . Segundo Ross, Westerfield e Jordan (2000), o coeficiente beta, β , nos diz quanto risco sistemático determinado ativo tem em relação a um ativo médio. Por definição, um ativo médio tem beta igual a 1,0 em relação a ele mesmo. Um ativo com beta igual a 0,5 tem, portanto a metade do risco sistemático de um ativo médio; um ativo com beta igual a 2,0 tem o dobro.

07

Qual a referência para um ativo médio, k_M ?

Quando pensamos num ativo médio, estamos nos referindo à carteira de mercado. Segundo Damodaran (2006), no CAPM supomos que a carteira de mercado contenha todos os ativos negociados no mercado e não apenas ações, portanto: ações, imóveis, ouro, obras de arte, títulos de dívida etc. Nos livros sobre

finanças, a referência mais utilizada para caracterizar a carteira média de mercado é o Índice Standard & Poor's 500 - S & P 500 -, que reúne as 500 ações mais negociadas na bolsa de Nova York.

Por exemplo, suponha que, nos últimos doze meses, o índice S & P 500 tenha apresentado um retorno de 10%, logo, para os últimos doze meses, a taxa média de mercado, kM , a ser operada no CAPM (caso este índice seja a taxa de referência para a média de mercado) será de 10%. Suponha que os analistas ou os investidores estejam estimando para os próximos doze meses ou seis meses ou outro período qualquer para o S & P 500 um retorno de 8,5%, portanto este será o valor a ser estimado como taxa média de mercado no CAPM.

Beta de um ativo livre de risco, β_{RF}

Um ativo livre de risco, por definição, tem um retorno esperado que será sempre igual ao retorno realizado. Um ativo livre de risco não contém nem risco sistemático nem risco não sistemático.

O beta de um ativo livre de risco é igual a zero:

$$\beta_{RF} = 0.$$

Logo, o beta de um ativo livre de risco não será afetado pelas variações de mercado.

08

Como dimensionar a taxa livre de risco, RF , *riskfree rate*?

Suponha que o investidor esteja nos EUA, para efetuar operações naquele mercado. A referência para o ativo livre de risco serão os títulos do Tesouro dos EUA. Suponha que seja feito um investimento no Treasury Bill - **T-bill** - uma letra do Tesouro de curto prazo, com vencimento até um ano. Se a operação for por seis meses e os Treasuries para este período for de 3,0% ao ano, a taxa livre de risco a ser operada será de 3,0%. Caso a operação fique entre 1 e 10 anos a referência será uma Nota do Tesouro. Caso a operação seja de 10 anos ou mais anos, a referência para a taxa livre de risco será uma Obrigação do Tesouro.

Segundo Damodaran (2007) a premissa para um ativo livre de risco é que o governo emissor do título não fique inadimplente, ao menos em moeda local. Em muitos países emergentes, essa premissa nem sempre pode ser vista como razoável. Em uma operação no Brasil, por exemplo, como calcular a taxa livre de risco? O autor sugere que se olhe para a classificação de crédito do Brasil junto às empresas de Rating. Como o Brasil recebeu, em 2008, o selo de **investment grade** pela agência classificadora Standard & Poor's com classificação BBB (risco acima da média), devemos colocar o spread por inadimplência para títulos com esta classificação e diminuir este valor da taxa paga pelo Tesouro.



Por exemplo, suponha que para a classificação “BBB” o risco de inadimplência fosse de 1,5%. Se o Tesouro está pagando uma taxa de 11,75% ao ano, devemos fazer o seguinte cálculo: $11,75 - 1,5 = 10,25\%$. Esta seria a nossa referência para uma taxa livre de risco naquele momento. No caso dos títulos do Tesouro dos EUA, o risco de inadimplência é tido como sendo igual a zero.

09

4 - CLASSIFICAÇÃO DO BETA DE UM ATIVO, BJ

Suponhamos que o beta da Petrobras seja igual a 0,7, logo, como comparar este beta? Todo beta deverá ser comparado com o beta médio de mercado, ou seja, com o beta igual a 1,0. No caso do beta 0,7, isto significa que estamos diante de um beta defensivo porque é menor que o beta médio de mercado.

Suponhamos que o beta da CBD (Companhia Brasileira de Distribuição) seja igual a 1,7, como classificar este beta? Por ser um beta maior do que o beta de risco médio, 1,0, estamos diante de um beta agressivo, mais volátil.

Agora suponhamos que o beta da Vale seja igual a 1,0, como classificar este beta? Por ser um beta igual ao beta médio de mercado, estamos diante de um beta com risco médio.

Os betas dos ativos serão sempre fixos? Não, vamos olhar para o caso do beta hipotético da Petrobras. Ele poderá ser alterado a qualquer momento e o mesmo vale para o beta da CBD e da Vale, porém, no caso do beta do ativo livre de risco, este será sempre igual a zero, assim como no caso do beta da carteira média de mercado que será sempre igual a 1,0, por definição.

Existem ativos com beta negativo? Segundo Brigham e Ehrhardt (2006), teoricamente é possível para um ativo ter um beta negativo. Nesse caso, os retornos do ativo tenderiam a aumentar quando os retornos de outros ativos caísssem. Na prática, os autores nunca viram um ativo com beta negativo. Isto não impede que um ativo em determinado período do ano ou mesmo em determinado ano possa se mover contra o mercado como um todo, embora o beta do ativo seja positivo. Como exemplo, podemos mencionar a ação da Gol (empresa de aviação civil) que, a partir de março/abril de 2007 até o final do ano de 2007, em que pese ter um beta positivo, andou o tempo todo em sentido contrário ao mercado.

10

Exemplos

1) Uma empresa deseja avaliar o impacto das mudanças no retorno de mercado sobre o ativo que tem um beta de 1,20.

- a) Se o retorno de mercado aumentou em 15%, que impacto poderia esperar-se dessa mudança sobre o retorno do ativo?
- b) Se o retorno de mercado diminui em 8%, que impacto poderia ocorrer sobre o retorno do ativo?
- c) Se o retorno de mercado não muda, que impacto, se houver, poderia sofrer o retorno do ativo?
- d) Esse ativo poderia ser considerado mais, ou menos, arriscado que o mercado?

Solução 1

2) Uma empresa deseja avaliar o impacto das mudanças no retorno de mercado sobre o ativo que tem um beta de 2,20.

- a) Se o retorno de mercado aumentou em 25%, qual o impacto dessa mudança sobre o retorno do ativo?
- b) Se o retorno de mercado diminuiu em 8%, qual o impacto dessa mudança sobre o retorno do ativo?
- c) Se o retorno de mercado não muda, qual impacto, se houver, poderia ser esperado sobre o retorno do ativo?
- d) Esse ativo poderia ser considerado mais ou menos arriscado que o mercado? Explique.

Solução 2**Solução 1**

- a) $(1,20 \times 0,15) \times 100 = 18\%$. O retorno exigido sobre o ativo deve elevar-se em 18%.
- b) $(1,20 \times -0,08) \times 100 = -9,6\%$. O retorno exigido sobre o ativo deve reduzir-se em 9,6%.
- c) Nenhum impacto.
- d) O ativo retrata um risco sistemático ou de mercado ou não-diversificável, mais alto que o da carteira de mercado ($\beta_m = 1,00$), sendo, por isso, interpretado como investimento agressivo.

Solução 2

- a) $25 \times 2,20 = 55\%$
- b) $(-8) \times 2,20 = (-17,6\%)$
- c) Nenhum impacto.
- d) Esse ativo seria mais arriscado, pois opera com um beta superior ao beta de mercado. O beta do ativo é igual a 2,20, enquanto o de mercado é de 1,00.

11

3) Responda às questões abaixo para os ativos, A–D.

Ativo	Beta
A	0,50
B	1,60
C	-0,20
D	0,90

- a) Que impacto poderia esperar-se do aumento de 10% no retorno de mercado sobre cada retorno do ativo?
- b) Que impacto poderia esperar-se da diminuição de 10% no retorno de mercado sobre cada retorno do ativo?

c) Se você tivesse certeza de que o retorno de mercado poderia diminuir em futuro próximo, que ativo você preferiria?

Solução 3

4) Ação A tem beta de 0,80, a Ação B tem beta de 1,40 e a ação C tem beta de -0,3.

- a) Classifique essas ações, da mais arriscada à menos arriscada.
- b) Se o retorno sobre a carteira de mercado aumenta em 12%, que mudança, no retorno para cada ação você poderia esperar?
- c) Se o retorno sobre a carteira de mercado diminui em 5%, que mudança no retorno para cada ação você poderia esperar?
- d) Se você pressentiu que o mercado de ações estava pronto para experimentar uma baixa significante, que ação provavelmente você adicionaria à sua carteira?
- e) Se você previu uma forte recuperação do mercado de ações, qual ação você poderia adicionar à sua carteira? No item “a”, observa-se que um aumento sobre a carteira de mercado, a Ação B é a que opera com maior retorno; ela opera com beta maior; logo, numa expectativa de forte recuperação, o ideal seria adicionar a Ação B.

Solução 4

Solução 3

a) Ativo A: $10 \times 0,50 = 5\%$;
 Ativo B: $10 \times 1,60 = 16\%$;
 Ativo C: $10 \times -0,20 = -2,00\%$;
 Ativo D: $10 \times 0,90 = 9,00\%$.

b) Ativo A: $(10) \times 0,50 = -5\%$;
 Ativo B: $(10) \times 1,60 = -16\%$;
 Ativo C: $(10) \times -0,20 = 2,00$;
 Ativo D: $(10) \times 0,90 = -9,00\%$.

c) Seria preferível o ativo C, pois ele opera em sentido contrário ao do mercado.

Solução 4

a) A Ação A apresenta um beta que varia na mesma direção da carteira de mercado, pois possui um beta positivo, de sensibilidade igual a 0,8 vez a carteira de mercado.

A Ação B apresenta um beta que varia na mesma direção da carteira de mercado, pois possui um beta positivo, de sensibilidade igual a 1,4 vez a carteira de mercado.

A Ação C apresenta um beta que varia em direção oposta à da carteira de mercado, pois possui um beta negativo, de sensibilidade igual a -0,3 vez a carteira de mercado.

b) Ação A: $12 \times 0,80 = 9,6\%$;

Ação B: $12 \times 1,40 = 16,80\%$;

Ação C: $12 \times -0,3 = -3,6\%$.

c) Ação A: $-5 \times 0,80 = -4,00\%$;

Ação B: $-5 \times 1,40 = -7\%$;

Ação C: $-5 \times -0,3 = +1,5\%$.

d) Ação C. Sendo esperada uma queda significante no mercado, o item “c” mostra que, enquanto a Ação A e a Ação B operariam em queda, a Ação C iria operar com retorno positivo, pois ela anda em sentido contrário à média do mercado.

e) No item “a”, observa-se que um aumento sobre a carteira de mercado, a Ação B é a que opera com maior retorno; ela opera com beta maior; logo, numa expectativa de forte recuperação, o ideal seria adicionar a Ação B.

