UNIDADE 2 – RACIOCÍNIO LÓGICO E MATEMÁTICO
MÓDULO 1 – INTRODUZINDO O RACIOCÍNIO LÓGICO

01

1 - É LÓGICO!

Observe a tira do Recruta Zero.

(Greg e Mort Walker)

Como foi que o Recruta Zero concluiu que o sargento Tainha iria assistir a um jogo? Que indício o fez concluir que não era possível assistir a um filme, naquele momento? Possivelmente pela evidência de que sempre que o sargento vai assistir ao jogo, ele arruma a estante de guloseimas. E naquele momento a estante estava arrumada. Baseado em indícios ele chegou a uma conclusão. Para o Recruta Zero isto é *lógico*!

Você se lembra quantas vezes, ao longo de sua vida, já utilizou essa expressão?

Em diversos momentos do nosso cotidiano, falando sobre esporte, filmes, livros, escolas ou questões do dia-a-dia, acreditamos estar pensando e agindo com lógica. Quando emitimos uma opinião que nos parece evidente e de difícil argumentação, quase sempre utilizamos a expressão: É lógico!

Vejamos alguns exemplos:

É lógico que com o aumento do trigo, o pão também irá aumentar de preço.
É lógico que quando chove o nível de umidade do ar aumenta.
É lógico que se chover não precisaremos regar as plantas.

Seria diferente se Recruta Zero tivesse dito: “acho que o sargento vai assistir a um jogo”, aí ele estaria apenas emitindo uma opinião e não poderia dizer: é lógico.

Assim, se quisermos que a nossa conclusão seja lógica, devemos argumentar, isto é, expor as razões que a sustentam. Chamamos de "argumento" o encadeamento de razões.

Para exemplificar:

A ligação entre as razões apresentadas e a conclusão é fundamental para se ter uma boa argumentação. No exemplo acima, não seria possível concluir que ela será aprovada, a partir de razões como: ela não é estudiosa ou não tira boas notas, pois não existiria relação entre essas razões e a conclusão.

A lógica trata das formas de argumentação, das maneiras de encadear o raciocínio para justificar, a partir de dados essenciais, as nossas conclusões. A lógica nos dá subsídios para identificar o que pode ou não pode ser concluído a partir de uma explicação ou comunicação.

É lógico que Maria será aprovada este ano, pois ela lê e escreve bastante, é inteligente e sempre tira boas notas.

As razões apresentadas são: ela lê e escreve bastante, ela é inteligente, ela sempre tira boas notas, que parecem suficientes para garantir a conclusão: Maria será aprovada.

02

A maioria de nós acredita que é somente na matemática que utilizamos o nosso raciocínio lógico, todavia este tipo de raciocínio está presente em todas as áreas de conhecimento. O “processo de pensar, expressar idéias, refletir, discutir, registrar, sistematizar, fazer e refazer baseia-se na contribuição interativa das diferentes disciplinas, por meio da articulação do pensamento e da linguagem na busca do significado das coisas e da elaboração do saber”.

Diferentes profissionais, em diferentes campos de atuação, utilizam a argumentação lógica para atingirem os seus objetivos. Entre eles podemos citar: os advogados, jornalistas, políticos, professores, publicitários.

Na matemática, somos convidados constantemente a apresentar conclusões como conseqüência lógica de determinadas afirmações que são inicialmente aceitas. É comum lidarmos com as expressões:

Se as retas a e b em um plano não possuem pontos comuns, **então** *a* e *b* são retas paralelas.
Se um ângulo é obtuso, **então** ele é maior que 90º e menor que 180º.
Se $\sqrt{x} = 4$, **então** $x=16$
Se um número maior que zero é par, **então** é terminado por 0, 2, 4, 6 ou 8

Observe que as expressões na matemática normalmente são construídas assim: *Se isto é verdade, então aquilo também é.*

03

Desta forma, estudar matemática é um permanente exercício de lógica, porque cada afirmação, por mais complexa que pareça, pode ser sempre comprovada a partir de outras mais simples, ordenadas apropriadamente.

Sabendo-se que:

1. Raciocinar logicamente não é um privilégio dos filósofos ou dos apaixonados pela matemática.
2. Há, nos diferentes campos do saber, crescente necessidade do desenvolvimento da capacidade de argumentação, baseada na lógica.
3. É preciso aprimorar a capacidade de resolver problemas com rapidez e consistência, ou seja, com precisão em qualquer situação da vida.

Somos, assim, levados a desenvolver nosso raciocínio lógico para ficarmos atentos e selecionar as informações que nos chegam para melhor desempenharmos nossos papéis de cidadãos.

Muitas são as definições que você poderá encontrar para lógica, mas em última análise elas têm um conteúdo comum, ou seja, **a lógica é a disciplina que trata das formas do pensamento, da linguagem descritiva do pensamento, das leis da argumentação e raciocínios, dos métodos e dos princípios que regem o pensamento humano.**

Veja bem, existem diversas maneiras de se convencer alguém. Em linguagem técnica são chamadas de argumentos, dentre os quais alguns são corretos, verdadeiros ou legítimos e outros são incorretos, falsos ou ilegítimos.

04

Aristóteles, nascido século IV antes de Cristo, foi um dos muitos pensadores cujas ideias permanecem vivas até os dias de hoje. Esse filósofo, que foi aluno de Platão e professor de Alexandre - o Grande, é considerado um dos maiores pensadores de todos os tempos e criador do pensamento lógico.

Aristóteles foi considerado o primeiro a se preocupar com o estabelecimento de regras para argumentação. Estudou detalhadamente certos tipos básicos de argumentos e estabeleceu regras para distinguir os que são válidos dos inválidos. Os argumentos inválidos são conhecidos como falácias ou sofismas.

Você já ouviu alguém dizer: *tal argumento é falacioso* ou *esta afirmação é um sofisma*? Essas declarações expressam que a afirmação ou o argumento utilizado foi mal construído e que a conclusão não é consequência das razões apresentadas.
Além das falácias e dos sofismas, há o problema das frases ambíguas, que causam dúvida entre duas ou mais possibilidades.

05

Se perguntarmos a alguém: Você gostaria de melhorar sua habilidade de resolver problemas lógicos e matemáticos ou melhorar sua compreensão das informações que você lê em publicações cientificas, em relatórios médicos ou nos contratos legais? a maioria das pessoas responderia sim a essas perguntas.

Muitas pessoas ficariam felizes em ampliar sua capacidade de raciocínio porque, no mundo de hoje, é impossível deixar de resolver alguns problemas, ler documentos técnicos, controlar conta bancaria e orçamento doméstico, calcular impostos ou ler instruções para instalar equipamentos domésticos. Inicialmente, devemos considerar que é possível enfrentar dificuldades e cometer erros, pois estamos aprendendo e experimentando.

Uma forma de melhorar nossas habilidades de análise é observar os tipos de erros que as pessoas fazem frequentemente, e então ficar atento para não praticá-los. Ocasionalmente, entretanto, erros acontecem porque determinada pessoa não possui as informações necessárias para responder a um determinado problema. Por exemplo, dada uma questão de vocabulário, um aluno pode não saber o significado de determinadas palavras contidas nas questões.

Mas, muitos erros não são deste tipo. Ao invés, os alunos têm informações suficientes e erram a questão porque seus processos de análise e raciocínio falham de alguma forma. Falham na leitura ou na análise do problema, não têm persistência para chegar na solução ou não sabem "pensar alto" enquanto trabalham. Vamos analisar cada caso de falha.

06

1. Imprecisão de leitura

O Aluno:

- Lê o texto de um problema sem se concentrar no significado das palavras e não entende completamente o problema.
- Lê as frases sem perceber que seu entendimento é vago e não se pergunta: "Será que compreendi bem esse problema?"
- Faz uma leitura muito rápida do problema e perde a compreensão global.
- Às vezes, perde algumas palavras porque não lê cuidadosamente o problema, "passa por

cima” de palavras importantes.
• Faz uma leitura desatenta e perde um ou mais fatos ou idéias do problema.
• Não é consistente na maneira como interpreta as palavras ou executa operações envolvidas no problema. A cada ocasião atua de forma diferente.
• É impreciso ao visualizar uma descrição ou relação apresentada no texto.
• Não relaciona o texto escrito com a realidade ou eventos concretos de modo a tornar claro e inteligível o significado do que está escrito.
• Não usa o dicionário quando é preciso.
• Não transforma as palavras que não são claras em palavras que já conhece.
• Salta palavras ou frases ou ainda se satisfaz com um vago entendimento delas ao invés de tentar obter melhor compreensão.

2. Falha na análise do problema

O aluno:

• Não divide o problema em partes.
• Não inicia por uma determinada parte que possa manipular de modo a iniciar a solução.
• Não trabalha passo a passo.
• Não é suficientemente preciso em cada passo.
• Não usa as partes do problema que já entendeu para ajudá-lo a resolver as partes mais difíceis.
• Não clarifica o raciocínio sobre as partes entendidas de modo a trabalhar a partir delas.
• Não se baseia no conhecimento e experiências anteriores para entender as idéias que não estão claras.
• Não constrói ativamente (mentalmente ou no papel) uma representação das idéias descritas no texto, que poderia ajudar no entendimento do problema.
• Fica inseguro quanto à correção de alguma etapa ou conclusão, mas não confere.
• Não tem certeza sobre a fórmula ou procedimento que deve ser utilizado mas não confirma.
• Trabalha ou calcula rápido demais e erra.
• Não avalia a solução ou a interpretação obtida em termos de seu conhecimento anterior sobre o tópico.

07

3. Falta de persistência

O aluno:

• Faz poucas tentativas de usar o raciocínio para resolver um problema.
• Não confia em sua habilidade de tratar esse tipo de problema.
• Acredita que o raciocínio não funciona para aquele problema.
• Sente-se confuso e não inicia um trabalho sistematico.

• Clarifica as partes do problema que podem ser prontamente compreendidos para depois prosseguir.
• Escolhe uma resposta baseada na consideração superficial do problema – na impressão ou sentimento daquilo que pode ser correto.
• Faz apenas uma tentativa superficial e tenta adivinhar uma resposta.
• Resolve o problema de maneira mecânica, sem pensar muito.
• Estuda parcialmente o problema, abandona e pula para uma conclusão.

4. Falha em "pensar alto"

• O aluno não verbaliza o problema em detalhes suficientes enquanto trabalha. Em certos pontos ele para e pensa sem verbalizar seus pensamentos. Efetua um cálculo numérico ou representa uma conclusão sem verbalizar ou explicar os passos executados.

08

Aprender a solucionar problemas

Os professores Arthur Whimbey e Jack Lochhead, no livro *Problem solving and comprehension*, demonstram os métodos usados por aquelas pessoas que são consideradas bons solucionadores de problemas. Em seguida, oferecem oportunidade de prática nesses métodos, por meio de muitos exercícios e questões de compreensão e raciocínio. Na medida em que faz os exercícios propostos, o aluno nota que suas habilidades de raciocínio estão melhorando e, em conseqüência, aumenta sua autoconfiança e adquire uma atitude positiva quando tem problemas a resolver.

Você está convidado a ler e discutir em voz alta quando resolve os exercícios; isto porque pensar é uma atividade escondida. A habilidade de analisar material complexo e resolver problemas é uma habilidade tanto quanto jogar golfe ou dirigir um carro. Entretanto, há uma dificuldade especial para ensinar a habilidade de análise.

Em geral, há duas fases para se ensinar uma habilidade. Na primeira, a habilidade é demonstrada ao estudante e, na segunda, o aluno realiza prática orientada. Em contraste com a aprendizagem do jogo de golfe, analisar material complexo é uma atividade que se desenvolve em nossa cabeça. Este fato torna difícil para o professor ensinar e para o aluno aprender. Em outras palavras, um iniciante não pode observar como pensa um especialista em resolver problemas. E o especialista tem dificuldade em demonstrar a sua técnica.

A forma de resolver esse problema é: relatar em voz alta enquanto se resolve um problema. Se estudantes e especialistas “pensam alto” enquanto trabalham sobre ideias e relações complexas, os passos que executam tornam-se abertos para serem “vistos” e suas atividades podem ser observadas e comunicadas.

09

O procedimento de pedir às pessoas que pensem em voz alta enquanto resolvem problemas é aplicado de duas maneiras.

1. Resolvedores experientes de problemas foram convidados a relatarem seu pensamento, em voz alta enquanto resolviam os problemas deste curso. Suas respostas foram gravadas e os passos usados para a solução foram escritos e resumidos. Esses resumos são apresentados como solução do problema. Isto é, a solução de cada problema é um resumo dos passos executados por um solucionador experiente enquanto ele resolvia o problema em voz alta.

2. A segunda aplicação do procedimento consiste em solicitar a você, aluno, para pensar em voz alta enquanto trabalha cada um dos problemas. Fazendo isso você torna seu raciocínio visível às outras pessoas, de forma que possam observar como você ataca o problema.

Assim, elas podem aprender as técnicas que usa; podem ajudá-lo apontando algum erro que possa fazer e podem comparar os passos que você usa com aqueles listados na solução.

Mais tarde você vai descobrir que pensando alto será capaz de “ver” as atividades do seu próprio raciocínio mais atentamente. Você será capaz de ver exatamente quais estratégias que você usa e quais as suas dificuldades para resolver o problema.

As pesquisas têm mostrado que esta é a maneira eficiente para melhorar as habilidades de solução de problemas: trabalhar em dupla, pensar alto, aprender com o outro e conhecer como os resolvedores experientes abordam os mesmos problemas.

Vamos recordar? Escreva as respostas em uma folha de papel. Se tiver dúvida retorne ao texto.

- Quais são as duas fases do ensino de uma habilidade como jogar basquete ou nadar?
- Qual a maior barreira para ensinar a habilidade de raciocínio lógico?
- Como este curso tenta vencer a dificuldade para ensinar raciocínio lógico? Como acontecem as duas fases do ensino da habilidade?

10

2 - PENSANDO EM VOZ ALTA

Embora você seja convidado a pensar alto, você, naturalmente, não pode verbalizar todo o processamento mental que realiza. Por exemplo, você não pode explicar como você sabe o significado de cada palavra que lê no problema. Entretanto, quando você não está seguro sobre uma palavra ou idéia, e você tem que parar e pensar a respeito, faça isso em voz alta. Como uma regra básica, tente pensar alto tanto quanto possível enquanto faz os exercícios.

Descreva seus pensamentos - especialmente nos pontos do problema em que sinta dificuldade ou fique confuso. É uma forma de garantir que você não salte passos no seu raciocínio nem perca fatos ao chegar à conclusão. Ou seja, você verá que a verbalização de seus pensamentos o força a ser mais cuidadoso e completo ao analisar idéias.

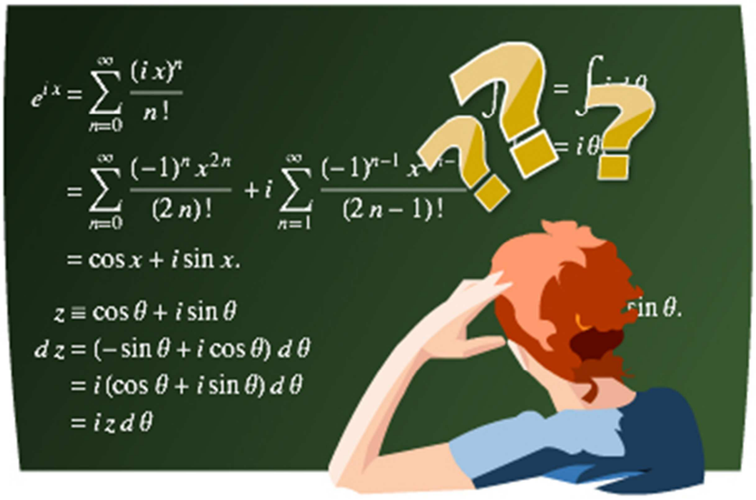
O processo de verbalizar enquanto resolve problemas requer alguma prática. Inicialmente você pode encontrar dificuldade em expressar os seus pensamentos com palavras, mas a maioria dos estudantes passa a fazê-lo rapidamente.

11

3 - CARACTERÍSTICAS DOS BONS SOLUCIONADORES

Os exemplos apresentados ilustram algumas características das pessoas que são boas resolvedoras de problemas. Essas características têm sido estudadas pelos pesquisadores do assunto e serão resumidas em cinco itens.

a) Atitude positiva – Os bons resolvedores de problemas têm forte crença em que os problemas de raciocínio podem ser resolvidos por meio de análise persistente. Resolvedores mais fracos, ao contrário, expressam frequentemente a opinião: ou você sabe a resposta a um problema ou não sabe. Se você não sabe, procure adivinhar ou então abandone.



Eles não aprenderam que um problema pode inicialmente parecer confuso – e a maneira de trabalhar sobre ele pode não ser óbvia – mas que, decompondo cuidadosamente o problema, destacando primeiro uma parte da informação e depois outra, a dificuldade inicial pode ser gradualmente analisada. Os resolvedores fracos não têm confiança nem experiência em tratar os problemas, às vezes longos, por meio da análise gradual.

12

b) Cuidar da precisão – Os bons resolvedores tomam muito cuidado para entender precisamente os fatos e suas relações em um problema. Eles são quase compulsivos em verificar se entenderam o problema de forma completa e correta. Mas os resolvedores mais fracos não têm grande ênfase no entendimento.

Por exemplo, os bons relêem várias vezes um problema, em muitas ocasiões, até estarem certos de que o tenham entendido. Os mais fracos, por outro lado, erram freqüentemente um problema porque não sabem exatamente o que ele propõe. Possivelmente eles poderiam saber se fossem mais cuidadosos, se re-examinassem e pensassem analiticamente sobre o problema. Mas os resolvedores fracos não aprenderam como é importante tentar entender completamente as idéias do problema.

c) Dividir o problema em partes - Bons solucionadores aprenderam que analisar problemas e idéias complexas consiste em dividi-los em pequenas partes. Aprenderam atacar os problemas a partir de um ponto que faz algum sentido e, então, prosseguir desse ponto. Em contraste, os fracos não aprenderam a abordagem de dividir problema complexo em subproblemas, trabalhando um de cada vez.

d) Evitar adivinhação – O resolvedores mais fracos tendem a pular para as conclusões e adivinhar respostas sem passar por todos os passos necessários para garantir que as respostas sejam precisas. Algumas vezes, eles fazem julgamentos intuitivos no meio de um problema, sem verificar se o julgamento é correto. Outras vezes, trabalham uma parte do problema, mas abandonam o raciocínio e vão direto para a resposta.

13

Os bons resolvedores costumam trabalhar os problemas do começo ao fim, cuidadosamente, em pequenos passos. A tendência dos fracos fazerem mais erros – trabalhando apressadamente e, algumas vezes pulando os passos – pode ser descrita por três características.

• Primeira, não acreditam que a análise persistente seja uma forma efetiva (e de fato é a única) para trabalhar com os problemas de raciocínio. Assim, sua motivação é fraca para persistir trabalhando o problema com precisão e profundidade até que esteja resolvido.

• Segunda característica, os resolvedores fracos tendem a ser descuidados em seu raciocínio. Eles não desenvolveram o hábito de manter o foco e conferir continuamente a precisão de suas conclusões.

• E, como terceira característica, eles não aprenderam a dividir o problema em partes e trabalhar um de cada vez.

Como conseqüência dessas três características, os resolvedores mais fracos têm uma forte tendência de apresentar respostas rápidas que contém erros, tanto de cálculo como de lógica.

14

e) Atuar na solução de problemas - A característica final do bom solucionador de problemas é a **tendência em ser mais ativo que os outros**, quando trabalhando com problemas de raciocínio. Eles fazem mais coisas enquanto tentam entender e responder questões difíceis. Por exemplo, se uma descrição escrita é difícil de entender, eles tentam criar uma figura mental das idéias de modo a “ver” melhor a situação. Se uma apresentação é longa, confusa ou vaga, um bom solucionador tenta destacar e simplificar, em termos de experiências vividas e exemplos concretos.

Além disso, o bom solucionador faz perguntas sobre o problema, responde questões, fala consigo mesmo para clarear as idéias. Um solucionador pode contar nos dedos, apontar com uma caneta, rabiscar o texto do problema, fazer digramas ou outra ajuda física para o pensamento. Principalmente, um bom solucionador é ativo de muitas formas, as quais melhoram sua precisão e o ajudam a chegar ao entendimento claro de idéias e problemas.

Muito da aprendizagem vem não daquilo que outras pessoas nos falam, mas de nossa própria habilidade de descrever o que funciona e o que não funciona.

“Pensar alto” é um processo muito simples que se torna cada vez mais complexo e sofisticado na medida em que desenvolvemos nossa experiência. Inicialmente tudo que precisamos saber é que: aquele que resolve o problema deve explicar todos os passos de seu raciocínio e quem ouve tem que entender todos esses passos. Dessas duas metas simples decorre todo o resto.

15

4 - A IMPORTÂNCIA DA LEITURA

Ao ler livros especializados, ou qualquer outro texto técnico, devemos ler muito cuidadosamente para ter compreensão completa. Ocasionalmente, podemos não ter o tempo suficiente para ler com cuidado e acabamos por fazer apenas uma leitura superficial.

Mas é preciso reconhecer que, quando lemos superficialmente, não compreendemos a maioria dos detalhes. Não conseguimos aprender matemática fazendo uma leitura superficial sobre um texto matemático, nem conseguimos aprender química, física, biologia, ou qualquer outra ciência, se fizermos apenas uma leitura superficial em textos dessas áreas. Existe uma grande quantidade de informações erradas sobre leitura. Aqui estão seis mitos populares sobre leitura, que pesquisas demonstraram que são **falsos**.

16

Mito 01. ***Não Mova os Lábios ao Ler*** - Às vezes, ouvimos que não se deveria mover os lábios, a língua ou os músculos da garganta ao ler, nem ouvir palavras em nossa mente ao ler. Deveríamos ser um leitor totalmente "visual". Em alguns livros, professores são aconselhados a dar balas ou doces aos seus alunos, para que elas não movam os lábios ou a língua e, se necessário, até colocar uma caneta ou uma régua na boca da criança, para salvá-la deste hábito.

Uma série de estudos mostrou recentemente que é útil mover os lábios, a língua ou os músculos da garganta, e talvez seja até necessário para uma boa compreensão de matérias difíceis. Por exemplo, em um experimento, estudantes universitários que foram ensinados a não mover os lábios, conseguiam uma boa compreensão apenas de matérias fáceis. A compreensão deles sobre matérias difíceis piorava drasticamente quando não moviam os lábios durante a leitura.

Todas as evidencias indicam que se deveria, livremente, mover os lábios, a língua ou os músculos da garganta ao ler. Isto pode produzir melhor compreensão de materiais técnicos e uma completa apreciação de escritas literárias onde figuras de linguagem dependem do ato de ouvir as palavras lidas.

17

Mito 02. ***Leia apenas as palavras chave*** - Este conselho é completamente ilógico. Como se podem saber quais são as palavras chaves, antes de se ler todas as palavras? Este conselho supõe algo mágico, um mecanismo de eliminação que permitirá pré-ler as palavras e selecionar as palavras chaves que então serão lidas.

Quando os estudantes realmente tentam ler apenas as palavras chaves, eles, freqüentemente, aparecem com uma interpretação errada do material. Por exemplo, um estudante leu a seguinte frase silenciosamente:

Alguns fragmentos de evidência comprovam aqueles que sustentam uma opinião elevada sobre o nível de cultura geral entre os atenienses no Período Clássico.