12

5 - ESTIMAÇÃO DO BETA

Segundo Ross, Westerfield e Jaffe (2002), o beta mede a sensibilidade de um título a movimentos da carteira de mercado. A estimativa do beta pode ser operada por meio da seguinte equação:

$$\beta_j = \text{Cov}_{km,kj} / \sigma^2_{km}$$

Onde:

β_j = beta do ativo j

$\text{Cov}_{km,kj}$ = covariância entre os retornos observados (históricos) entre o ativo j e a carteira de mercado

σ^2_{km} = variância entre os retornos observados (históricos) dos retornos da carteira de mercado

A maioria dos analistas faz suas estimativas para o beta dos ativos usando dados mensais de quatro a cinco anos, embora alguns usem dados semanais de 52 semanas.

13

Exemplos

1) A tabela seguinte lista retornos da carteira de investimentos de mercado e da Scientific Atlanta, a cada ano, entre 1989 e 1998.

Ano	Scientific Atlanta (i) %	Carteira de Mercado (kM) %
1989	80,95	31,49
1990	-47,37	-3,17
1991	31,00	30,57
1992	132,44	7,58
1993	32,02	10,36
1994	25,37	2,55
1995	-28,57	37,57
1996	0,00	22,68
1997	11,67	33,10
1998	36,19	28,32

- a) Calcule os retornos observados e as variâncias dos retornos observados para a Scientific Atlanta e o mercado.
- b) Calcule a covariância entre os retornos observados da Scientific Atlanta e a carteira de investimentos de mercado.
- c) Calcule o do beta para a Scientific Atlanta.

Solução 1

- 2) A tabela seguinte lista retornos da carteira de investimentos de mercado e da Microsoft, a cada ano, entre 1990 e 1998.

Ano	Microsoft (i) %	Carteira de Mercado (kM) %
1990	74,17	-3,17
1991	122,00	30,57
1992	15,09	7,58
1993	-5,43	10,36
1994	51,29	2,55
1995	43,59	37,57
1996	88,33	22,68
1997	56,38	33,10
1998	114,61	28,32

- a) Calcule os retornos observados e as variâncias dos retornos observados para a Microsoft e o mercado.
- b) Calcule a covariância entre os retornos observados da Microsoft e a carteira de investimentos de mercado.
- c) Calcule o do beta para a Microsoft.

Solução 2

14

Solução 1

a) Retornos observados

a1) retorno médio observado para cada um dos ativos

$$\bar{k}_{\text{Atlanta}} = (80,95 - 47,37 + 31,0 + 132,44 + 32,02 + 25,37 - 28,57 + 11,67 + 36,19)/10$$

$$\bar{k}_{\text{Atlanta}} = 27,37\%$$

$$\bar{k}_{\text{KM}} = (31,49 - 3,17 + 30,57 + 7,58 + 10,36 + 2,55 + 37,57 + 22,68 + 33,10 + 28,32)/10$$

$$\bar{k}_{\text{KM}} = 20,105\%$$

a2) variância dos retornos observados

Atlanta:

$$\sigma^2 = \{[(80,95 - 27,37)^2 + (-47,37 - 27,37)^2 + (31 - 27,37)^2 + (132,44 - 27,37)^2 + (32,02 - 27,37)^2 + (25,37 - 27,37)^2 + (-28,57 - 27,37)^2 + (0 - 27,37)^2 + (11,67 - 27,37)^2 + (36,19 - 27,37)^2]/(10-1)\}/10.000$$

$$\sigma^2 = 0,263756$$

Mercado:

$$\sigma^2 = \{[(31,49 - 20,105)^2 + (-3,17 - 20,105)^2 + (30,57 - 20,105)^2 + (7,58 - 20,105)^2 + (10,36 - 20,105)^2 + (2,55 - 20,105)^2 + (37,57 - 20,105)^2 + (22,68 - 20,105)^2 + (33,10 - 20,105)^2 + (28,32 - 20,105)^2]/(10-1)\}/10.000$$

$$\sigma^2 = 0,020988$$

b) covariância entre os retornos observados da Atlanta e do mercado

$$\text{CovKm,Atlanta} = \{[(80,95 - 27,37)(31,49 - 20,105) + (-47,37 - 27,37)(-3,17 - 20,105) + (31 - 27,37)(30,57 - 20,105) + (132,44 - 27,37)(7,58 - 20,105) + (32,02 - 27,37)(10,36 - 20,105) + (25,37 - 27,37)(2,55 - 20,105) + (-28,57 - 27,37)(37,57 - 20,105) + (0 - 27,37)(22,68 - 20,105) + (11,67 - 27,37)(33,10 - 20,105) + (36,19 - 27,37)(28,32 - 20,105)]/(10-1)\}/10.000$$

$$\text{CovKm,Atlanta} = -0,001307$$

c) beta da Atlanta

$$\beta_{\text{Atlanta}} = \text{CovKm,Atlanta}/\text{km}$$

$$\beta_{\text{Atlanta}} = -0,001307/0,020988$$

$$\beta_{\text{Atlanta}} = -0,06$$

Estamos diante de um beta que anda em sentido contrário ao mercado.

15

Solução 2

a) Retornos observados

a1) retorno médio observado para cada um dos ativos

$$\bar{R}_{\text{Microsoft}} = (74,17 + 122,00 + 15,09 - 5,43 + 51,29 + 43,59 + 88,33 + 56,39 + 114,61)/9$$

$$\bar{R}_{\text{Microsoft}} = 62,23\%$$

$$\bar{R}_{\text{KM}} = (-3,17 + 30,57 + 7,58 + 10,36 + 2,55 + 37,57 + 22,68 + 33,10 + 28,32)/9$$

$$\bar{R}_{\text{KM}} = 18,84\%$$

a2) variância dos retornos observados

Microsoft:

$$\sigma^2 = \{(74,17 - 62,23)^2 + (122,0 - 62,23)^2 + (15,09 - 62,23)^2 + (-5,43 - 62,23)^2 + (51,29 - 62,23)^2 + (43,59 - 62,23)^2 + (88,33 - 62,23)^2 + (56,39 - 62,23)^2 + (114,61 - 62,23)^2\}/(9 - 1)/10.000$$

$$\sigma^2 = 0,180516$$

Mercado:

$$\sigma^2 = \{(-3,17 - 18,84)^2 + (30,57 - 18,84)^2 + (7,58 - 18,84)^2 + (10,36 - 18,84)^2 + (2,55 - 18,84)^2 + (37,57 - 18,84)^2 + (22,68 - 18,84)^2 + (33,10 - 18,84)^2 + (28,32 - 18,84)^2\}/(9 - 1)/10.000$$

$$\sigma^2 = 0,021811$$

b) covariância entre os retornos observados da Atlanta e do mercado

$$\text{CovKm,Microsoft} = \{[(74,17 - 62,23)(-3,17 - 18,84) + (122,0 - 62,23)(30,57 - 18,84) + (15,09 - 62,23)(7,58 - 18,84) + (-5,43 - 62,23)(10,36 - 18,84) + (51,29 - 62,23)(2,55 - 18,84) + (43,59 - 62,23)(37,57 - 18,84) + (88,33 - 62,23)(22,68 - 18,84) + (56,39 - 62,23)(33,10 - 18,84) + (114,61 - 62,23)(28,32 - 18,84)]\}/(9-1)\}/10.000$$

$$\text{CovKm,Microsoft} = 0,023566$$

c) beta da Microsoft

$$\beta_{\text{Microsoft}} = \frac{\text{CovKm,Microsoft}}{\sigma^2_{\text{km}}}$$

$$\beta_{\text{Microsoft}} = 0,023566/0,021811$$

$$\beta_{\text{Microsoft}} = 1,08$$

Estamos diante de um risco sistemático (beta) mais volátil porque é maior que o beta médio de mercado, isto é, $1,08 > 1,0$.

16

3) Observe as informações sobre a Ação J e a carteira de mercado para os últimos cinco anos. Neste exemplo, iremos operar não apenas o cálculo do beta para a Ação J, mas também iremos traçar a reta característica para este ativo e calcular o beta por meio de uma regressão linear simples. Além disso, iremos calcular o coeficiente de determinação, R2.

Ano	Mercado (kM) %	Ação J (\bar{k}_i) %
1	23,8	38,6
2	-7,2	-24,7
3	6,6	12,3
4	20,5	8,2
5	30,6	40,1

Com base nos dados, calcule:

- o retorno médio observado para a Ação J e para a carteira de mercado;
- a variância dos retornos observados;
- a covariância entre os retornos observados da carteira de mercado e a Ação J;
- o beta da Ação J, que é o parâmetro angular, também conhecido por coeficiente de inclinação ou declividade da reta de regressão.

Solução 3

17

Solução 3

- a) retorno médio observado para a Ação J e para a carteira de mercado

$$\bar{k}_j = (38,6 - 24,7 + 12,3 + 8,2 + 40,1)/5$$

$$\bar{k}_j = 14,9\%$$

$$\bar{k}_M = (23,8 - 7,2 + 6,6 + 20,5 + 30,6)/5$$

$$\bar{k}_M = 14,86\%$$

- b) variância dos retornos observados

$$\sigma^2 k_j = \{[(38,6 - 14,9)^2 + (-24,7 - 14,9)^2 + (12,3 - 14,9)^2 + (8,2 - 14,9)^2 + (40,1 - 14,9)^2]/(5-1)\}/10.000$$

$$\sigma^2 k_j = 0,0704135$$

$$\sigma^2 k_M = \{[(23,8 - 14,86)^2 + (-7,2 - 14,86)^2 + (6,6 - 14,86)^2 + (20,5 - 14,86)^2 + (30,6 - 14,86)^2]/(5-1)\}/10.000$$

$$k_M = 0,022859$$

- c) covariância entre os retornos observados da carteira de mercado e a Ação J.

$$\text{cov}_M, J = \{[(23,8 - 14,86)(38,6 - 14,9) + (-7,2 - 14,86)(-24,7 - 14,9) + (6,6 - 14,86)(12,3 - 14,9) + (20,5 - 14,86)(8,2 - 14,9) + (30,6 - 14,86)(40,1 - 14,9)]/(5-1)\}/10.000$$

$$\text{cov}_M, J = 0,036645$$

- d) beta da Ação J

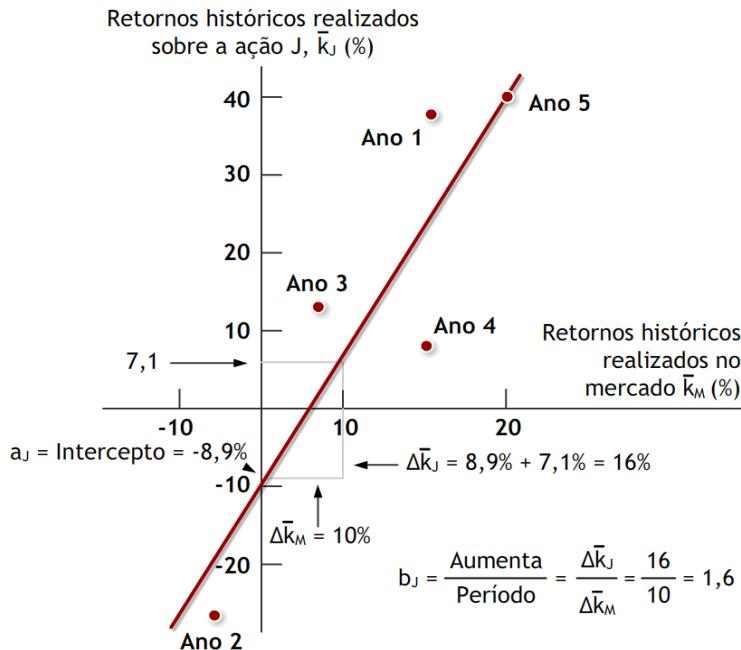
$$\beta_J = 0,036645/0,022859$$

$$\beta_J = 1,60$$

Estamos diante de um beta mais volátil, agressivo, porque o beta da Ação J é maior que o beta médio de mercado, $1,6 > 1,0$.

18

A seguir, tem-se a representação do cálculo do beta para a Ação J, do exemplo anterior, por meio da reta característica (reta de regressão).



A representação gráfica da reta (linha) característica mostra os retornos observados da carteira de mercado no eixo dos X (abscissa) enquanto os retornos observados da Ação J estão no eixo dos Y (ordenada). A carteira de mercado será a variável independente e a Ação J será a variável dependente.

A equação de regressão simples:

$$\bar{k}_j = a_j + \beta_j \bar{k}_M + e_j$$

Esta equação determina que a variável dependente, \bar{k}_j , é igual a uma constante a , mais o beta da variável dependente vezes a variável independente, k_M , mais um termo de erro, e_j .

Veja os cálculos.

19

f1) cálculo do a_j

a_j = parâmetro linear do modelo, ou seja, representa o ponto onde a reta de ajuste (regressão) corta o eixo dos Y.

$$a_j = \bar{k}_j - (\beta_j \cdot M)$$

$$aj = [0,149 - (1,60 \times 0,1486)] \times 100$$

aj = -8,876% ou 8,9% (observar que na representação gráfica o intercepto está indicado = -8,9%)

f2) cálculo do β_j (já operado)

$$\beta_j = \text{Cov}_{Km,J}/\sigma^2_{Km}$$

$$\beta_j = 1,60$$

f3) \bar{k}_M = representa cada um dos valores históricos da carteira de mercado

f4) e_j = erro estocástico, ele varia randomicamente de ano para ano, dependendo dos fatores específicos do ativo J .

f5) testando a equação de regressão simples

$$\bar{k}_j = [-0,089 + 1,60 \times 0,238] \times 100$$

$\bar{k}_j = 29,18\%$ (valor ajustado, reta característica)

Observe que este valor é diferente de 38,6% (valor observado), a diferença seria o erro estocástico.

Observar que na representação gráfica o Ano 1 está localizado acima da reta característica (reta de regressão).

$$\bar{k}_j = [-0,089 + 1,60 \times -0,072] \times 100$$

$\bar{k}_j = -20,42\%$ (valor ajustado, reta característica)

Observe que na representação gráfica o Ano 2 está localizado abaixo da reta característica, esta diferença entre o valor observado, -24,7%, e o valor calculado seria o erro estocástico.

$$\bar{k}_j = [-0,089 + 1,60 \times 0,066] \times 100$$

$\bar{k}_j = 1,66\%$ (valor ajustado, reta característica)

$$\bar{k}_j = [-0,089 + 1,60 \times 0,205] \times 100$$

$\bar{k}_j = 23,90\%$ (valor ajustado, reta característica)

$$\bar{k}_j = [-0,089 + 1,60 \times 0,306] \times 100$$

$\bar{k}_j = 40,06\%$ (valor ajustado, reta característica)

De posse destes dois valores ajustados, seria possível calcular o beta da Ação J por meio da inclinação da reta:

$$\beta_j = 0,2918 - (0,2042)]/[0,238 - (0,072)$$

$$\beta_j = (0,2918 + 0,2042)/(0,238 + 0,072)$$

$$\beta_j = 1,60$$

20

6 - CÁLCULO DO COEFICIENTE DE DETERMINAÇÃO, R^2

Segundo Assaf Neto (2005), o Coeficiente de Determinação, R^2 , é uma medida estatística que define a porcentagem de Y (variável dependente) que pode ser explicada pela equação de regressão linear. A

partir de R² é possível avaliar se os valores de X (variável independente) permitem, ou não, proceder a uma boa estimativa de Y. No nosso caso, entender como variável dependente a Ação J e, como variável independente, a carteira de mercado.

Conforme se estuda em Estatística, o valor de R² varia de 0 a 1,0. Quanto mais próximo de 1,0, melhor se revela o ajustamento da reta de regressão aos valores.

Em termos financeiros, R² permite que se conheça a parte do risco sistemático e a parte do risco não sistemático de um ativo.

Fórmula:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (Y - \hat{Y})^2}{\sum (Y - \bar{Y})^2}$$

Neste exemplo: Y corresponde a Ação J; \hat{Y} = valor ajustado da Ação J; \bar{Y} = retorno médio da Ação J.

$$\sum (Y - \hat{Y})^2 = (0,386 - 0,2918)^2 + [-0,247 - (0,2042)]^2 + (0,123 - 0,0166)^2 + (0,082 - 0,2390)^2 + (0,401 - 0,4006)^2$$

$$\sum (Y - \hat{Y})^2 = 0,0466756$$

$$\sum (Y - \bar{Y})^2 = (38,6/100 - 14,9/100)^2 + (-24,7/100 - 14,9/100)^2 + (12,3/100 - 14,9/100)^2 + (8,2/100 - 14,9/100)^2 + (40,1/100 - 14,9/100)^2$$

$$\sum (Y - \bar{Y})^2 = 0,281654$$

$$R^2 = 1 - (0,0466756 / 0,281654)$$

$$R^2 = 1 - 0,17$$

$$R^2 = 0,83 \times 100$$

$$R^2 = 83\%$$

Este valor indica, pelo conceito estatístico do coeficiente de determinação, R², que 83% do risco da Ação J são de natureza sistemática e, $(1 - 0,83) = 0,17$ ou 17% são decorrentes de variáveis específicas da Ação J, ou seja, risco não sistemático. Esta parcela de 17% pode ser eliminada pela diversificação, não sendo, portanto, considerada nos cálculos de retorno esperado (exigido) do CAPM.

21

RESUMO

O aspecto mais importante do risco é o risco total do ativo, tal como visto pelos investidores no mercado. O modelo de risco e retorno há mais tempo em uso, e que ainda é o padrão na maioria das análises, é o CAPM. O risco total de um ativo pode ser medido pelo desvio-padrão ou pela variância desse ativo.

O risco total de um ativo será igual ao risco sistemático mais o risco não sistemático desse ativo.

O risco sistemático é aquele tipo de risco que não pode ser eliminado pela diversificação. O risco não sistemático é aquele tipo de risco que pode ser eliminado pela diversificação.

Quando investimos em apenas um ativo (carteira com ativo isolado) estaremos expostos tanto ao risco

específico do ativo quanto ao risco de mercado. Se, no entanto, expandirmos nossa carteira para que inclua outros ativos (caderneta de poupança, fundos de renda fixa, fundos de ações, CDBs, RDBs, ações, títulos do governo, imóveis de renda etc.) estaremos diversificando e, ao fazê-lo, poderemos reduzir nossa exposição ao risco específico (diversificável) de um ativo.

O retorno esperado de um ativo com risco depende apenas do risco sistemático desse ativo. Como o risco diversificável pode ser eliminado pela diversificação não existe qualquer recompensa por assumi-lo. O mercado não recompensa riscos desnecessários.

O CAPM liga o risco sistemático (não diversificável) ao retorno para todos os ativos. A principal conclusão do CAPM é esta: o risco relevante de um ativo individual é sua contribuição para o risco de uma carteira bem diversificada.

A medida específica para o risco sistemático é o coeficiente beta, β . Ele nos diz quanto risco sistemático determinado ativo tem em relação a um ativo médio.

Um ativo livre de risco, por definição, tem um retorno esperado que vai ser sempre igual ao retorno realizado. Um ativo livre de risco não contém nem risco sistemático nem risco não sistemático.

UNIDADE 2 – RISCO E RETORNO

MÓDULO 4 – BETAS DE CARTEIRAS E A EQUAÇÃO DO MODELO

01

1- BETAS DE CARTEIRAS

Segundo Gitman (2004), o beta (risco sistemático) de uma carteira pode ser facilmente estimado usando os betas dos ativos que o compõem. Sendo w_j a proporção (peso) do valor total da carteira aplicada no ativo j , e sendo β_j o beta do ativo j .

Equação

$$\beta_P = (w_1 \times \beta_1) + (w_2 \times \beta_2) + \dots + (w_N \times \beta_N)$$

$$\beta_P = \sum_{i=1}^n w_j \times \beta_j$$

A interpretação para o beta de carteira segue o mesmo princípio do beta de um ativo individual. Suponha que você tenha \$1.000.000 aplicado numa carteira formada por vinte títulos diferentes (caderneta de poupança, títulos do Tesouro Nacional, fundo de renda fixa, fundo de renda variável, ações, ouro, imóveis de renda etc.). Você operou a equação para betas de carteiras e descobriu que o beta da sua carteira é igual a 1,5. Como interpretar este beta?

Da mesma forma que se interpreta o beta para um ativo individual: essa carteira possui um beta agressivo, mais volátil, porque é um beta $>$ que o beta médio de mercado, ou seja, $1,5 > 1,0$. Caso o beta da carteira fosse igual a 0,75, a interpretação seria: esta carteira possui um beta defensivo porque é $<$ que o beta médio de mercado, isto é, $0,75 < 1,0$. Caso o beta fosse igual a 1,0, você estaria com uma carteira que apresenta um beta igual ao beta médio de mercado, portanto, uma carteira com risco médio: $1,0 = 1,0$.

Exemplos

1) Suponha que tenhamos os seguintes investimentos:

Ativo	Quantia investida \$	Retorno esperado(\hat{k}) %	Beta Beta (β) %
A	20.000	25,00	1,85
B	15.500	18,00	1,50
C	8.500	10,00	0,45
D	22.000	19,00	1,65

- a) Qual é o retorno esperado da carteira, \hat{k}_P .
 b) Qual é o beta da carteira, β_P .
 c) Essa carteira tem mais ou menos risco sistemático do que um ativo médio?

Solução 1

2) Você tem uma carteira com 25% investidos na ação A, 30%, na ação B, 10%, na ação C e 35%, na ação D. Os betas dessas quatro ações são 1,65, 0,75, 1,0 e 1,25, respectivamente. Qual é o beta da carteira?

Solução 2

3) Um investidor está tentando avaliar duas carteiras possíveis, formadas pelos mesmos cinco ativos, em diferentes proporções (pesos). Ele está particularmente interessado em usar os betas para comparar os riscos das carteiras, e para isso coletou os dados apresentados na tabela.