Eu perguntei ao estudante o que dizia a frase e ele respondeu: “O nível da cultura grega era muito alto”.Eu perguntei: “e o que diz respeito à primeira parte da frase – alguns fragmentos de evidência?” Ele respondeu que havia pulado esta parte e tentou ler apenas as palavras chaves, ou seja, “elevado... nível de cultura... atenienses”.

Mito 03. ***Não tenha uma leitura “palavra por palavra”*** - *Emerald Dechant*, um proeminente pesquisador de leitura, fez o seguinte comentário sobre este mito no “Décimo Primeiro Livro Anual da Conferência Nacional de Leitura”:

> Durante anos, e em muitos livros didáticos atuais, professores são aconselhados a ensinar a criança a ler duas ou três palavras por fixação dos olhos. Contudo, os melhores estudos mostram que estudantes universitários raramente lêem mais que uma palavra por fixação. A suposição de que crianças poderiam, ou pelo menos iriam reconhecer normalmente unidades tão grandes, foi baseada em interpretações errôneas de pesquisas sobre leitura dinâmica e resultou em uma compreensão também errônea entre as diferenças básicas das leituras dinâmica e normal. O fator limitador de reconhecimento é, provavelmente, mais a mente do que os olhos.

Emerald Dechant

Mito 04. ***Leia em grupos de idéias*** - Este mito é relativamente próximo ao mito 03. Já que bons leitores basicamente lêem palavra por palavra, eles obviamente não lêem em grupos de idéias. Naturalmente ao ler, agrupamos palavras mentalmente. Verbos e preposições ligam nomes com outros nomes, e assim vai. Mas não se consegue "ler em grupos de idéias" no sentido de visualmente focalizar um grupo de palavras que formam idéias. De fato, isto seria logicamente impossível. Você não conseguiria saber quais as palavras que formam um "grupo de idéias" até que você as leia primeiramente. Seria impossível ler movendo os olhos de um grupo de idéias para outro.

Emerald Dechant, "Misinterpretations of Theory and/or Research Lead to Errors in Practice." No "Décimo Primeiro Livro Anual da Conferência Nacional de Leitura", Emery P. Bliesmer e Ralph C. Staiger, editores, Milwaukee, WI: The National Reading Conference, Inc., 1962, página 127.

18

Mito 05. ***Você pode ler a uma velocidade de 1000 ou mais palavras por minuto sem nenhuma perda de compreensão*** - Os especialistas em velocidade de leitura dizem que quando lemos de 250 a 300 palavras por minuto, estamos trabalhando a uma taxa de velocidade equivalente a de uma carroça, ou seja, estamos perdendo tempo. Deveríamos ler de três a dez vezes mais rápido que isto.

Contudo, uma amostra de professores da Universidade de Michigan lia a uma taxa geral de 303 palavras por minuto e a taxa geral dos estudantes calouros da Universidade de Harvard foi de 300 palavras por minuto. Além disso, uma série de experimentos mostrou que pessoas que aprenderam a ler a uma taxa de 600 palavras por minuto, quando diminuíram para a taxa para 300 palavras melhoraram sua compreensão.

Estudantes que se preparam para testes como o SAT, GRE, ou LSAT podem se assegurar que ler a uma taxa de 250 – 300 palavras por minuto permitirá a eles obter um alto nível de pontos, se suas respectivas compreensões forem boas. A preparação deles deveria, principalmente, ater-se em fortalecer seu vocabulário e suas habilidades de leitura, sem se preocuparem em aumentar a velocidade de leitura.

Uma "garantia" de velocidade de leitura - Uma das maiores empresas de velocidade de leitura garante suas afirmações oferecendo o retorno de uma porção do seu pagamento se eles falharem em triplicar a "eficiência de sua leitura". Isto soa de forma impressionante aos ouvidos de várias pessoas, pois elas não sabem o que "eficiência de leitura" representa. Aqui está uma definição de eficiência de leitura:

Eficiência de leitura = % compreensão x velocidade de leitura

Suponha que uma pessoa comece o curso de velocidade de leitura como um bom leitor, que lê a 300 palavras por minuto e responde corretamente a 95% das questões do teste de compreensão. Sua eficiência de leitura é calculada assim:

Eficiência de leitura = 95% x 300 = 285

Ao completar o curso, em novo teste de eficiência, lê a uma velocidade de 2000 palavras por minuto com 55% de compreensão. A eficiência é calculada:

Eficiência de leitura = 55% x 2000 = 1100

Assim, a eficiência de leitura mais que triplicou. Mas como uma eficiência de leitura de 1100 é boa, se é baseada em uma taxa de compreensão de 55%? Seria bom que um cirurgião operasse com uma compreensão incompleta de textos médicos? Advogados, engenheiros nucleares e mecânicos não requisitam a maior compreensão possível para fazer o seu trabalho de melhor maneira possível?

Para maximizar o desempenho acadêmico e ter uma boa performance em testes, é necessário ler com cuidado e detalhadamente e conceder o tempo necessário ao trabalho. Não há atalhos mágicos. Ao ler livros acadêmicos e materiais técnicos, devemos usar todas as atividades que bons solucionadores de problemas que iremos estudar.

A seguir você terá muitos exercícios que, com certeza irão colaborar para o aperfeiçoamento do seu método de raciocinar. Lembre-se: se que a prática é vital e as repetições são necessárias. Bom trabalho!

Mito 06*. Não retorne ou releia* - Especialistas em velocidade de leitura dizem que nunca se deveria retornar ou reler uma seção de texto, mesmo quando se acredita que não entendeu perfeitamente. A releitura é conhecida como um mau hábito de leitura e totalmente improdutivo. Ao invés, deveríamos seguir em frente, pois nossa compreensão seria esclarecida à medida que lemos.

Entretanto, vários estudos mostram que bons leitores não seguem este conselho. Com livros didáticos ou outros materiais mais complicados, eles devem constantemente reler frases e parágrafos para entender completamente.

19

5 - Soluções com diagramas de posicionamento

Introdução

A partir de agora você está convidado a resolver problemas que têm por objetivo aperfeiçoar sua habilidade de raciocínio lógico.

Os problemas são bastante simples no início e, aos poucos se tornam um pouco mais difíceis, mas sempre com a função de desenvolver o raciocínio.

Use uma folha de papel para traçar diagramas, fazer rascunho, pensar nas possibilidades de solução. Cada problema é seguido pela sua solução. Veja se a sua resposta está de acordo, se não estiver, leia em voz alta a solução inteira do problema. Conforme você faz a leitura da solução, observe como o problema é analisado em etapas. Observe também todos os diagramas ou outras técnicas e ferramentas que foram empregados. Utilize estas técnicas sempre que forem apropriadas para resolver futuros problemas.

Problema 01

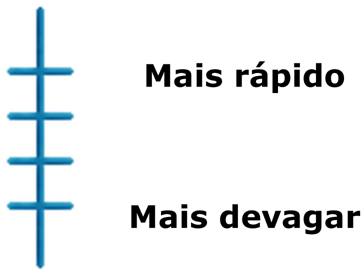
José é mais pesado que Frederico, porém mais leve que Márcio. Escreva os nomes dos três homens, em ordem decrescente, no seu diagrama.

><u>Solução do Problema</u>

20

Problema 02

João é mais lento que Felipe, e mais rápido que Valdir. Valdir é mais lento que João, porém mais rápido que Pedro. Escreva os nomes dos quatro homens em ordem no seu diagrama abaixo.

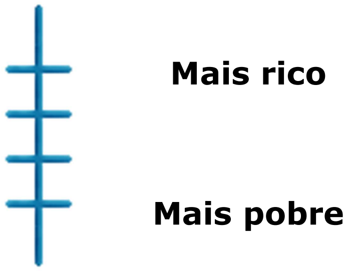


><u>Solução do Problema</u>

21

Problema 03

Se Daniel e Frederico são mais ricos do que Tom, Alexandre é mais pobre do que Daniel, porém mais rico do que Frederico, qual deles é o mais pobre e qual é o segundo mais pobre? Indique os nomes de todos os quatro homens em ordem.



>Solução do Problema

22

Problema 04

Paulo e Tom têm a mesma idade. Paulo é mais velho que Cíntia. Cíntia é mais nova do que Alexandre. Pela informação, é possível determinar se Paulo é mais velho que Alexandre?

>Solução do Problema

23

Problema 05

Catia sabe Francês e Alemão, Norma sabe Japonês e Chinês, Rosa sabe Espanhol e Francês e Elizabeth sabe Alemão e Japonês. Se Francês é mais fácil do que Alemão, Chinês é mais difícil do que Japonês, Alemão é mais fácil do que Japonês e o Espanhol é mais fácil do que o Francês, qual garota sabe os dois idiomas mais difíceis?

>Solução do Problema

24

Problema 06

Homero, Samuel, e Ricardo diferem na altura. Seus sobrenomes são Souza, Oliveira e Carvalho, mas não necessariamente nessa ordem. Homero é mais alto do que Ricardo, porém menor do que Samuel. Souza é o mais alto dos três e Carvalho é o menor. Quais são sobrenomes de Homero e de Ricardo?

>Solução do Problema

25

6 - Soluções com matriz

Problema 1

Três pais – Pedro, João e Nelson – têm, entre eles, um total de 15 crianças, das quais nove são meninos. Pedro tem três meninas e João tem o mesmo número, porém de meninos. João tem uma criança a mais que Pedro, que tem quatro. Nelson tem quatro meninos a mais do que meninas e tem o mesmo numero de meninas que Pedro tem de meninos. Quanto cada um, Nelson e Pedro, têm de meninos?

Dica: Pode ser de boa ajuda organizar a informação em uma tabela do tipo da mostrada abaixo.

	Meninos	**Meninas**	**Total**
Pedro			
João			
Nelson			
Total			

>Solução do Problema

26

Problema 2

Paula, Joana e Maria possuem um total de 16 cães, entre os quais 3 são da raça poodle, o dobro disso são de Cocker Spaniels e os restantes são Collies e pastores alemães. Joana não gosta nem de poodle nem de collie, mas possui 4 Cocker Spaniels e 2 da raça pastor alemão, um total de 6 cães. Paula possui 1 poodle e só mais 2 cães, ambos da raça pastor alemão. Maria possui 3 collies e mais alguns cães. Quais os outros cães (e quanto de cada um) Maria possui?

Observação: Ao construir a tabela para este problema, não se esqueça de preencher com zero tanto quanto números positivos sempre que for apropriado. Alguns estudantes esquecem de colocar o zero e por causa disso acham que o problema não pode ser resolvido. Além disso, preencha o total sempre que puder. Por exemplo, coloque agora 16 no total de cães.

>Solução do Problema

27

Problema 3

Todos os anos, os vendedores que trabalham para a Companhia “Apogeu das Perucas” são transferidos para uma cidade diferente. Henrique começou a trabalhar para a Companhia em 1995 em Nova Iorque e nos 4 anos que se sucederam trabalhou em Minneapolis, São Francisco, Washington e Los Angeles, nessa ordem. Em 1993, Marta trabalhou para a Companhia em São Francisco e nos anos subseqüentes trabalhou em Nova Iorque, Los Angeles, Minneapolis e em Washington. Frederico, em 1997, trabalhou para a Companhia em Los Angeles; nos 2 anos anteriores tinha trabalhado primeiramente em São Francisco e depois Minneapolis. João trabalhou, em 1998, em Los Angeles. Antes, estava em São Francisco, antes disso em Washington, e ainda antes disso, em Nova Iorque. Quais vendedores da Companhia estavam em São Francisco em 1997 e quais estavam em Minneapolis em 1996?