		Pesos na carteira	
Ativo	Beta do ativo (β)	Carteira A %	Carteira B %
1	1,45	11	35
2	0,75	38	8
3	1,30	12	19
4	1,35	10	22
5	0,80	29	16
Totais		100	100

- a) Calcule os betas (risco sistemático) das carteiras A e B.
 b) Compare os riscos (risco sistemático) dessas carteiras, tanto em relação ao mercado quanto em relação à outra.
 c) Qual delas oferece risco sistemático mais alto?

Solução 3

Solução 1

a) Esse cálculo deverá ser operado via média ponderada:

Primeiro, devemos calcular o valor total do investimento:

$$\$20.000 + \$15.500 + \$8.500 + \$22.000 = \$66.000,00$$

Antes do cálculo, observe: o retorno médio esperado obrigatoriamente, neste exemplo, irá ficar entre 10% e 25%, qualquer valor encontrado < 10% ou > 25% estará errado.

$$\hat{k}_P = (w_A \times R_A) + (w_B \times R_B) + (w_C \times R_C) + (w_D \times R_D)$$

$$\hat{k}_P = [(20/66) \times 25] + [(15,5/66) \times 18] + [(8,5/66) \times 10] + [(22/66) \times 19]$$

$$\hat{k}_P = 19,42\%$$

Observe, esse valor, 19,42%, é uma estimativa, ele poderá de fato vir a ser: = 19,42%; < 19,42% ou > 19,42%.

b) Esse cálculo irá acompanhar o caminho do cálculo anterior:

Neste exemplo, o beta da carteira irá ficar entre 0,45 e 1,85, qualquer valor < 0,45 ou > 1,85 estará errado.

$$\beta_P = (w_A \times \beta_A) + (w_B \times \beta_B) + (w_C \times \beta_C) + (w_D \times \beta_D)$$

$$\beta_P = [(20/66) \times 1,85] + [(15,5/66) \times 1,50] + [(8,5/66) \times 0,45] + [(22/66) \times 1,65]$$

$$\beta_P = 1,52$$

c) Esta carteira sinaliza um risco sistemático, β_P , agressivo, mais volátil, porque sinaliza um risco maior que o risco médio de mercado: $1,52 > 1,0$.

Solução 2

Você já percebeu que o seu cálculo deverá apresentar um beta de carteira entre 0,75 e 1,65, qualquer valor < 0,75 ou > 1,65 estará errado.

$$\beta_P = (w_A \times \beta_A) + (w_B \times \beta_B) + (w_C \times \beta_C) + (w_D \times \beta_D)$$

$$\beta_P = (0,25 \times 1,65) + (0,30 \times 0,75) + (0,10 \times 1,0) + (0,35 \times 1,25)$$

$$\beta_P = 1,175$$

Você está com uma carteira com um beta agressivo, mais volátil, porque este beta de carteira é maior que o beta da carteira média de mercado: $1,175 > 1,0$.

Solução 3

a) Para estas duas carteiras o beta (risco sistemático) deverá ficar entre 0,75 e 1,45, qualquer valor < 0,75 e > 1,45 estará errado. Outro detalhe, a Carteira A está mais carregada de betas defensivos enquanto a Carteira B tem uma posição mais forte em betas agressivos, logo, neste exemplo, o beta da

Carteira A deverá ser < que o beta da Carteira B.

$$\beta_{PA} = (0,11 \times 1,45) + (0,38 \times 0,75) + (0,12 \times 1,30) + (0,10 \times 1,35) + (0,29 \times 0,80)$$

$$\beta_{PA} = 0,97 \text{ (beta defensivo)}$$

$$\beta_{PB} = (0,35 \times 1,45) + (0,08 \times 0,75) + (0,19 \times 1,30) + (0,22 \times 1,35) + (0,16 \times 0,80)$$

$$\beta_{PB} = 1,24 \text{ (beta agressivo)}$$

b) A Carteira A apresenta um risco sistemático menor que o risco sistemático de uma carteira média de mercado, $0,97 < 1,0$, portanto, apresenta um beta defensivo; a Carteira B apresenta um beta maior que o beta da carteira média de mercado, portanto, apresenta um beta agressivo, $1,24 > 1,0$.

c) A carteira B oferece risco sistemático maior, $1,24 > 0,97$.

03

4) Um indivíduo tem \$70.000,00 investidos em uma ação que tem um beta de 0,55 e \$40.000,00 investidos em uma ação com beta de 1,55. Caso esses sejam os dois únicos investimentos de sua carteira, qual é o beta dessa carteira?

Solução 4

5) Você é um administrador de carteira de investimento. Atualmente, você administra para seus clientes, pessoas físicas muito ricas, \$10.000.000,00, que consistem em \$100.000,00 de investimentos em cada um de 100 diferentes ativos. Atualmente, a carteira tem um beta igual a 1,45. Você está considerando a venda de \$100.000,00 de um ativo com beta igual a 1,75, a fim de utilizar esses recursos para comprar outro ativo que tem um beta igual a 0,65. Qual será o novo beta da carteira administrada por você após essa transação?

Solução 5

6) Suponha que você mantenha uma carteira diversificada que consista em um investimento de \$7.500 em cada uma de 20 diferentes ações ordinárias. O beta da carteira é igual a 1,12. Agora suponha que você tenha decidido vender uma das ações da sua carteira com beta igual a 1,0 por \$7.500 e utilizar esses recursos para comprar outra ação para sua carteira. Suponha que o beta da nova ação seja igual a 1,75. Calcule o novo beta da sua carteira.

Solução 6

Solução 4

Neste exemplo, você pode começar operando o valor investido na carteira:

$$\$70.000 + \$40.000 = \$110.000,00 \text{ (100% da carteira)}$$

Agora, você caminhar para o cálculo do beta da carteira, β_P . Novamente, o cálculo não poderá apresentar um $\beta_P < 0,55$ nem $\beta_P > 1,55$.

$$\beta_{PB} = (w_A \times \beta_A) + (w_B \times \beta_B)$$

$$\beta_{PB} = [(70/110) \times 0,55] + [(40/110) \times 1,55]$$

$$\beta_{PB} = 0,91$$

A carteira analisada possui um beta (risco sistemático) defensivo porque é menor que o beta da carteira media de mercado: $0,91 < 1,0$.

Solução 5

Segundo Damodaran (2007), embora a diversificação reduza a exposição das carteiras aos riscos específicos (risco não sistemático), a maioria dos investidores limita sua diversificação a uns poucos ativos. Mesmo grandes fundos mútuos raramente retêm mais do que umas poucas centenas de diferentes ativos e muitos deles apenas uns dez ou vinte. Existem dois motivos pelos quais alguns investidores não diversificam. Primeiro, como o ganho marginal (ganho pela compra de mais um ativo) de diversificar diminui a cada investimento adicional, ele deve ser colocado na balança contra o custo dessa adição, por exemplo, quando o investidor compra ou vende uma ação ele incorre com a despesa de corretagem.

Segundo, a maioria dos investidores acredita poder encontrar ativos subvalorizados (preço abaixo do preço teórico) e, por isso, optam não deter ativos que acreditam estar corretamente precificados (preço igual ao preço teórico) ou supervalorizados (preço acima do preço teórico). O que seria o preço teórico? O preço de um ativo determinado através de modelos de avaliação, por exemplo, o CAPM.

Nesse exemplo, o melhor caminho é o cálculo pela média ponderada, observe que o valor de compra será igual ao valor de venda, o que irá mudar é o beta do ativo. Como você está retirando da carteira um ativo com beta agressivo e entrando na carteira com outro ativo com beta defensivo já podemos perceber que o beta da carteira terá que ser menor que 1,45.

$$\beta_P = [(\$10.000.000 \times 1,45) - (\$100.000 \times 1,75) + (\$100.000 \times 0,65)]/\$10.000.000$$

$$\beta_P = 1,44$$

A carteira continua com um beta agressivo, isto é, maior que o risco sistemático de uma carteira média de mercado: $1,44 > 1,0$.

Solução 6

No exemplo anterior, o administrador do fundo de investimento preferiu reduzir o risco da carteira saindo de um ativo mais arriscado e comprando um menos arriscado; nesse exemplo, o caminho está sendo o inverso. O investidor opera exclusivamente com ações ordinárias e pretende se expor mais ao risco sistemático, pois está saindo com uma ação de risco médio e comprando uma ação com risco sistemático mais volátil, portanto, nesse exemplo o beta da carteira será $> 1,12$.

$$\beta_P = [(\$7.500 \times 20 \times 1,12) - (\$7.500 \times 1,0) + (\$7.500 \times 1,75)]/(\$7.500 \times 20)$$

$$\beta_P = 1,16$$

O valor encontrado é maior do que o valor inicial: $1,16 > 1,12$, ou seja, a carteira ficou mais volátil, mais agressiva.

04

2 - EQUAÇÃO DO CAPM

Segundo Damodaran (2007), quando a história da moderna teoria de investimento for escrita, registraremos que uma parcela significativa dela foi dedicada ao desenvolvimento de modelos que

tentaram medir o risco de investimentos e convertê-lo em retornos previstos. O CAPM é ainda o modelo-padrão para mensuração de risco e retorno em finanças.

Uma das maiores aplicações do CAPM está na **avaliação de empresas**. Sabemos que o custo do patrimônio líquido é um ingrediente fundamental em todo modelo de fluxo de caixa descontado. É difícil de ser estimado por tratar-se de custo implícito, que pode variar amplamente entre os vários investidores na mesma empresa. Diferentes investidores podem muito bem perceber diferentes graus de risco no mesmo investimento e demandar diferentes taxas de retorno, conforme sua aversão ao risco. O desafio da avaliação é, portanto, duplo.

A primeira tarefa é transformar o custo implícito em explícito, lendo o pensamento dos investidores patrimoniais em um investimento. A segunda tarefa, e a mais intimidante, é obter uma taxa de retorno que esses diversos investidores aceitem como o custo do patrimônio líquido correto na avaliação da empresa. No CAPM o retorno previsto de qualquer ativo pode ser escrito como uma função da taxa livre de risco, do beta desse ativo e do prêmio pelo risco de investir no ativo de risco médio:

Equação do modelo:

$$k_j = R_F + [\beta_j \times (k_m - R_F)]$$

onde:

k_j = retorno esperado em relação ao ativo j

R_F = taxa livre de risco

β_j = beta (risco sistemático) do ativo j

K_m = retorno esperado sobre a carteira de investimentos de mercado

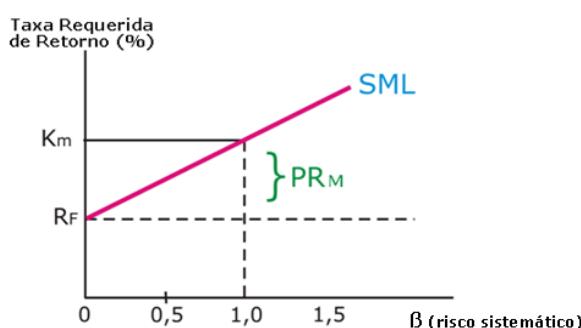
$PRM = (K_m - R_F)$ = prêmio pelo risco de mercado

$PR_j = \beta_j \times (K_m - R_F) = PRM \times \beta_j$ = prêmio pelo risco do ativo j

Em resumo, no CAPM, todo o risco de mercado é capturado no beta (risco sistemático), medido em relação a uma carteira de mercado, o que, pelo menos em teoria, deveria incluir todos os ativos negociados no mercado mantidos em proporção ao seu valor de mercado.