>Solução do Problema

28

7 - COMPARAÇÃO COMPLEXAS

Problema 1

Boris, Antônio e José trabalham nas profissões de bibliotecário, professor e eletricista, mas não necessariamente nessa ordem. O bibliotecário é primo do José. Antônio mora ao lado do eletricista. Boris, que é mais culto que o professor, dirige 45 minutos para chegar à casa do Antônio. Qual a profissão de cada um?

O uso de uma tabela como a mostrada abaixo é útil.

	Bibliotecário	**Professor**	**Eletricista**
Boris			
Antônio			
José			

Complete a tabela e determine a profissão de cada homem.

>Solução do Problema

29

Problema 2

Três homens -Frederico, Edison e Manuel - são casados com Joana, Tereza e Vitória, mas não necessariamente nessa ordem. Joana, que é irmã de Edison, mora em Brasília. Frederico não gosta de animais. Edison pesa mais do que o homem que é casado com Vitória. O homem casado com a Tereza cria gatos Siameses como hobby. Frederico gasta cerca de 200 horas por ano para ir da sua casa em Taguatinga ao seu trabalho em Brasília. Associe cada homem com sua respectiva mulher.

>Solução do Problema

30

Problema 3

Você está voltado para o leste. Você vira sua cabeça para a direção oposta e depois vira 90° no sentido anti-horário. Em que direção está o seu lado esquerdo, agora?

>Solução do Problema

31

Problema 4

Num certo dia, eu almocei no Restaurante Tommy, peguei dois livros na biblioteca (“O Lobo do Mar” e “Martin Eden”, ambos do mesmo autor, John London), visitei o museu, fiz uma obturação. O restaurante não abre às quartas-feiras, a biblioteca fecha nos fins de semana, o museu funciona somente nas segundas, quartas, e sextas, e o meu dentista trabalha na clínica nas terças, sextas e sábados. Em qual dia da semana eu fiz todas estas coisas?

>Solução do Problema

32

Problema 4

Um trem deixou a cidade “A” às 9:35 horas e chegou à cidade “B” 5 horas e 40 minutos depois. A que horas o trem chegou à cidade “B”?

>Solução do Problema

33

Problema 5

A Rua Garibaldi é paralela à Rua São Miguel. A Rua Castelo Branco é perpendicular à Rua Vitória. A Rua Vitória é paralela à Rua São Miguel. A Rua Castelo Branco é perpendicular ou paralela à Rua Garibaldi?

>Solução do Problema

34

Problema 6

Na cidade de Portsville, as ruas com nomes que começam com vogais e terminam com consoantes têm sentido norte-sul. Aquelas que começam com consoantes e terminam com vogais têm sentido leste-oeste. As outras podem ter tanto um como outro sentido. Se a rua Carter é perpendicular à rua Agnes, ela vai ser perpendicular ou paralela à rua Sheridan, que tem sentido norte-sul?

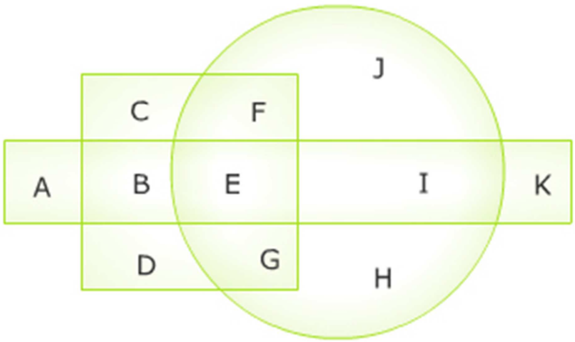
>Solução do Problema

35

Problema 7

Quantas letras estão no retângulo ou no quadrado, mas não estão em ambas figuras?

Obs: O problema não menciona o círculo. Portanto proceda como se o círculo não estivesse lá. Um exemplo simples ilustra melhor essa idéia. Se o professor pedir aos seus alunos de olhos azuis que se levantem. Os alunos de olhos azuis que são baixos e os que são altos vão se levantar. Já que a altura não é mencionada, ela é ignorada.

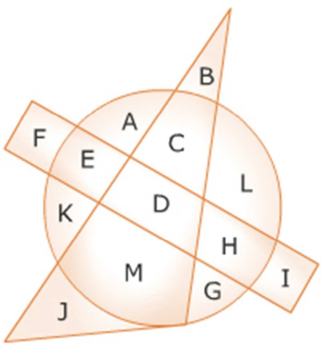


>Solução do Problema

36

Problema 8

Ao trabalhar esse problema, considere o diagrama feito por três figuras geométricas: 1. um triangulo; 2. um círculo; 3. um retângulo. Quantas letras estão em exatamente duas (mas não em 3) dessas figuras?

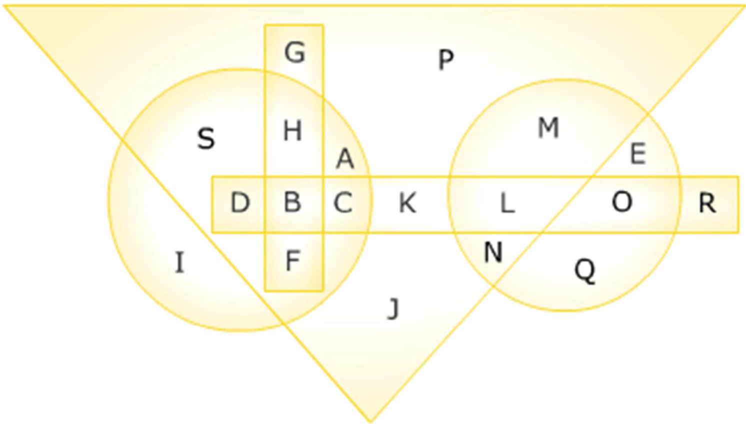


>Solução do Problema

37

Problema 9

Para resolver este problema, considere o diagrama feito de 5 figuras geométricas: 1. um triângulo; 2. dois círculos; e 3. dois retângulos. Especifique quais as letras que estão no mesmo número de figuras que a letra G está.



><u>Solução do Problema</u>

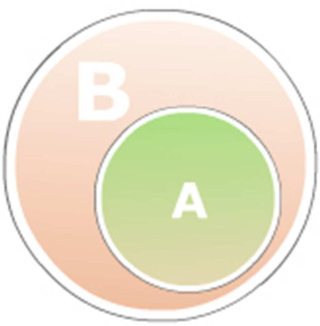
38

8 - DIAGRAMA DE VENN

O próximo bloco de problemas utiliza diagramas de Venn. Abaixo se encontram formas de utilização do diagrama de Venn para representar certas afirmações.

Exemplos

a) Todo A é B. Por exemplo, todos cães são animais.



b) Nenhum C é D. Por exemplo, nenhuma pessoa é um automóvel.

c) Alguns E são F. Por exemplo, algumas mulheres são feministas.

39

Problema 1

Faça um diagrama de Venn com 3 círculos, representando as seguintes relações:

Alguns x são y. Nenhum x é z. Nenhum y é z.

>Solução do Problema

40

Problema 2

Faça um diagrama de Venn com 3 círculos, representando as seguintes relações:

Alguns x são y. Alguns x são z. Nenhum y é z.

>Solução do Problema

41

Problema 3

Faça um diagrama de Venn mostrando a relação entre gatos, animais e carros, usando um círculo para representar os gatos, outro para representar os animais e um terceiro para representar os carros.

>Solução do Problema

42

Problema 4

Faça um diagrama de Venn mostrando as relações entre gatos, cães e animais.

>Solução do Problema

43

Problema 5

Se alguns habitantes de Santa Rosa têm olhos azuis, e alguns habitantes de lá são mulheres, a afirmação "Alguns habitantes de Santa Rosa são mulheres de olhos azuis" é verdadeira, falsa, ou inconsistente?

>Solução do Problema

44

Problema 6

Nesse problema, suponha que as duas primeiras afirmações estão corretas e faça um diagrama para representar as relações. Depois responda as perguntas.

Todos os ursos são borboletas. Todas as abelhas são ursos.

a) Você pode afirmar que todas as abelhas são borboletas?

b) Você pode afirmar que todas as borboletas são abelhas?

>Solução do Problema

45

Problema 7

O departamento de bombeiros quer mandar panfletos informativos para todos os professores e proprietários de casa na cidade. Quantos informativos o departamento precisará, usando as estatísticas abaixo? Use um diagrama de Venn ao resolver esse problema.

Proprietários de casa..50,000
Professores..4,000
Professores que são proprietários........................3,000

>Solução do Problema

46

Problema 8

Uma seguradora quer entrar em contato com todos os médicos e todos os motoristas na cidade. Usando as estatísticas abaixo, quantas pessoas devem ser contatadas? Desenhe um diagrama de Venn com a sua solução.

Motoristas..8.000
Médicos.. 750
Médicos que são motoristas 750

>Solução do Problema

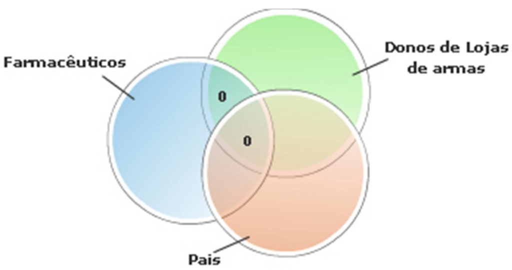
47

Problema 9

O governo quer entrar em contato com todos os farmacêuticos, todos donos de lojas de armas de fogo e todos os pais da cidade. Quantas pessoas devem ser contatadas, usando as estatísticas dadas?

Farmacêuticos...10
Donos de lojas de armas de fogo.........................5
Pais 3,000
Farmacêuticos que têm lojas de armas de fogo......0
Farmacêuticos que são pais................................7
Donos de lojas de armas de fogo que são pais.......3

Dica: Use esse diagrama de Venn. Note que, já que nenhum farmacêutico é dono de loja de armas de fogo, duas seções são nulas (têm zeros).



>Solução do Problema

48

9 - Usando letras e números

Problema 1

Se, ao retirar as letras A, L e U da palavra almoçou, o restante forma uma palavra de três letras com significado, considere o primeiro O na palavra almoçou. Senão, considere a letra M onde a palavra almoçou aparece pela terceira vez no problema.

>Solução do Problema

49

Problema 2

Indique a posição da letra na palavra "viagem" que é a sétima letra do alfabeto.

A. primeiro
B. segundo
C.terceiro
D.quarto
E. quinto
F.sexto
G.sétimo
H. oitavo

>Solução do Problema

50

Problema 3

Qual o número cuja distância para 20 é o dobro da distância que o 7 tem acima de 4?

25	23	22	18	17	15	14	13

>Solução do Problema

51

Problema 4

Se o quarto número é maior do que o segundo, considere o terceiro número, a não ser que o terceiro número seja maior do que o quinto. Nesse caso, considere o número que é a diferença entre o segundo e o sétimo número.

8	4	6	5	2	1	3

>Solução do Problema

52

Problema 5

Se a diferença entre o segundo e o quarto número é maior do que a diferença entre o terceiro e o quinto número, circule o sétimo número. Do contrário, calcule a diferença entre as diferenças e circule-a.

3	3	4	6	9	7	9	2

>Solução do Problema

53

Problema 6

Circule a letra no nome Antônio que é três letras anterior à letra seguinte à letra do meio do nome.

>Solução do Problema

54

Problema 7

Marque com um X a letra na palavra “estudante” que é duas letras anterior ao segundo T.

>Solução do Problema

55

Problema 8

José deve ao Samuel $27,00. Samuel deve ao Frederico $6,00 e ao Alberto, $15,30. Se, com a permissão de Samuel, José pagar a dívida de Samuel com o Alberto, quanto ele ainda estaria devendo ao Samuel?