05

A representação gráfica do CAPM pode ser expressa da seguinte maneira:



A inclinação da SML, Linha de Mercado de Títulos (*Security Market Line*), mostra em quanto o retorno requerido aumenta, à medida que o risco aumenta. Assim, a inclinação da SML reflete o grau de aversão ao risco existente na economia – quanto maior a aversão ao risco do investidor médio:

- mais inclinada será a SML;
- maior o prêmio de risco para todos os ativos com risco;
- maior a taxa requerida de retorno sobre todos os ativos com risco.

06

Exemplos

1) Um ativo tem beta de 1,25, a taxa livre de risco é de 9,75% e a taxa média de mercado é de 13,75%. Qual deve ser o retorno esperado do ativo?

Solução 1

2) Um ativo tem um retorno esperado de 17,75%, a taxa livre de risco é de 10% e o prêmio pelo risco de mercado é de 5,5%. Qual deve ser o beta do ativo?

Solução 2

3) Um ativo tem retorno esperado de 13,75%, seu beta é igual a 0,85 e a taxa do ativo livre de risco é de 8,0%. Qual deve ser o retorno esperado do mercado?

Solução 3

4) Uma ação tem retorno esperado de 25% e beta de 1,8. O retorno esperado do mercado é de 18%. Qual deve ser a taxa do ativo livre de risco?

Solução 4

5) Suponha que $RF = 4\%$; $KM = 10\%$ e $KA = 12\%$

a) Calcule o beta do ativo A

b) Se o beta do ativo A fosse 2,0, qual seria a nova taxa de retorno requerida de A?

Solução 5

6) Suponha que $RF = 5\%$; $KM = 8\%$ e $\beta_J = -0,30$

a) Calcule o retorno exigido para o ativo J

b) Se o beta do ativo J fosse 0,30, qual seria a nova taxa de retorno exigida de J?

Solução 6

7) Suponha que $RF = 10\%$; $KM = 13\%$ e $\beta_D = 1,0$

a) Calcule o retorno exigido para o ativo D

b) Se o beta do ativo D fosse -0,5, qual seria a nova taxa de retorno exigida de D?

Solução 7

Solução 1

$$k_j = RF + [\beta_j (kM - RF)]$$

Antes de operar a equação, vamos olhar o que o exemplo nos fornece:

a) o beta do ativo: ele é $> 1,0$, logo, trata-se de um ativo com risco sistemático mais volátil, portanto, obrigatoriamente o retorno esperado deste ativo terá que ser $> 13,75\%$. Por quê? Por definição, o beta da carteira de mercado é igual a 1,0, como neste exemplo, o retorno médio de mercado é igual a 13,75%, e como o modelo é linear, para qualquer ativo com beta $> 1,0$ neste exemplo, o retorno esperado do ativo terá que ser obrigatoriamente $> 13,75\%$.

$$k_j = 9,75 + [1,25 (13,75 - 9,75)]$$

$$\mathbf{k_j = 14,75\%}$$

Solução 2

$$k_j = RF + [\beta_j (kM - RF)]$$

Neste exemplo, nós temos o PRM, o k_j e o RF. Como o $PRM = (kM - RF)$, você já deve ter observado que o beta do ativo será obrigatoriamente $> 1,0$ porque o retorno esperado do ativo é maior que o retorno médio de mercado.

$$5,5 = KM - 10$$

$$KM = 10 + 5,5$$

$$KM = 15,5\%, \text{ ou seja, } 17,75\% > 15,5\%$$

Portanto:

$$17,75 = 10 + (\beta_j \cdot 5,5)$$

$$17,75 - 10 = 5,5 \beta_j$$

$$\beta_j = 7,75/5,5$$

$$\mathbf{\beta_j = 1,41}$$

Solução 3

$$k_j = RF + [\beta_j (kM - RF)]$$

Neste exemplo, o retorno esperado de mercado terá que ser obrigatoriamente $> 13,75\%$. Por quê? Observe, o ativo j possui um beta $< 1,0$, como kM por definição tem um beta igual a 1,0, o retorno esperado terá que ser $> 13,75\%$.

$$13,75 = 8,0 + [0,85 (kM - 8,0)]$$

$$13,75 - 8,0 = 0,85 kM - 6,8$$

$$(5,75 + 6,8)/0,85 = kM$$

$$\mathbf{kM = 14,76\%}$$

Solução 4

$$k_j = RF + [\beta_j (kM - RF)]$$

Neste exemplo, você já percebeu que o valor a ser encontrado terá que ser obrigatoriamente < 18%. Por quê? Porque o beta de RF é igual a zero e o beta de KM é por definição = 1,0, como KM = 18%, RF terá de ser < 18%, porque o modelo é linear. Se você se fixar no beta, as suas chances de acerto no CAPM aumentarão muito.

$$25 = RF + [1,8 (18 - RF)]$$

$$25 = RF + 32,4 - 1,8 RF$$

$$25 - 32,4 = RF - 1,8 RF$$

$$- 7,4 = -0,8 RF$$

$$RF = 7,4/0,8$$

$$\mathbf{RF = 9,25\%}$$

Solução 5

$$k_j = RF + [\beta_j (k_M - RF)]$$

a) você já percebeu que o beta do ativo obrigatoriamente terá que ser > 1,0. Por quê? Como o beta de KM é por definição = 1,0, e neste exemplo KM < KA, o beta de KA será > 1,0. Não esqueça o modelo é linear.

$$12 = 4 + [\beta_A (10 - 4)]$$

$$12 - 4 = 6 \beta_A$$

$$\beta_A = 8/6$$

$$\beta_A = 1,333333$$

b) você já percebeu que a nova taxa terá que ser obrigatoriamente > 12%, porque se com um beta de 1,33 o retorno do ativo estava em 12%, com um beta > 1,333 o retorno terá que ser > 12%.

$$KA = 4 + [2 (10 - 4)]$$

$$KA = 4 + (2 \times 6)$$

$$KA = 16\%$$

Solução 6

$$k_j = RF + [\beta_j (k_M - RF)]$$

a) você já percebeu que o retorno esperado do ativo J obrigatoriamente terá que ser < 5,0, por quê? Como o modelo é linear e o beta do ativo é < 0 fica fácil de deduzir que $k_j < 5,0$.

$$kj = RF + [\beta_j (k_M - RF)]$$

$$kj = 5 + [-0,30 (8 - 5)]$$

$$kj = 5 + (-0,30 \times 3)$$

$$\mathbf{kj = 4,1\%}$$

b) neste caso, o retorno exigido para o ativo J terá a seguinte característica:

$5\% < k_j < 8,0\%$. Por quê? Por causa no novo beta, observe: $\beta_{RF} < \beta_A < \beta_{KM}$, ou seja: $0 < 0,30 < 1,0$.

$$k_j = 5 + [0,30(8 - 5)]$$

$$k_j = 5 + (0,30 \times 3)$$

$$k_j = 5,9\%$$

Solução 7

$$k_j = RF + [\beta_j (kM - RF)]$$

a) você percebeu que neste caso não precisa fazer cálculo algum, porque o retorno esperado do ativo D terá que ser obrigatoriamente = 13%. Por quê? O modelo é linear, o beta do ativo é um beta de risco médio, logo, o retorno do ativo terá que ser igual ao retorno da carteira média de mercado.

$$KD = 10 + [1,0(13 - 10)]$$

$$KD = 10 + (1,0 \times 3,0)$$

$$KD = 10 + 3,0$$

$$KD = 13\%$$

b) neste caso como o beta do ativo é negativo, o retorno do ativo terá que ser $< RF$, obrigatoriamente, porque o beta de RF = 0 e o beta do ativo D < 0 .

$$KD = 10 + [-0,5(13 - 10)]$$

$$KD = 10 + (-0,5 \times 3,0)$$

$$KD = 10 - 1,5$$

$$KD = 8,5\%$$

07

8) Para cada um dos casos, a seguir exposto, use o modelo de formação de preços de ativo de capital, para encontrar o retorno exigido.

Caso	Taxa livre de risco RF(%)	Retorno de mercado KM(%)	Beta β
A	5	8	1,30
B	5	13	0,90
C	9	12	-0,20
D	10	15	1,00
E	6	10	0,60

Solução 8

9) Use a equação básica do CAPM para solucionar cada uma das seguintes questões:

a) Encontre o retorno exigido para um ativo com beta de 0,90, quando a taxa livre de risco e o retorno de mercado são 8% e 12%, respectivamente.

Solução 9a

b) Encontre a taxa livre de risco para uma empresa com retorno exigido de 15% e beta de 1,25 quando o retorno de mercado é de 14%.

Solução 9b

c) Encontre o retorno de mercado para um ativo com retorno exigido de 16% e um beta de 1,10, quando a taxa livre de risco é de 9%.

Solução 9c

d) Encontre o beta para um ativo com retorno exigido de 15% quando a taxa livre de risco e o retorno de mercado são 10% e 12,5%, respectivamente.

Solução 9d

10) Considerem-se as seguintes ações:

	Beta	Retorno esperado
Alfa	1,65	26%
Gama	0,85	16%

Suponha que o CAPM seja válido.

- De acordo com o CAPM, qual é o prêmio pelo risco de mercado?
- Qual é o valor do prêmio pelo risco da Ação Alfa e também da Ação Gama?
- Qual é o valor da taxa livre de risco?
- Qual é o valor do retorno médio de mercado?