>Solução do Problema

56

Problema 9

Tereza emprestou $7.00 a Betty. Mas Tereza pegou emprestado $15,00 da Estela e $32,00 da Joana. Além disso, Joana deve $3,00 à Estela, e $7,00 à Betty. Um dia, as mulheres se reuniram na casa da Betty para acertar suas dívidas. Qual a mulher que saiu com $18,00 a mais daquilo que tinha quando chegou?

Dica: Se fizer um diagrama, use setas para indicar qual pessoa tem que devolver dinheiro para qual pessoa. Mostre a direção que o dinheiro deve ser devolvido.

>Solução do Problema

57

Problema 10

Lélio tem 12 vezes a quantidade de bolinhas de gude que a José tem. João tem o equivalente a metade do montante que a Judite tem. Judite tem a metade do que o Lélio tem. José tem 6 bolinhas de gude. Quantas bolinhas de gude cada um, Lélio e João têm? Você não precisa usar álgebra para resolver este problema.

>Solução do Problema

58

0 - Uso dos dias da semana

Um homem de negócios teve que trabalhar até tarde e chegou em casa de madrugada por vários dias, mas sua mulher suspeitou que ele estava com sua amante. Certa madrugada ele chegou em casa e achou isto:

No dia anterior à ontem você chegou em casa ontem; ontem você chegou em casa hoje. Se hoje você chegar em casa amanhã, você vai descobrir que eu te deixei ontem.

O efeito humorístico desta nota vem de mudanças de perspectivas no tempo. A última sentença, por exemplo, usa o fato de que amanhã, hoje já será ontem.
A atividade mental envolvida nas descrições seguintes – compreender afirmações verbais de movimentos ao longo de alguma dimensão e inverter movimentos pensando de trás para frente para ver aonde começou o movimento – é fundamental para resolver vários tipos de problemas matemáticos. Os exercícios deste capítulo fortalecem sua habilidade de seguir e representar graficamente descrições complicadas, e mudar de perspectivas ao reverter operações. Tente este exemplo.

Suponha que meu aniversário é 2 dias depois de terça. Que dia é meu aniversário?

O seguinte diagrama mostra que 1 dia depois de terça é quarta; e 2 dias depois de terça é quinta.

terça-feira	quarta-feira	quinta-feira
	1 dia depois de terça	2 dias depois de terça

Portanto, meu aniversário é quinta.

PARTE I

Cada um dos seguintes problemas é acompanhado de um diagrama. Mostre no diagrama todos os passos que você usar para chegar na resposta. Mesmo que você consiga resolver problemas mais fáceis sem um diagrama, você considerará o diagrama indispensável em problemas posteriores mais difíceis.

Exercício 1

Suponha que o dia dos namorados é 3 dias depois de sexta. Que dia é o dia dos namorados?

QUA QUI SEX SAB DOM SEG TER QUA

>Solução

Suponha que o aniversário de Antonio é 4 dias antes de terça. Que dia é o aniversário de Antonio?

QUA	QUI	SEX	SAB	DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB

>Solução

Exercício 3

Suponha que o Natal é dois dias depois de quarta.

a) Que dia é o Natal?

QUI	SEX	SAB	DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB

>Solução

b) Baseado na sua resposta para a letra A., que dia é 4 dias antes do Natal?

QUI	SEX	SAB	DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB

>Solução

PARTE II

Os próximos problemas são mais engenhosos porque você precisa trabalhar com a informação dada de trás para frente. Tente resolver este exemplo antes de conferir a resposta.

Sexta é 2 dias depois da festa. Que dia é a festa?

QUI	SEX	SAB	DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB

Aqui estão os passos que você poderia usar para resolver o problema. Primeiro a informação dada é representada no diagrama.

QUI	SEX	SAB	DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB
								2 dias depois da festa	

Como sexta é depois da festa, nós sabemos que a festa deve ser mais cedo na semana. Quinta é 1 dia depois da festa.

QUI	SEX	SAB	DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB
							1 dia depois da festa		

Portanto, a festa deve ser na quarta.

QUI	SEX	SAB	DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB
						festa			

Use passos similares para resolver os seguintes problemas.

Exercício 1

Quarta é 3 dias depois do Dia das Bruxas. Que dia é o dia das bruxas?

QUI	SEX	SAB	DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB

>Solução

QUI	SEX	SAB	DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB

>Solução

Exercício 3

As duas partes deste exercício contrasta com os dois tipos de problemas que você resolveu até agora.

a) Suponha que o Natal é dois dias depois de quinta. Que dia é o Natal?

QUI	SEX	SAB	DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB

>Solução

b) Suponha que quinta é dois dias depois do Natal. Que dia é o Natal?

QUI	SEX	SAB	DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB

>Solução

61

PARTE III

Frequentemente em problemas lógicos ou matemáticos, você deve supor que algo é verdadeiro e depois deduzir as conclusões que seguirem. Aqui estão quatro formas de apresentar informações que te pedem para supor e deduzir uma conclusão simples.

Defina hoje como terça. Que dia é amanhã?

Suponha que hoje é terça. Que dia é amanhã?

Se hoje é terça, que dia é amanhã?

Hoje é terça. Que dia é amanhã?

Na realidade, hoje pode ser quinta e amanha sexta. Mas cada uma dessas quatro questões pode que você assuma que hoje é terça, em que, no caso, amanhã é quarta. Para os próximos exercícios, suponha que a informação dada é verdadeira e depois deduza a resposta solicitada. Tente resolver este problema antes de conferir sua resposta.

Hoje é quarta. Que dia será 4 dias depois de amanhã?

QUI	SEX	SAB	DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB

Este problema pode ser facilmente resolvido, nomeando quarta com hoje no diagrama, e depois contando os dias para encontrar a resposta.

QUA	QUI	SEX	SAB	DOM	SEG	TER
Hoje	amanhã	1 dia depois de amanhã	2 dias depois de amanhã	3 dias depois de amanhã	4 dias depois de amanhã	

Para cada exercício faça seu próprio diagrama e mostre os passos que você usar para encontrar sua resposta.

Exercício 1

Hoje é quinta. Que será 2 dias depois de amanhã?

>Solução

Exercício 2

Hoje é sexta. Que dia foi 6 dias antes de ontem?

>Solução

Exercício 3

Ontem foi segunda. Que dia será 4 dias depois de amanhã?

>Solução

Exercício 4

Hoje é sábado. Que dia foi o dia depois de 4 dias antes de amanhã?

>Solução

PARTE IV

Geralmente, problemas matemáticos complexos são resolvidos dividindo-os em partes e trabalhando passo por passo. Considere este problema.

Hoje é segunda. Que dia é 1 dia depois de 3 dias antes de ontem?

Uma forma de começar a resolver este problema é separa-lo em partes assim.

Hoje é segunda. Que dia é / 1 dia depois de / 3 dias antes de ontem?

Agora nós podemos usar um diagrama para trabalhar cada passo do problema.

1º passo - Nos disseram que hoje é segunda.

QUI	SEX	SAB	DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB
				Hoje					

2º passo - Isto significa que ontem foi domingo.

QUI	SEX	SAB	DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB
			Ontem						

3º passo - Agora nós temos que encontrar 3 dias antes de ontem. Um dia antes de ontem foi sábado; 2 dias antes de ontem foi sexta; então 3 dias antes de ontem foi quinta.

QUI	SEX	SAB	DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB
3 dias antes de ontem									

4º passo - Finalmente, nós temos que encontrar o dia que é 1 dia depois disto.

QUI	SEX	SAB	DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB
	1 dia depois de 3 dias antes de ontem								

Note como os quatro passos correspondem a quatro partes do problema original.

\Hoje é segunda.\	Que dia é 1 dia depois de\	3 dias antes de \	ontem?\
1º passo	4º passo	3º passo	2º passo

63

Use uma forma similar de passo por passo para resolver os seguintes problemas.
Para cada exercício faça seu próprio diagrama e mostre os passos que você usar para chegar à resposta.
Talvez você ache mais fácil separar cada problema me partes, como mostrado no primeiro problema.

*Exercício*1

Hoje é sexta. Que dia é 2 dias antes de 5 dias depois de ontem?

>Solução

Exercício 2

Hoje é quinta. Que dia é 6 dias antes de 3 dias depois de amanhã?

>Solução

Exercício 3

Ontem foi terça. Que dia é 2 dias antes de 4 dias depois de amanhã?

>Solução

Exercício 4

Amanhã é domingo. Que dia é 2 dias depois de 3 dias antes de ontem?

>Solução

Exercício 5

Hoje é terça. Que dia é 2 dias depois de 10 dias antes do dia depois de amanhã?

>Solução

Exercício 6

Ontem foi sábado. Que dia é 4 dias antes de 7 dias depois de 2 dias antes de hoje?

>Solução

Exercício 7

Você pode facilmente inventar novos problemas circulando alternativas neste problema gerador.

					1		1		
	Seg		**1**	**antes**	**2**	**antes**	**2**	**antes**	**ontem**
Hoje é	**Qua.**	Que dia é	**2**	dias de	**3**	dias de	**3**	dias	de **hoje**?
	Sex		**3**	**depois**	**4**	**depois**	**4**	**depois**	**amanhã**
					5		**5**		

Aqui está um exemplo:

					1		1		
	Seg		**1**	**antes**	**2**	**antes**	**2**	**antes**	**ontem**
Hoje é	**Qua.**	Que dia é	**2**	dias de	**3**	dias de	**3**	dias	de **hoje**?
	Sex		**3**	**depois**	**4**	**depois**	**4**	**depois**	**amanhã**
					5		**5**		

Exercício 8

Problemas mais complicados podem ser criados adicionando mais lances. Veja se você consegue analisar este problema separando os lances e trabalhando um depois do outro. Use um diagrama.

Hoje é segunda. Que dia é 3 dias depois de 2 dias antes de 6 dias depois de 5 dias depois de amanhã?
>Solução

64

PARTE V

O próximo grupo de problemas são diferentes do último grupo, assim como os problemas que você resolveu na Parte I eram diferentes daqueles da Parte II. Para ver a diferença, resolva estes dois problemas antes de conferir as respostas.

A. Hoje é domingo. Que dia é 3 dias depois de hoje?
B. Domingo é 3 dias depois de hoje. Que dia é hoje?

Ambos os problemas contém a palavra depois. Mas no problema A você se desloca para a direita para encontrar a resposta.

/	SEX	SAB	DOM	SEG	TER	QUA	QUI
			Hoje			3 dias depois de hoje	

Para o problema B você se desloca para a esquerda para encontrar a resposta, porque domingo já é depois da resposta.

QUI	SEX	SAB	DOM	SEG	TER	QUA	QUI
Hoje			3 dias depois de hoje				

Problemas tipo B são geralmente mais difíceis porque você deve inverter seu processo de raciocínio. Quando você vê a palavra depois, você normalmente não procura pela resposta mais tarde na semana, e sim mais cedo – o dia mencionado na informação suposta já depois da resposta. Similarmente, quando você vê antes, você geralmente não procura a resposta mais cedo na semana e sim mais tarde. Tente resolver este problema, rotulando inteiramente o diagrama, antes de conferir sua resposta.

Domingo é 3 dias antes de ontem. Que dia foi ontem?

SAB	DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX

Aqui estão os passos que você pode usar para resolver o problema.

1º passo - Rotule o dia no diagrama.

SAB	DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX
	3 dias antes de ontem					

2º passo - Domingo é antes ou depois de ontem? Antes

3º passo - Em qual direção é ontem?

4º passo - Use o diagrama para completar o problema.

SAB	DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX
	3 dias antes de ontem	2 dias antes de ontem	1 dias antes de ontem	ontem		

Se você tem dificuldade com algum problema, revise os problemas na Parte II que são parecidos e mais simples. Quando matemáticos encontram dificuldades com um problema, eles freqüentemente examinam problemas parecidos e mais simples para ver como os problemas são resolvidos.

Exercício 1

Domingo é 4 dias depois de ontem. Que dia foi ontem?
a) Rotule o dia no diagrama.

QUI	SEX	SAB	DOM	SEG	TER	QUA	QUI

b) domingo é antes ou depois de ontem? ____________
c) Em que direção você deveria se deslocar para encontrar ontem? _____________
d) Encontre a rotule ontem no diagrama.

QUI	SEX	SAB	DOM	SEG	TER	QUA	QUI

>Solução

Exercício 2

Terça é 2 dias antes de amanhã. Que dia é amanhã?
a) Rotule o dia no diagrama.

SAB	DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB

b) Terça é antes ou depois de amanhã? _____________
c) Em qual direção você deveria se deslocar para encontrar amanhã? ___________
d) Encontre e rotule amanhã no diagrama. >Solução

Exercício 3

Quinta é 3 dias depois de amanhã. Que dia é hoje?
a) Rotule o dia no diagrama.

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB	DOM

b) Quinta é antes ou depois de amanhã? ____________
c) Em que direção você deveria se deslocar para encontrar amanhã? _____________
d) Encontre amanhã e o rotule no diagrama.
e) Encontre hoje e o rotule no diagrama.

>Solução

Exercício 4

Sexta foi 3 dias antes de ontem. Que dia é amanhã?
a) Rotule o dia no diagrama.

QUA	QUI	SEX	SAB	DOM	SEG	TER	QUA

b) Sexta é antes ou depois de ontem? ___________
c) Em que direção você deveria se deslocar para encontrar ontem? ____________
d) Rotule ontem no diagrama.
e) Rotule hoje no diagrama.
f) Rotule amanhã no diagrama.

>Solução

66

Parte VI

Os próximos problemas envolvem dois lances. Tente resolver este problema antes de conferir a resposta.

Segunda é 5 dias antes de 2 dias depois de ontem. Que dia foi ontem?

SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB

Aqui estão os passos que você pode usar para resolver o problema.

1º passo - Separe o problema em dois lances.

	Parte 1	Parte 2	
Segunda é /	cinco dias antes de /	dois dias depois de /	ontem.

Que dia foi ontem?

2º passo - Rotule o dia no diagrama.

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB
	5 dias antes da parte 2					

3º passo - Segunda é 5 dias antes ou depois da parte 2? Antes

4º passo - Em que direção você deve seguir primeiro?

5º passo - Use o diagrama para fazer o primeiro lance. Rotule o diagrama.

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB
	5 dias antes da parte 2	4 dias antes da parte 2	3 dias antes da parte 2	2 dias antes da parte 2	1 dia antes da parte 2	parte 2 2 dias depois de ontem

6º passo - Em que direção você deveria se deslocar na Parte 2 para encontrar ontem?

7º passo - Use o diagrama para completar o problema. Rotule seus lances.

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB
				Ontem	1 dia depois de ontem	2 dias depois de ontem

8º passo - Confira sua resposta começando com quinta como ontem e invertendo os passos para ver se você encontra segunda.

67

Exercício 1

Segunda é 4 dias antes de 1 dia depôs de amanhã. Que dia é amanhã?
a) Separe o problema em dois lances.
b) Rotule o dia no diagrama.

SEX	SAB	DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB

c) Segunda é 4 dias antes ou depois da Parte 2? _____________
d) Em que direção você deve se deslocar primeiro? _____________
e) Use o diagrama para fazer o primeiro deslocamento. Rotule o diagrama.
f) Em que direção você deve se deslocar na Parte 2 para encontrar amanhã? ______________
g) Use o diagrama para completar o problema.
h) Confira sua resposta.

>Solução

Exercício 2

Quinta é 3 dias depois do dia antes de ontem. Que dia foi ontem?

a) Separe o problema em duas partes.

b) Rotule o dia no diagrama.

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB	DOM

c) Quinta é antes ou depois da Parte 2? _____________

d) Em que direção você deve se deslocar primeiro? _____________

e) Use o diagrama para fazer seu primeiro deslocamento.

f) Em que direção você deve se deslocar na Parte 2 para encontrar ontem? ____________

g) Use o diagrama para completar o problema.

h) Confira sua resposta.

>Solução

Inclua um diagrama completamente rotulado que mostre todos os seus passos para resolver os problemas restantes.

Exercício 3

Quarta é 6 dias antes de 2 dias depois de amanhã. Que dia é amanhã?

>Solução

Exercício 4

Segunda é 3 dias antes de 2 dias antes de hoje. Que dia é amanhã?

>Solução

Exercício 5

Domingo é 2 dias depois de 6 dias antes de amanhã. Que dia é hoje?

>*Solução*

Exercício 6

Sábado é o dia depois de 3 dias depois de ontem. Que dia é hoje?

>Solução

68

Os problemas que você resolveu são complicados problemas de conta: Você conta através dos dias da semana para encontrar uma resposta. A matemática tem suas raízes em contas – contar eventos, objetos, e distâncias – assim, estes são problemas matemáticos muito básicos. Eles requisitam que você pense analiticamente, dedutivamente, graficamente, e algumas vezes de forma "invertida", as mesmas formas de raciocínio usadas em matemática avançada.
Os exercícios nesta última seção envolve ambos os tipos de problema que você resolveu, junto com outras operações. Use um diagrama para resolver a porção de "dias da semana" de cada exercício.

Exercício 1

Ontem foi sexta. Qual é a terceira letra do dia depois de amanhã?

>Solução

Exercício 2

Se ontem foi terça, a terceira letra do dia que é 2 dias depois de amanhã está na primeira ou segunda metade do alfabeto?

>Solução

Exercício 3

Se 2 dias depois de amanhã é domingo, em que posição no alfabeto está a primeira letra do dia antes de ontem?

>Solução

69

UNIDADE 2 – RACIOCÍNIO LÓGICO E MATEMÁTICO
MÓDULO 2 – TÉCNICAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

4 - ANÁLISE DE TENDÊNCIAS

INTRODUÇÃO

Padrões e tendências são freqüentemente encontrados em ciências físicas e sociais, assim como matemática. Quando eles ocorrem, muitas vezes é útil identifica-los precisamente porque eles facilitam o caminho para previsões sobre eventos futuros. Por exemplo, aqui está um padrão de média de temperaturas mínimas para certos dias do mês na cidade de Nova Iorque.

Ano	1973				1974				1975			
Mês	Jan.	Abr.	Jul.	Out.	Jan.	Abr.	Jul.	Out.	Jan.	Abr.	Jul.	Out.
Temperatura em graus Fº	30	47	66	49	29	44	68	46	32	40	68	53

Baseado neste padrão, aproximadamente, o que você esperaria para a média de temperatura mínima em janeiro, abril, julho, e outubro de 1976?

Tendências e padrões são encontrados na maioria das áreas em que existe observação periódica e regular. Isto inclui mudanças entre corpos celestes; recordes de vendas de produtos desde sapatos até automóveis; precipitação, velocidade do vento e outras medidas meteorológicas; e até estatísticas humanas, como nascimento, suicídio e padrões de saúde.

Geralmente, os ciclos são mais complexos e erráticos do que o simples exemplo acima. Contudo, ao analisar sistematicamente grupos de observação, freqüentemente se encontram consistências que ajudam a organizar numerosos dados de fatos, e prover quadros do universo em que vivemos mais compreensíveis e práticos.

Os problemas apresentados lhe dão prática em identificação de padrões e tendências entre números e letras. Não apenas seu poder de compreensão de padrões irá aprimorar, mas, porque padrões são, na realidade, relações periódicas, trabalhando com eles irá aprimorar também suas habilidades em análises de relações. Além disso, muitos estudantes têm relatado que, ao trabalhar os problemas deste capítulo, eles desenvolveram maior confiança e habilidade em executar operações aritméticas.

70

Exemplo 1

Esta série de letras segue um certo padrão. Tente descobrir o padrão e escreva 3 letras que deveriam vir depois.

A B A C A D A E __ __ __

Há mais uma parte para este problema. Descreva com suas próprias palavras o padrão das letras. A princípio você poderá achar uma pouco difícil. De qualquer forma, se você foi capaz de decidir quais as 3 letras que vieram depois, então você descobriu o padrão.

Solução do Problema

O solucionador de problemas lê a série, apontando para as letras com sua caneta, e pensando em voz alta.	A B ... A C ... A D. A série está repetindo a letra A com letras entre ela que estão em ordem alfabética. A próxima é E o que também é um padrão. Então A F e A G deveriam ser as letras seguintes.
O solucionador de problemas preencheu as três lacunas.	**A B A C D A E <u>A</u> <u>F</u> <u>A</u>**
O solucionador de problemas escreveu a descrição do padrão.	Descrição do padrão: A letra A é alternada com letras seguindo para o final do alfabeto.

71

Exemplo 2

Neste problema, números são posicionados de acordo com um padrão. Identifique o padrão, decida quais são os três números que deveriam seguir, e indique a descrição do padrão.

3 4 6 7 9 10 12 13 15 16 ___ ___ ___

Descrição do padrão:

Solução do Problema

O solucionador de problemas leu e pensou em voz alta, apontando para os números com sua caneta a medida que ele os lia.	3 4 6 7 9 10 ... 12 13. 3 para 4 é 1 a mais. 6 para 7 é 1 a mais. 9 para 10 é 1 a mais. 4 para 6 é 2 a mais. 7 para 9 é 2 a mais. 10 para 12 é 2 a mais. + 1 + 2 + 1 + 2 + 1 + 2 **3 4 6 7 9 10 12 13 15 16 ___ ___ ___**
O solucionador de problemas escreveu estas diferenças em cima do problema a medida que ele os computou.	Parece que a série vai de seguinte maneira, mais 1, mais 2, mais 1, mais 2. Deixe-me checar o resto. 12 para 13, mais 1. 13 para 15, mais 2. 15 para 16, mais 1.

O solucionador de problemas preencheu as lacunas a medida que ele computava cada resposta.	Eu vou preencher as lacunas. O último foi 15 para 16 que era 1 a mais. Então o próximo deveria ser 2 acima de 16. Este seria 18. E depois mais 1 que seria 19. E mais 2 que seria 21. + 1 + 2 + 1 + 2 + 1 + 2 + 1 + 2 + 1 + 2 **3 4 6 7 9 10 12 13 15 16 18 19 21**
O solucionador de problemas escreveu a descrição do padrão.	Descrição do padrão: O padrão é adicionar 1, adicionar 2, adicionar 1, adicionar 2, etc.

72

Exemplo 3

Decida quais são os 3 números que deveriam vir depois na série e escreva a descrição do padrão. Em classe, um estudante deveria trabalhar o problema em voz alta e no quadro-negro.

2 7 4 9 6 11 8 13 __ __ __

Descrição do padrão:

Solução do Problema

O solucionador de problemas leu e pensou em voz alta, apontando com sua caneta para os números.

2 7 4 9 6. Os números parecem estar indo para cima e para baixo. Vamos ver o resto. 11 8 13. Sim, eles estão indo para cima e para baixo.

Eu irei olhar as diferenças entre os números para ver se existe um padrão.

O solucionador de problemas escreveu cada uma das diferenças a medida que ele as computava.

2 para 7 é 5 a mais. 7 para 3 é 3 a menos. 4 para 9 é 5 a mais. 9 para 6 é 3 a menos. 6 para 11 é 5 a mais.

+ 5 – 3 + 5 – 3 + 5
2 7 4 9 6 11 8 13 __ __ __

Parece que está subindo 5, descendo 3, subindo 5, descendo 3. Eu irei checar como o resto.

11 para 8 é menos 3. 8 para 13 é mais 5.

Eu preencherei as lacunas. O último par de números foi 8 para 13, que é 5 a mais. Então o próximo número deveria descer 3. 13 menos 3 é 10. Eu vou escrever isto na primeira lacuna.