Solução**Solução 8**

$$k_j = RF + [\beta_j (k_M - RF)]$$

$$\text{Caso A : } k_A = \{0,05 + [1,30 (0,08 - 0,05)]\} \cdot 100$$

$$\mathbf{k_A = 8,9\%}$$

$$\text{Caso B : } k_B = \{0,05 + [0,90 (0,13 - 0,05)]\} \cdot 100$$

$$\mathbf{k_B = 12,2\%}$$

$$\text{Caso C : } k_C = \{0,09 + [-0,20 (0,12 - 0,09)]\} \cdot 100$$

$$\mathbf{k_C = 8,40\%}$$

$$\text{Caso D : } k_D = \{0,10 + [1,00 (0,15 - 0,10)]\} \cdot 100$$

$$\mathbf{k_D = 15\%}$$

$$\text{Caso E : } k_E = \{0,06 + [0,60 (0,10 - 0,06)]\} \cdot 100$$

$$\mathbf{k_E = 8,40\%}.$$

Solução 9a

$$K_j = \{0,08 + [0,90 (0,12 - 0,08)]\} \cdot 100;$$

$$\mathbf{K_j = 11,60\%.}$$

Solução 9b

$$0,15 = RF + [1,25 (0,14 - RF)]$$

$$0,15 = RF + 0,175 - 1,25 RF$$

$$0,15 - 0,175 = -0,25 RF$$

$$-0,025/-0,25 = RF$$

$$RF = 10,00\%.$$

Solução 9c

$$0,16 = 0,09 + [1,10 (Km - 0,09)]$$

$$0,16 = 0,09 + 1,10 Km - 0,099$$

$$0,169 = 1,10 Km;$$

$$Km = 15,36\%$$

Solução 9d

$$0,15 = 0,10 + [b (0,125 - 0,10)]$$

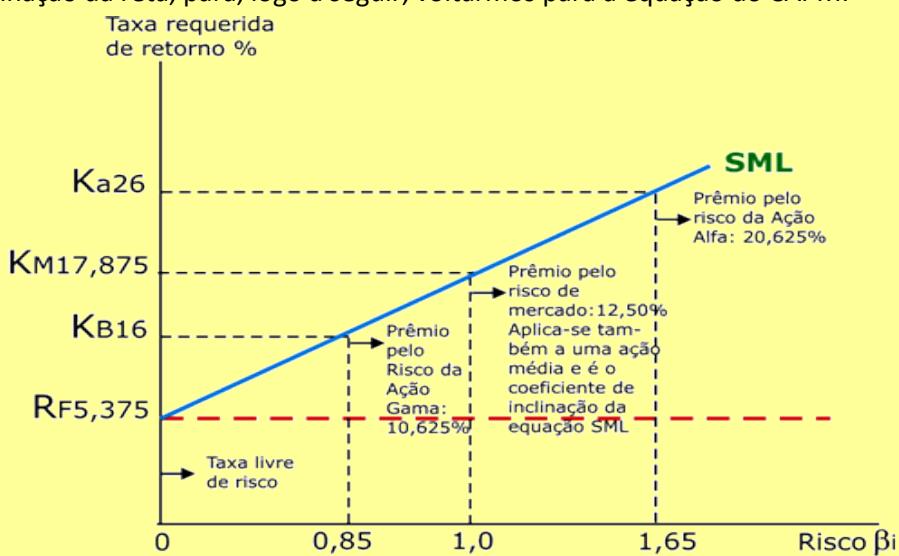
$$0,15 = 0,10 + 0,025 b;$$

$$0,05/0,025 = b$$

$$b = 2,0.$$

Solução

Nesse exemplo, nós precisamos calcular o valor do prêmio pelo risco de mercado. A equação do CAPM não tem como ajudar, pois não dispomos de RF nem de KM. Portanto, teremos de, primeiro, utilizar o cálculo da inclinação da reta, para, logo a seguir, voltarmos para a equação do CAPM.



De acordo com Brigham e Ehrhardt (2006), não se pode confundir o beta com a inclinação da SML, pois isso constitui erro.

A inclinação de qualquer linha reta é igual à “altura” divida pela “distância”, ou $(Y_1 - Y_0)/(X_1 - X_0)$.

Tornando-se $Y = k$, ou a taxa de retorno requerida ou exigida, e $X = \text{beta}$, ou o risco sistemático, encontra-se a inclinação da SML; na verdade, será o prêmio pelo risco de mercado, a saber: $\text{PRM} = (\text{KM} - \text{RF})$.

Portanto, o exercício terá o seguinte caminho:

$(26 - 16)/(1,65 - 0,85) = 12,5\%$ (prêmio pelo risco de mercado, ou a inclinação da SML).

Calculando-se a taxa livre de risco, RF, partindo-se da equação do CAPM, isto é:

$$k_j = \text{RF} + [\beta_j \times (\text{KM} - \text{RF})]$$

É indiferente partir da Ação Alfa ou da Ação Gama, observe:

Partindo da Ação Alfa:	Partindo da Ação Gama:
$26 = \text{RF} + (1,65 \times 12,50)$	$16 = \text{RF} + (0,85 \times 12,50)$
$26 - 20,625 = \text{RF}$	$16 - 10,625 = \text{RF}$
$\text{RF} = 5,375\%$	$\text{RF} = 5,375\%$

Calculando a taxa da carteira de mercado, KM

$$26 = 5,375 + [1,65 \times (\text{KM} - 5,375)]$$

$$26 - 5,375 = 1,65 \text{ KM} - 8,86875$$

$$20,625 + 8,86875 = 1,65 \text{ KM}$$

$$29,49375/1,65 = \text{KM}$$

$$\text{KM} = 17,875\%.$$

O cálculo do prêmio pelo risco da Ação Alfa:

$k_A - \text{RF} = \text{prêmio pelo risco da Ação Alfa}$

$$26 - 5,375 = 20,625\%$$

O cálculo do prêmio pelo risco da Ação Gama:

$k_B - \text{RF} = \text{prêmio pelo risco da Ação Gama}$

$$16 - 5,375 = 10,625\%$$

Que tal alguns testes, quanto à inclinação da SML?

Partindo da taxa requerida de mercado com a taxa livre de risco:

$$(17,875 - 5,375)/ (1,0 - 0) = 12,50\%$$

Partindo da Ação Alfa e do retorno médio de mercado:

$$(26 - 17,875)/ (1,65 - 1,0) = 12,5\%$$

Partindo-se da Ação Gama e do retorno médio de mercado:

$$(16 - 17,875)/ (0,85 - 1,0) = 12,50\%$$

09

11) Linha do mercado de títulos, SML - Suponha que a taxa livre de risco, R_F , é de 9% e que o retorno médio de mercado, K_M , é de 13%.

- Desenhe a linha de mercado de títulos (SML) sobre o conjunto de eixos de risco sistemático (eixo x) – retorno exigido (eixo y).
- Calcule e classifique nos eixos, em “a”, o prêmio pelo risco de mercado.
- Com os dados acima, calcule o retorno exigido para o ativo A que tem beta de 0,80 e o retorno exigido para o ativo B tem um beta de 1,30.
- Desenhe os betas e retornos exigidos de “C” para os ativos A e B sobre os eixos em “a”. Classifique e discuta o prêmio pelo risco associado com cada um desses ativos.

Solução 11

12) Um investidor está tentando descobrir quanto risco precisa assumir para conseguir um retorno aceitável em sua carteira de investimento. A taxa livre de risco é atualmente igual a 8,75%; o retorno da carteira de mercado é de 13,75%. Use o CAPM para calcular o coeficiente beta associado ao retorno de cada uma das seguintes carteiras:

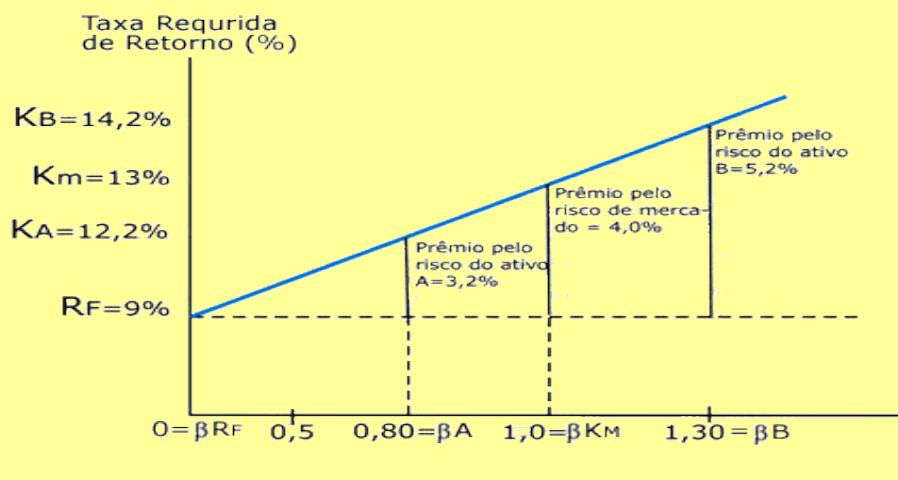
- 13% ;
- 15%;
- 11%;
- 22%.
- O investidor tem aversão ao risco. Qual é o retorno máximo que o investidor pode esperar, caso não esteja disposto a assumir risco acima da média?

SOLUÇÃO 12

10

Solução 11

LINHA DE MERCADO DE TÍTULOS – SML (Security Market Line)



10

Retorno exigido do Ativo A:

$$kA = RF + [\beta_A (kM - RF)]$$

$$KA = 9 + [0,80 (13 - 9)]$$

$$\mathbf{KA = 12,2\%}$$

Prêmio pelo risco do ativo A:

$$PRA = KA - RF$$

$$PRA = 12,2 - 9$$

$$\mathbf{PRA = 3,2\%}$$

Retorno exigido do Ativo B

$$KB = RF + [\beta_B (kM - RF)]$$

$$KB = 9 + [1,30 (13 - 9)]$$

$$\mathbf{KB = 14,2\%}$$

Prêmio pelo risco do ativo B:

$$PRB = KB - RF$$

$$PRB = 14,2 - 9$$

$$\mathbf{PRB = 5,2\%}$$

Prêmio pelo risco de mercado:

$$PRM = KM - RF$$

$$PRM = 13 - 9$$

$$\mathbf{PRM = 4\%}$$

11

Solução 12

a) você já percebeu: o beta desta carteira será: $0 < \beta_A < 1,0$, por quê? O retorno esperado da carteira é: $8,75\% < 13\% < 13,75\%$

$$kA = RF + [\beta_A (kM - RF)]$$

$$13 = 8,75 + [\beta_A (13,75 - 8,75)]$$

$$13 - 8,75 = 5 \beta_A$$

$$\beta_A = 4,25/5$$

$$\mathbf{\beta_A = 0,85}$$

b) você já percebeu: o beta desta carteira será: $\beta_B > 1,0$, por quê? O retorno esperado da carteira é: $15\% > 13,75\%$

$$KB = RF + [\beta_B (kM - RF)]$$

$$15 = 8,75 + [\beta_B (13,75 - 8,75)]$$

$$15 - 8,75 = 5 \beta_B$$

$$\beta_B = 6,25/5$$

$$\mathbf{\beta_B = 1,25}$$

c) você já percebeu: o beta desta carteira será: $0 < \beta_C < 1,0$, por quê? O retorno esperado da carteira é: $8,75\% < 11\% < 13,75\%$

$$KC = RF + [\beta_C (kM - RF)]$$

$$11 = 8,75 + [\beta_C (13,75 - 8,75)]$$

$$11 - 8,75 = 5 \beta_C$$

$$\beta_C = 2,25/5$$

$$\beta_C = 0,45$$

d) você já percebeu: o beta desta carteira será: $\beta_D > 1,0$, por quê? O retorno esperado da carteira é: 22% > 13,75%

$$KD = RF + [\beta_D(kM - RF)]$$

$$22 = 8,75 + [\beta_D (13,75 - 8,75)]$$

$$22 - 8,75 = 5 \beta_D$$

$$\beta_D = 13,25/5$$

$$\beta_D = 2,65$$

e) Neste caso, iria depender do grau de aversão ao risco do investidor, pois ele dispõe de duas carteiras com risco sistemático < que o risco médio de mercado. Se escolhesse a Carteira C, ficaria caracterizado um grau de aversão ao risco maior; se optasse pela carteira A, ficaria caracterizado um grau de aversão ao risco menor.

12

13) Um ativo tem beta igual a 1,75 e seu retorno esperado é de 17,0%. A taxa livre de risco é igual a 10%.

- a) Qual é o retorno esperado de uma carteira com investimentos iguais nos dois ativos?
- b) Se uma carteira composta por esses dois ativos tem beta igual 0,85, quais são os pesos da carteira?
- c) Se uma carteira composta por esses dois ativos tem retorno esperado de 15%, qual é seu beta?
- d) Se uma carteira composta pelos dois ativos tem beta de 1,85, quais são os pesos da carteira? Como você interpreta os pesos dos dois ativos neste caso? Explique.

Solução

14) O Ativo R tem um beta de 1,65, o Ativo S tem um beta de 0,7, a taxa esperada de retorno de uma ação média é de 15%, e a taxa de retorno livre de risco é de 10,5%. Quanto à taxa de retorno requerida do ativo mais arriscado excede a taxa de retorno requerida do ativo de menor risco?

Solução

15) Você possui uma carteira que tem 27% investidos na Ação X, 36% na Ação Y e 37% na Ação Z. Os retornos esperados dessas três ações são iguais a 20%, 16% e 12%, respectivamente. Qual é o retorno esperado dessa carteira?

Solução 15

16) Suponha-se gestor financeiro de um fundo de investimentos de \$4 milhões. O fundo consiste de quatro ações com os seguintes investimentos e betas:

Ação	Investimento	Beta
A	\$400.000	1,50
B	600.000	(0,50)
C	1.000.000	1,25
D	2.000.000	0,75

Caso a taxa requerida de retorno pelo mercado seja de 15% e a taxa livre de risco, de 10,75%, qual é a taxa requerida de retorno do fundo?

Solução 16

17) Vamos utilizar o CAPM para estimar o retorno esperado sobre uma ação da Cisco, supondo a taxa de juros de um título público em 5% ao ano, um beta de 1,39 e o prêmio de risco da carteira de mercado de 4% ao ano.

Solução 17

Solução 14

Antes dos cálculos, vamos observar cada um dos ativos envolvidos nesse exemplo. A carteira de mercado opera, por definição, com um beta =1,0, enquanto o ativo livre de risco opera com um beta = 0, portanto, o retorno exigido (requerido) do Ativo R será obrigatoriamente $> 15\%$, porque o beta deste ativo $> 1,0$. Por sua vez, o retorno do Ativo S ficará no seguinte intervalo: $10,5\% < k_S < 15\%$, por quê? Não esqueça que, no CAPM, tudo gira em torno do beta (risco sistemático), portanto: $\beta_{RF} < \beta_S < \beta_{KM}$.

Retorno esperado do Ativo R

$$k_R = 10,5 + [1,65 (15 - 10,5)]$$

$$k_R = 10,5 + 7,425$$

$$\mathbf{k_R = 17,925\% (observe, este valor é > 15\%)}$$

Retorno esperado do Ativo S

$$k_S = 10,5 + [0,7 (15 - 10,5)]$$

$$k_S = 10,5 + 3,15$$

$$\mathbf{k_S = 13,65\% (observe este valor: 10,5\% < 13,65\% < 15\%)}$$

A taxa mais arriscada excede a taxa menos arriscada em: $17,925 - 13,65 = 4,275\%$

Vamos testar este valor. Neste exemplo o PRM = $15 - 10,5 = 4,5\%$

A diferença entre os betas é de: $1,65 - 0,7 = 0,95$

Portanto: $4,5 \times 0,95 = 4,275\%$.

Solução 15

Neste exemplo, o retorno esperado da carteira não poderá ser $< 12\%$ nem $> 20\%$.

$$KP = (w_X \times k_X) + (w_Y \times k_Y) + (w_Z \times k_Z)$$

$$KP = (0,27 \times 20) + (0,36 \times 16) + (0,37 \times 12)$$

$$\mathbf{KP = 15,60\%}$$

Solução 16

Você está muito concentrado. Sugestão: dobrar este portfólio para oito ativos pelo menos. Nesse exemplo, devemos primeiro calcular o beta do fundo administrado por você.

$$\beta_P = (w_A \times \beta_A) + (w_B \times \beta_B) + (w_C \times \beta_C) + (w_D \times \beta_D)$$

$$\beta_P = [(400/4.000) \times 1,5] + [(600/4.000) \times -0,5] + [(1.000/4.000) \times 1,25] + [(2.000/4.000) \times 0,75]$$

$$\beta_P = 0,76$$

Você está operando com um beta defensivo, possivelmente deve estar enxergando turbulência pela frente; caso contrário, tem um perfil mais conservador, isto é, a sua aversão ao risco é maior que a de um investidor médio.

$$kP = RF + [\beta_P (KM - RF)]$$

$$kP = 10,75 + [0,76 (15 - 10,75)]$$

$$kP = 13,98\%$$

Solução 17

Neste exemplo, já dispomos do prêmio pelo risco da carteira de mercado, logo, podemos fazer o cálculo do retorno esperado da Cisco da seguinte maneira:

$$KCisco = (PRM \times \beta_{Cisco}) + RF$$

$$KCisco = (4 \times 1,39) + 5$$

$$KCisco = 10,56\%$$

O beta (risco sistemático) da Cisco é agressivo porque é maior que o risco sistemático de mercado: 1,39 > 1,0.

O que significa esse número encontrado, 10,56%? Segundo Damodaran (2006), não significa que teremos um retorno de 10,56% ao ano todos os anos por investir em ações da Cisco, mas oferece um referencial que teremos que alcançar se estivermos considerando a Cisco como investimento. Para que a Cisco seja um “bom” investimento, terá que render mais do que 10,56% ao ano.

13

Solução 13

Suponhamos que este investidor dispõe de \$100.000,00. Ele pretende distribuir este dinheiro em dois ativos diferentes, parte no ativo livre de risco e parte num ativo com risco. Não esqueça que o beta do ativo = 1,75, isto é, mais volátil, enquanto o beta do ativo livre de risco = 0. Pense, neste caso, em situação normal, uma carteira composta por estes dois ativos poderia ter um beta de carteira que poderia variar entre 0 e 1,75. Se o beta da carteira for > 1,75, isto significa que o investidor irá investir um valor > \$100.000 no ativo com risco, portanto, para ele tomar esta decisão o caminho seria fazer um empréstimo à taxa livre de risco e aplicar o valor do empréstimo no ativo com risco.

a) Investimentos iguais, é como se fosse \$50.000 no ativo mais volátil e \$50.000 no ativo livre de risco (50%/50%).

$$kP = (wJ \times kJ) + (wRF \times RF)$$

$$kP = (0,5 \times 17) + (0,50 \times 10)$$

$$kP = 13,50\%$$

b) Não podemos esquecer que o beta do ativo livre de risco = 0, assim como, não esquecer de que: $(wJ + wRF) = 1,0$ ou 100%

$$\beta_P = (wJ \times \beta_J) + (wRF \times \beta_{RF})$$

$$0,85 = (wJ \times 1,75) + (wRF \times 0)$$

$$0,85 = 1,75 wJ + 0$$

$$wJ = 0,85/1,75$$

$$wJ = 0,4857 \text{ ou } 48,57\%$$

$$(wJ + wRF) = 1,0$$

$$wRF = 1,0 - 0,4857$$

$$wRF = 0,5143 \text{ ou } 51,43\%$$

c) Neste caso o melhor caminho para o cálculo do beta da carteira é o cálculo via inclinação da reta:

$$PRM = (kJ - RF) / (\beta_J - \beta_{RF})$$

$$PRM = (17 - 10) / (1,75 - 0)$$

$$PRM = 7 / 1,75$$

$$PRM = 4,0\%$$

$$15 = 10 + (\beta_p \times PRM)$$

$$15 = 10 + 4 \beta_p$$

$$\beta_p = (15 - 10) / 4$$

$$\beta_p = 1,25$$

d) O beta da carteira é > que o beta do ativo mais arriscado, portanto, o investidor terá que tomar empréstimo para operar com esta carteira.

$$\beta_P = (w_J \times \beta_J) + (w_{RF} \times \beta_{RF})$$

$$1,85 = (w_J \times 1,75) + (w_{RF} \times 0)$$

$$1,85 = 1,75w_J$$

$$w_J = 1,85 / 1,75$$

$$w_J = 1,06 \times 100$$

$$w_J = 106\%$$

$$\text{Como: } w_J + w_{RF} = 1,0$$

$$1,06 + w_{RF} = 1,0$$

$$w_{RF} = 1,0 - 1,06$$

$$w_{RF} = -0,06 \times 100$$

$$w_{RF} = -6\%$$

Neste caso o investidor irá aplicar no ativo mais volátil a importância de \$106.000, como ele dispõe de \$100.000, deverá ir ao mercado e tomar dinheiro emprestado, neste caso, irá captar \$6.000,00 à taxa livre de risco.

14

3 - MUDANÇAS DE EXPECTATIVAS INFLACIONÁRIAS

Segundo Gitman (2004) a posição e a inclinação da SML são afetadas por dois fatores principais:

- expectativas de inflação;
- aversão ao risco.

As mudanças de expectativas inflacionárias afetam a taxa de retorno livre de risco, RF. A equação da taxa de retorno livre de risco é

$$RF = k^* + PI$$

Onde:

RF = taxa de juro ou taxa de retorno de um ativo livre de risco

k^* = taxa real de juros constante

PI = prêmio por inflação

Essa equação mostra que, supondo uma taxa real de juros constante, k^* , variações de expectativas inflacionárias, refletidas num prêmio por inflação, PI, resultarão em variações correspondentes da taxa livre de risco.

Portanto, uma variação nas expectativas inflacionárias, geralmente como decorrência do manuseio da política monetária por parte das autoridades monetárias, provocará um deslocamento da SML. Como a taxa de juros livre de risco é um componente básico de todas as taxas de retorno, qualquer variação de RF refletirá em todas as taxas exigidas de retorno.

As variações de expectativas de inflação resultam em deslocamentos paralelos da SML, em resposta direta à magnitude e à direção das variações.

15

Exemplo

1) A Empresa Alfa, uma empresa que produz motores elétricos e está em processo de crescimento, deseja determinar o retorno exigido de um Ativo Z com beta igual a 1,75. A taxa de juros livre de risco é 15%; o retorno da carteira média de mercado é 18,5%. Calcule a taxa de retorno mínima exigida para o Ativo Z.

Solução 1

16

Solução

Equação do CAPM

$$k_j = RF + [\beta_j \times (k_M - RF)]$$

Como o nome do ativo é, Ativo Z, vamos identificar as variáveis conforme o nome do ativo.

$$k_Z = RF + [\beta_Z \times (k_M - RF)]$$

Portanto:

$$k_Z = 15 + [1,75 \times (18,5 - 15)]$$

$k_Z = 21,125\%$ (retorno mínimo exigido para o Ativo Z, com base numa taxa de juro livre de risco de 15%, numa taxa média de mercado exigida de 18,5% e no beta do ativo Z de 1,75).