+ 5 – 3 + 5 – 3 + 5 – 3 + 5
2 7 4 9 6 11 8 13 10 __ __

O próximo deveria subir 5. 10 mais 5 é 15. Eu vou escrever isto.

+ 5 – 3 + 5 – 3 + 5 – 3 + 5 – 3 + 5
2 7 4 9 6 11 8 13 10 15 __

E então o outro deveria descer 3. 15 menos 3 é 12.

+ 5 – 3 + 5 – 3 + 5 – 3 + 5 – 3 + 5 - 3
2 7 4 9 6 11 8 13 10 15 12

Descrição do padrão: O padrão é adicionar 5, subtrair 3, adicionar 5, subtrair 3, etc.

Escrevendo a Descrição do Padrão

Na última seção, o solucionador de problemas escreveu esta descrição de padrão:

Descrição do padrão: Adicionar 5, subtrair 3, adicionar 5, subtrair 3, etc.

Há várias outras formas de sentenciar a mesma idéia. Por exemplo, aqui está uma segunda forma.

Descrição de padrão: Alternadamente adicionar 5 e subtrair 3.

Qualquer frase que expressa esta idéia completamente é igualmente boa. O importante é que a descrição do padrão mostre o princípio básico que sustenta o padrão.

Às vezes, diferentes solucionadores de problemas analisarão o mesmo padrão de forma diferente. Aqui está uma outra forma de acessar o problema. Note os números que estão sublinhados.

<u>2</u> 7 <u>4</u> 9 <u>6</u> 11 <u>8</u> 13 __ __ __

Estes números formam uma série: 2 4 6 8. Esta é uma série que simplesmente aumenta em 2 toda vez. Agora observe os números restantes.

2 <u>7</u> 4 <u>9</u> 6 <u>11</u> 8 <u>13</u> __ __ __

Estes números forma a série: 7 9 11 13. Esta série também aumente em 2 toda vez.
Uma pessoa poderia olhar o problema original como duas séries separadas e alternadas – uma começando com 2, e outra começando com 7 – e ambas aumentando em 2. Deste ponto de vista, uma descrição de padrão seria:

Descrição de padrão: *Duas séries de números alternadas, cada uma aumentando em 2.*

Se ao trabalhar os problemas deste capítulo, você e seu parceiro chegarem a diferentes descrições de padrão, primeiro confira se ambos realmente estão corretos. Se eles estiverem, você verá que elas são duas formas de olhar para o mesmo padrão, e ambas formas levarão às mesmas respostas ao preencher as lacunas.

Para alguns dos problemas que você irá trabalhar mais tarde neste capítulo, sentenciar uma descrição de padrão acurada irá desafiar suas habilidades verbais – exercitando-as e fortalecendo-as. O talento para expressar em palavras, coisas que são vistas e sentidas é o que distingue os escritores e oradores de sucesso. Professores também são muito dependentes desta habilidade se eles visam ser eficientes. Por exemplo, um professor de ginástica excelente é capaz de articular claramente as posições, os movimentos, giros e voltas que um estudante deve fazer com seu corpo.

Você viu em capítulos anteriores o quanto é importante a vocalização para o ensino de solução de problemas verbais e matemáticos. Ensinar em qualquer área significa comunicação. De fato, para o resto da sua vida, em ambos, círculos sociais e profissionais, você freqüentemente precisará explicar coisas para pessoas. O melhor que você o fizer, maiores serão suas chances para avanços vocacionais e felicidades pessoal.

A Comissão Boyer da Fundação Carnegie afirma no seu relatório “Reinventing Undergraduate Education (1998)”:

> Cada estudante universitário deveria entender que nenhuma idéia está totalmente formada até que esta seja comunicada, e também que a organização requerida para falar e escrever é parte do processo de raciocínio que capacita uma pessoa a entender completamente o material... Habilidades de análise, explicações claras de materiais complicados, concisão, e lucidez deveriam ser os pontos principais da comunicação...

Para os problemas neste capítulo, se você conseguir preencher as lacunas você saberá qual é o padrão. Se o padrão é um pouco complexo, não espere ser capaz de descreve-lo com apenas cinco ou dez palavras. Pode ser necessário 25 ou 30 palavras – talvez 3 sentenças – para descrever um padrão de forma suficiente para que outras pessoas entendam-no pela sua descrição. Demore o tempo que for necessário para fazer o trabalho de descrever o padrão bem.

74

Exemplo 4

Escreva as próximas três entradas nesta série e a descrição do padrão. Em classe, um estudante deveria trabalhar este problema em voz alta e no quadro-negro.

1 z 3 w 9 t 27 q 81 __ __ __

Descrição do padrão:

Solução do Problema

Para ler esta análise de problema note especialmente 3 pontos que pode ajudá-lo a resolver seu problema:

1. *Uma hipótese considerada, conferida, rejeitada, e outra formulada.* A principio, o solucionador de problemas pensou que as letras e os números estavam relacionados. Mas depois de trabalhar com isso por um tempo e não achando qualquer relação, ele decidiu lidar com letras e números separadamente.

2. *Confusão, erro, conferindo, escrevendo o alfabeto, e correção.* Ao analisar o padrão de letras, o solucionador de problemas ficou confuso e cometeu um erro. Porém, bons solucionadores de problemas continuamente re-conferem trabalhos que eles de alguma forma se sentem inseguros com relação a resposta. Ao conferir novamente, o solucionador de problemas escreveu o alfabeto antes de analisar completamente o padrão em sua própria mente. Ele sabe que isto o levaria a uma maior exatidão, e isto fez com que ele achasse se corrigisse seu erro.

3. *Lacunas para letras são preenchidas primeiro.* O solucionador de problemas preencheu as lacunas com as letras apropriadas antes de começar a analisar os números. Ele, assim, não dependeu de sua memória para relembrar as letras depois. Ao invés, ele as escreveu assim que descobriu qual eram as letras.

75

Problema Original

1 z 3 w 9 t 27 q 81 __ __ __

Solução do Problema

O solucionador de problemas leu e pensou em voz alta.

1 z 3 9 t 27 q 81. O problema tem números alternados com letras. Deixe-me ver se os números correspondem de alguma forma às letras. 1 z. Z é a última letra do alfabeto e 1 é o primeiro número. Talvez os números estão na ordem inversa das letras. 3 w. Vamos ver. S t u v w x y z. W não é a terceira letra começando no final do alfabeto. Os últimos lançamentos são q 81. Não há 81 letras no alfabeto, então eu não vejo nenhuma relação entre os números e as letras. Vamos ver apenas as letras então.

z w t q. Estas parecem estar indo de trás para frente no alfabeto. Vou contar os intervalos das letras. q r s t. Este é de 4 letras. u v w - 3 letras. w x y z – 4 letras novamente.

O solucionador de problemas contou nos seus dedos e escreveu as respostas acima do problema.

4 3 4
1 z 3 w 9 t 27 q 81 __ __ __

Vamos ver isto de novo. É melhor eu escrever parte do alfabeto.

l m n o p q r s t u v w x y z

q . . . r s . . . t. Então há duas letras entre q e t. t . . . u v . . . w. Há duas letras entre t e w. w x y z. Há duas letras entre w e z. Eu vou corrigir o que eu escrevi.

		4		3		4				
1	z	3	w	9	t	27	q	81	__	____

Eu me pergunto o que eu fiz de errado antes. Creio que eu estava dizendo que indo de q para t, ou de w para z, existem 4 letras se você inclui onde você começou e onde você terminou. Mas eu errai indo do t para o w. Eu esqueci de contar a primeira letra, assim eu contei apenas 3. De qualquer forma, eu manterei o intervalo de 2. Isto significa que há duas letras entre cada letra da série.

Os números e as letras alternam. Vamos preencher as letras primeiro. O último lançamento é um número, então a primeira lacuna é uma letra, depois a próxima é um número, e a última é uma letra. Assim, eu preciso de duas letras. Darei uma olhada na parte do alfabeto que eu escrevei previamente. De q, se eu pular 2 letras para trás, eu estarei na letra n. Eu vou escrever isto na primeira lacuna.

		2		2		2				
1	z	3	w	9	t	27	q	81	n	____

Agora eu tenho que pular mais duas letras para trás. Eu vou ter que escrever mais letras do alfabeto.

g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z

Então k é a letra da última lacuna.

		2		2		2				
1	z	3	w	9	t	27	q	81	n	**K**

Agora eu vou me voltar para os números. 1 3 9 27. Parece estar repetindo padrões de 3. Não, não está repetindo padrões de 3; ao invés, 3, 9, e 27 são todos múltiplos de 3. Deixe-me ver. 3 para 9. Bom, 9 é 3 vezes 3. 9 para 27 é 3 vezes 9. 1 para 3. 3 é 3 vezes 1. 27 para 81. Eu acho que 3 vezes 27 é 81. Vou conferir. 3 vezes 7 é 21; e 3 vezes 2 é 6; adicione 2 é 8. Então 3 vezes 27 é 81. Parece que cada número é 3 vezes o número anterior.

Para preencher a lacuna eu preciso saber quanto é 3 vezes 81.

$$
\begin{array}{r}
81 \\
\times\ 3 \\
\hline
3 \\
240 \\
\hline
243
\end{array}
$$

2 2 2
1 z 3 w 9 t 27 q 81 <u>n</u> **<u>243</u>**<u>K</u>

Descrição do padrão: Existem duas séries independentes e alternadas, uma composta de números e outra composta de letras. Cada número é multiplicado 3 vezes pelo anterior. As
76 letras vão de trás para frente, e toda vez pulam 2 letras.

Exemplo 5

Este problema é uma pouco diferente dos outros. Porém, existe uma tendência sistemática que você pode descobrir analisando cuidadosamente, e depois usar esta para preencher as lacunas.

JKLMNO JKLMON JKLOMN JKOLMN ______ ______

Solução do Problema

Ao ler esta solução, note como o solucionador de problemas começou a identificar a tendência em passos graduais e pequenos. Durante o início da leitura do problema, ele comparou os lançamentos, mas apenas notou que alguma coisa perto do fim do lançamento estava mudando. Ele nem percebeu que cada elemento envolvia exatamente as mesmas letras. Depois, ele comparou cuidadosamente os lançamentos de novo, colocando em foco apenas as seções que pareciam estar mudando, e ele obteve novas informações sobre os tipos de mudanças que estavam ocorrendo. Desta forma, – fazendo comparações e cuidadosamente notando as diferenças entre um lançamento e outro – ele foi capaz de ditar a tendência.

Geralmente, é necessário fazer varias comparações, porque sua mente pode absorver apenas um montante limitado de informações de uma só vez. Você faz comparações e aprende algo sobre o problema. Isto lhe ajuda a decidir qual comparação vem depois. Você faz mais comparações e aprende mais sobre o problema. Gradualmente, notando as similaridades, as diferenças, e as mudanças entre os lançamentos, você percebe todas as relações existentes no problema. O coração deste processo é várias e cuidadosas comparações.

Use este método para trabalhar os problemas posteriores. Continue a fazer comparações até que você tenha certeza que entendeu completamente a relação.

Problema Original

JKLMNO JKLMON JKLOMN JKOLMN ______ ______

Solução do Problema

O solucionador de problemas lê e pensou em voz alta.

JKLMNO, KJLMON, JKLOMN. Até aqui restaram 3 letras com a mesma ordem e as últimas 3 mudando. JKOLMN. Agora apenas 2 restarem na mesma ordem e as outras mudaram. Agora eu tenho que descobrir como elas estão mudando. Olhando para o primeiro e segundo lançamento, MNO muda para MON. Depois MON muda para OMN.Agra eu percebo que toda as vezes as letras são as mesmas, mas elas mudam de posição. Ao ir do primeiro para o segundo, a letra O trocou de lugar com o N. Depois, indo do segundo para o terceiro, a letra O trocou de lugar com o M.