O prêmio pelo risco de mercado, PRM, é igual:

$$PRM = 18,5\% - 15\%$$

$$PRM = 3,5\%$$

O prêmio pelo risco do Ativo Z, PRZ, é igual:

$$PRZ = 21,125\% - 15\%$$

$$\mathbf{PRZ = 6,125\%}$$

Outra maneira de calcular o PRZ seria:

$$PRZ = 1,75 \times 3,5$$

$$PRZ = 6,125\%$$

Vamos supor que a taxa de juros livre de risco inclua uma taxa real de juros, k^* , de 10%, e um prêmio por inflação, PI, de 5%, portanto:

$$RF = 10\% + 5\%$$

$$RF = 15\%$$

Suponhamos agora que alguns eventos econômicos recentes tenham provocado um aumento de 2% das expectativas de inflação, elevando o prêmio por inflação para $5\% + 2\% = 7\%$, PI1. O que irá ocorrer com os novos retornos?

$$RF1 = 10\% + 7\%$$

$$\mathbf{RF1 = 17\% (sobe de 15\% para 17\%)}$$

Como não ocorreu mudança na aversão ao risco, o prêmio pelo risco de mercado não irá sofrer mudanças, logo: PRM=3,5%

$$PRM = KM - RF$$

$$3,5\% = KM - 17\%$$

$$3,5\% + 17\% = KM$$

$$\mathbf{KM = 20,5\%}$$

Qual deverá ser o novo retorno mínimo exigido para o Ativo Z?

$$kz = 17 + [1,75 \times (20,5 - 17)]$$

$$\mathbf{kz = 23,125\%}$$

Conclusão: o aumento de 2% ocorrido na taxa de juros livre de risco, como decorrência de uma mudança nas expectativas inflacionárias, provocou um aumento de 2% nas demais taxas de retorno. Caso estivéssemos diante de uma redução de 2% nas expectativas inflacionárias, as demais taxas de retorno iriam experimentar uma queda de 2%. Portanto, uma variação de expectativas inflacionárias se refletirá integralmente em uma variação correspondente dos retornos de todos os ativos, indicada por um deslocamento paralelo da SML.

4 - VARIAÇÕES DA AVERSÃO AO RISCO

Como a maior parte dos investidores tem aversão ao risco, a inclinação da SML, PRM, reflete o grau de aversão ao risco: quanto maior a inclinação, maior é esse grau, pois um nível mais elevado de retorno será exigido para cada nível de risco medido pelo beta, portanto, os prêmios por risco crescem de acordo com o grau de aversão ao risco. A recíproca é verdadeira.

Variações da aversão a risco e, portanto, deslocamentos da SML decorrem de mudanças das preferências dos investidores, que geralmente resultam de eventos econômicos, políticos e sociais. São exemplos de eventos que aumentam a aversão ao risco: uma crise no mercado de ações, o assassinato de um líder político importante e a eclosão de uma guerra.

Exemplo 1

Comparando as duas situações - mudanças de expectativas inflacionárias e variação de aversão ao risco - constamos que o retorno exigido para o Ativo Z, inicialmente, experimentou um aumento de: $23,125\%$ - $21,125\% = 2\%$, isto é, foi proporcional ao aumento ocorrido no RF, agora, observamos que o aumento: $24,625 - 21,125 = 3,5\%$, é mais que proporcional ao aumento do PRM.

Deve ficar claro, assim, que maior aversão ao risco resulta em retornos exigidos mais altos para cada nível de risco. Analogamente, uma redução da aversão ao risco faz com que diminua o retorno exigido a cada nível de risco.

2) Um projeto de investimento tem retorno anual esperado (estimado) de 14,80%. O beta estimado para o projeto, $\beta_{projeto}$, é de 1,3. Para o período de vida útil do projeto a taxa de juros livre de risco, RF, e o prêmio pelo risco de mercado, PRM, foram estimados em: 9,0% e 4,0%, respectivamente. Supondo que nesta empresa não exista capital de terceiros, somente capital próprio, utilize o CAPM como taxa de corte para a tomada de decisão sobre este projeto de investimento.

Solução 2

3) Um projeto de investimento tem retorno anual esperado (estimado) de 14,5%. O beta estimado para o projeto, $\beta_{projeto}$, é de 0,75. Para o período de vida útil do projeto a taxa de juros livre de risco, RF, e o prêmio pelo risco de mercado, PRM, foram estimados em: 10% e 6,0%, respectivamente. Supondo que nesta empresa não exista capital de terceiros, somente capital próprio, utilize o CAPM como taxa de corte para a tomada de decisão sobre este projeto de investimento.

Solução 3

4) Um projeto de investimento tem retorno anual esperado (estimado) de 17,75%. O beta estimado para o projeto, $\beta_{projeto}$, é de 1,75. Para o período de vida útil do projeto a taxa de juros livre de risco, RF , e a taxa de retorno prêmio de mercado, KM , foram estimados em: 10% e 15,0%, respectivamente. Supondo que nesta empresa não exista capital de terceiros, somente capital próprio, utilize o CAPM como taxa de corte para a tomada de decisão sobre este projeto de investimento.

Solução 4

Cálculo da taxa de corte:

$$k_{projeto} = RF + [\beta_{projeto} (KM - RF)]$$

$$k_{projeto} = 10 + [1,75 + (15 - 10)]$$

$$k_{projeto} = 18,75\%$$

Neste exemplo o retorno prometido pelo projeto de investimento é menor do que a taxa de corte, isto é: $17,75\% < 18,75\%$. Neste caso, o projeto deve ser rejeitado, porque se for posto em andamento ele irá destruir riqueza do proprietário, com isso, o valor da empresa será diminuído. Segundo Damodaran (2004), se não houver investimentos suficientes que cubram a taxa de corte, deve-se devolver os recursos para os proprietários. As formas de retorno: dividendos e recompras de ações, não dependerão das características dos acionistas.

Nessa Unidade o nosso foco foi o Modelo de Precificação de Ativos de Capital (CAPM), convém ressaltar, no entanto, que não existe apenas o CAPM como modelo de mensuração de risco de mercado. Além do CAPM Damodaran (2007) recomenda: o Modelo de Precificação por Arbitragem (Arbitrage Pricing Model – APM), proposto pelo professor Stephan A Ross do MIT, assim como, os modelos multifatoriais. Por enquanto, a nossa disciplina ficará apenas no CAPM.

Exemplo 1

Vamos relembrar o caso da Empresa Alfa (exemplo 1), com o seu Ativo Z, onde o beta do Ativo Z, β_Z , é de 1,75, a taxa livre risco, RF , é de 15%, o retorno do mercado, (KM) , é de 18,5%, o prêmio pelo risco de mercado, PRM , é de 3,5%, enquanto o retorno exigido para o Ativo Z, k_Z , é de 21,125%, bem como, o prêmio pelo risco do Ativo Z, PR_Z , é de 6,125%. Suponhamos que certos eventos econômicos recentes tenham tornado os investidores mais avessos ao risco, elevando o PRM em mais 2%, isto é, $3,5\% + 2,0\% = 5,5\%$. Observação importante: a taxa livre de risco, RF , de 15% e o beta do Ativo Z, β_Z , de 1,75, não irão sofrer mudanças. O que irá acontecer com as taxas de retorno dos ativos com risco?

Solução

A taxa livre de risco não será afetada, logo, **RF1= 15%**

A taxa de retorno media de mercado será, evidentemente afetada, pois, o PRM foi afetado em mais 2%, logo:

$$PRM = kM - RF$$

$$5,5 = kM - 15$$

$$kM = 20,5\%$$

A taxa de retorno exigida para o Ativo Z, kZ , irá ficar:

$$kZ = 15 + [1,75 \times (20,5 - 15)]$$

$$kZ = 24,625\%$$

Solução 2

Neste exemplo, o CAPM será utilizado como taxa de corte (custo de oportunidade) para a tomada de decisão sobre um projeto de investimento. Caso esta empresa utilizasse dinheiro oriundo de capital próprio e de capital de terceiros, a taxa de corte a ser utilizada seria o custo de capital.

Cálculo da taxa de corte:

$$kprojeto = RF + [\beta_{projeto} (KM - RF)]$$

$$kprojeto = 9,0 + (1,3 \times 4,0)$$

$$kprojeto = 14,20\%$$

Para o projeto de investimento ser aceito, será necessário que a taxa de retorno prometida pelo projeto seja > que a taxa de corte. Logo, neste exemplo nós temos: $14,80\% > 14,20\%$, o projeto deveria ser aceito.

Solução 3

Cálculo da taxa de corte:

$$kprojeto = RF + [\beta_{projeto} (KM - RF)]$$

$$kprojeto = 10 + (0,75 \times 6,0)$$

$$kprojeto = 14,50\%$$

Neste exemplo, o retorno prometido pelo projeto de investimento é igual à taxa de corte, ou seja:

$14,5\% = 14,5\%$, logo, o projeto deveria ser rejeitado. Segundo Damodaran (2004), um dos princípios fundamentais das finanças corporativas é “investir em projetos que ofereçam um retorno maior do que a taxa de corte”.

Solução 4

Cálculo da taxa de corte:

$$kprojeto = RF + [\beta_{projeto} (KM - RF)]$$

$$kprojeto = 10 + [1,75 + (15 - 10)]$$

$$kprojeto = 18,75\%$$

Neste exemplo o retorno prometido pelo projeto de investimento é menor do que a taxa de corte, isto é: $17,75\% < 18,75\%$. Neste caso, o projeto deve ser rejeitado, porque se for posto em andamento ele irá destruir riqueza do proprietário, com isso, o valor da empresa será diminuído. Segundo Damodaran (2004), se não houver investimentos suficientes que cubram a taxa de corte, deve-se devolver os recursos para os proprietários. As formas de retorno: dividendos e recompras de ações, vão depender das características dos acionistas.

18

RESUMO

O beta mede a sensibilidade de um título a movimentos da carteira de mercado. O beta (risco sistemático) de uma carteira pode ser facilmente estimado usando os betas dos ativos que o compõe. A interpretação para o beta de carteira segue o mesmo princípio do beta de um ativo individual.

Embora a diversificação reduza a exposição das carteiras aos riscos específicos (risco não sistemático), a maioria dos investidores limita sua diversificação a uns poucos ativos.

No CAPM, todo o risco de mercado é capturado no beta (risco sistemático), medido em relação a uma carteira de mercado, o que pelo menos em teoria deveria incluir todos os ativos negociados no mercado mantidos em proporção ao seu valor de mercado.

A inclinação da SML, Linha de Mercado de Títulos (Security Market Line), mostra em quanto o retorno requerido aumenta, à medida que o risco aumenta. A posição e a inclinação da SML são afetadas por dois fatores principais: a) expectativas de inflação; b) aversão ao risco.