Vamos ver. O terceiro lançamento é JKLOMN e o quarto é JKOLMN. Agora a letra O trocou de lugar com a letra da esquerda. Eu acho que a próxima vez deveria trocar de lugar com a letra K.Para preencher as lacunas, eu vou dar uma olhada no quarto lançamento. J, K, O, L, M, N. Agora eu tenho que trocar a letra K com a letra O. Isto me dá J, O, K, L, M, N.

JKLMNO JKLMON JKLOMN JKOLMN JOKLMN ______

Para preencher a última lacuna, eu vou olhar o que eu acabo de escrever. O lançamento começa com J, º Creio que devo trocar a letra O com a letra J. Isto coloca a letra O na frente. Mas acho que tudo bem. Eu tenho que fazer isso para ser consistente com o resto do padrão.

JKLMNO JKLMON JKLOMN JKOLMN JOKLMN OJKLMN

Descrição do padrão: Todos os lançamentos são compostos pelas letras J, K, L, M, N, e O. Em cada caso, as letras J, K, L, M, e N são mantidas na ordem alfabética. Porém, a letra O troca de posição com a letra que está a sua esquerda em cada caso. Ou seja, a letra O desloca-se para a esquerda uma vez, em todos os lançamentos.

SUMÁRIO

Um bom solucionador de problemas começa um desses problemas lendo a série e procurando por um padrão. Ele identifica similaridades e diferenças entre os lançamentos, e faz notas mentais das relações que ele enxerga. Por exemplo, ele pode observar que a série é composta de letras alternando com números, que números podem estar aumentando em valor, e que as letras estão se deslocando de trás para frente no alfabeto.

À medida que o solucionador de problemas ganha familiaridade com a série, ele tenta especificar precisamente o padrão implícito. Ele tenta formular em sua mente alguma regra que explique como as letras ou números mudam de um para o próximo. Quando ele acha que encontrou a regra, ele a confere com o resto da série para ter certeza que está completamente certa. Se alguma parte da série não coincide com sua regra, ele muda a regra até que esta comporte, de forma acurada, a série completa.

Finalmente, quando o solucionador de problemas tem certeza que sua regra está correta, ele a usa para preencher as lacunas, e depois escreve a regra no espaço designado “descrição do padrão”.

Um ponto importante ao se trabalhar estes problemas é que a regra final que você formula e preenche as lacunas deve ser válida para a série inteira. Ela não pode ser aproximadamente correta. Os problemas neste capítulo foram formulados com um padrão definitivo, e seu dever é encontrar a regra que se encaixa (ou descreve) no padrão.

Possivelmente, à medida que o problema se torna mais difícil, haverá alguns que você não conseguirá achar o padrão. Isto não significa por sua vez, habilidade de raciocínio fraca. Se você analisa sistematicamente um problema – cuidadosamente comparando os elementos e procurando relações – e ainda assim você não consegue achar um padrão, isto simplesmente significa que você não teve experiências com o tipo de padrão usado no problema. Porém, se você formular uma regra inexata – uma que não se encaixe perfeitamente na série – e se você não perceber que sua regra está incorreta porque não conferiu cuidadosamente – então isto é um sinal de habilidade de raciocínio fraco. O erro mais sério que você pode cometer ao trabalhar estes problemas é preencher as lacunas incorretamente por que a regra que você formulou não se encaixa perfeitamente na serie. Isto é pura desatenção. Seria melhor deixar uma questão sem resposta, do que responde-la incorretamente ou não reconhecer seu erro. O coração do bom raciocínio é ser cuidadoso ao formular sua regra, e depois conferir inteiramente a regra para determinar se encaixa os fatos perfeitamente.

As atividades de um bom solucionador de problemas descritas acima são muito parecidas com os passos que precedem várias descobertas científicas. Um cientista como Charles Darwin observa alguns fatos, tem uma idéia, coleta mais fatos, formula a idéia precisamente em uma hipótese, coleta ainda mais fatos que irão apoiar a hipótese ou levará a uma nova, e gradualmente “descobre” uma lei científica e válida. Os problemas deste capítulo podem ser considerados como miniaturas de problemas de análise e descoberta científica.

Responda você mesmo

1. Qual é o erro mais sério que você pode cometer ao trabalhar os problemas deste capítulo?

2. Descreva com suas próprias palavras métodos usados por bons solucionadores de problemas ao trabalharem problemas de tendências.

78

5 - Identificar Padrões

Se há algum problema que você não consegue resolver depois de várias tentativas, peça uma dica a um dos colegas. Se isto também falhar, peça ajuda ao seu professor.

Problema 01

2 7 10 15 18 23 26 31 34 39 __ __ __

Descrição do padrão:

[Possível Solução]

Problema 02

A B A B B A B A B B A B __ __ __

Descrição do padrão:

[Possível Solução]

Problema 03

9 a 8 c 7 e 6 __

Descrição do padrão:

[Possível Solução]

Problema 04

9 12 11 14 13 16 15 18 __ __ __

Descrição do padrão:

[Possível Solução]

79

Problema 05

B A D C F E H G __ __

Descrição do padrão:

Possível Solução

Problema 06

Q Q L Q Q Q Q L L L Q Q L Q Q Q Q L L L Q __ __ __

Descrição do padrão:

Possível Solução

Problema 07

27 24 22 19 17 14 12 9 __ __ __

Descrição do padrão:

Possível Solução

Problema 08

A Z B Y C X D __ __ __

Descrição do padrão:

Possível Solução

80

Problema 09

32 27 29 24 26 21 23 __ __ __

Descrição do padrão:

Possível Solução

Problema 10

1 12 121 1212 12121 ______ ______

Descrição do padrão:

Possível Solução

Problema 11

8 10 13 17 22 28 35 __ __ __

Descrição do padrão:

Possível Solução

Problema 12

147 144 137 141 138 131 135 132 125 ___ ___ ___

Descrição do padrão:

Possível Solução

Problema 13

A Z C X E V G __ __ __

Descrição do padrão:

Possível Solução

Problema 14

J 1 P 3 M 5 J 8 P 1 M 3 J 5 P 8 M 1 J 3 __ __ __

Descrição do padrão:

Possível Solução

82

6 - PROBLEMAS VERBAIS DE MATEMÁTICA

Introdução

Freqüentemente, as pessoas expressam ansiedade e até desespero ao lidar com problemas verbais de matemática. Geralmente, esses sentimentos vêm de infelizes experiências anteriores. Porém, da mesma forma que pessoas com medo de água aprenderam a nadar, este capítulo tem ajudado várias pessoas a desenvolver maior confiança e habilidade em matemática.

Esses problemas são denominados problemas verbais de matemática. Mas o que isto significa? Simplesmente isto: Cada problema descreve uma situação envolvendo relações numéricas. As situações e as relações devem ser, primeiramente, interpretadas e compreendidas. Depois, simples cálculos matemáticos precisam ser feitos para encontrar a resposta.

Apesar destes problemas serem denominados problemas verbais de matemática, eles não são muito diferentes dos problemas não matemáticos que você trabalhou anteriormente. Os cálculos são simples e o uso de álgebra ou formulas não são necessários. Primariamente, os problemas requerem que você entenda e explique precisamente a situação que está sendo descrita. Uma vez que um problema foi formulado corretamente, a aritmética é simples. Uma das coisas mais importantes que você irá aprender neste capítulo é que se você criar e mantiver o hábito de pensar passo por passo e precisamente, você poderá dominar a matemática. Mas antes de analisar os problemas matemáticos, alguns dos aspectos gerais para resolver problemas será revisado.

A resposta de um expert

As soluções de problemas produzem de alguma forma um modelo idealizado e que, talvez induza ao erro. Elas falham em mostrar as várias atividades que muitos solucionadores de problemas se envolvem à medida que analisam um problema e gradualmente acham seu caminho para a solução.

Representado na próxima página, está a resposta efetiva de um solucionador de problemas resolvendo um problema similar aos que você trabalhou anteriormente. Por favor, leia em voz alta os comentários à esquerda e a resposta do solucionador de problemas à direita.

83

Problema Original

Se, ao apagar as letras I, G, U, I e O da palavra perdigueiro aparece uma palavra de três letras que tem significado, identifique a letra P nesta palavra perdigueiro. Senão, identifique o primeiro E na palavra perdigueiro onde esta aparece pela terceira vez no exercício.

Resposta do solucionador de problemas

O solucionador de problemas começou lendo em voz alta.	"Se, ao apagar as letras I, G, U, I e O da palavra *perdigueiro*...." "I, G, U, I, O." "P, E, R, D, E, R... perder".
O solucionador de problemas repetiu as letras em voz alta.	" aparece uma palavra de três letra com significado, identifique..." Estou chegando à seção em que eu devo fazer algo se a primeira parte é verdadeira. Mas, eu estou um pouco confusa, talvez eu devesse começar lendo a frase do inicio. Não, eu vou ler o resto disto.
O solucionador de problemas cortou as letras I, G, U, I, O, com seu lápis. Depois ela leu as letras restantes em voz alta e pronunciou a palavra que elas formaram.	"Identifique a letra P nesta palavra *perdigueiro*." Eu estou confusa, deixe-me começar de novo. "Se, ao apagar as letras I, G, U, I e O da palavra *perdigueiro* aparece uma palavra de três letras que tem significado..."
O solucionador de problemas voltou à leitura.	Não, perder não uma palavra de quatro letras. "identifique a letra P nesta palavra *perdigueiro*." Então eu não farei isto. "Senão, identifique o primeiro E na palavra *perdigueiro* onde esta aparece pela terceira vez no exercício."
O solucionador de problemas parou de ler e pensou em voz alta.	Então esta é a instrução que devo seguir. Vamos ver, a palavra *perdigueiro* aparece uma vez... duas vezes na primeira frase. Depois na terceira frase ela também aparece – 3 – e é isso. Ela aparece pela terceira vez na segunda frase. Então, é esta que eu devo circular. Agora eu vou reler a última frase para ter certeza que eu segui corretamente as instruções. "Senão, identifique o primeiro E na palavra *perdigueiro* onde esta aparece pela terceira vez no exercício." Eu vou examinar a frase novamente para ter certeza que a palavra *perdigueiro* não aparece em outro lugar exceto os três lugares em que eu a encontrei. Sim, eu identifiquei a letra E na palavra certa.

84

Outra resposta de problema

Aqui está a resposta detalhada que outro solucionador de problemas fez para um problema diferente que você resolveu anteriormente. De novo, leia em voz alta, seguindo o raciocínio e a lógica do solucionador de problemas.

Problema Original

Sally emprestou R$ 7.00 a Betty. Mas Sally pegou emprestado R$15,00 da Estela e R$32,00 da Joana. Além disso, Joana deve R$3,00 à Estela, e R$7,00 à Betty. Um dia, as mulheres se reuniram na casa da Betty para acertar suas dívidas. Qual a mulher que saiu com R$18,00 a mais daquilo que tinha quando chegou?

Dica: Em seu diagrama, use setas para indicar qual pessoa tem que devolver dinheiro para qual pessoa. Mostre a direção que o dinheiro deve ser devolvido.

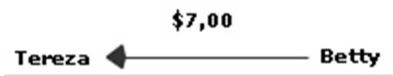
Resposta do solucionador de problemas

O solucionador de problemas lê em voz alta.	Sally emprestou R$7.00 a Betty. Mas Sally pegou emprestado R$15,00 da Estela e R$32,00 da Joana. Além disso, Joana deve R$3,00 à Estela, e R$7,00 à Betty. Um dia, as mulheres se reuniram na casa da Betty para acertar suas dívidas. Qual a mulher que saiu com R$18,00 a mais daquilo que tinha quando chegou? Dica: Em seu diagrama, use setas para indicar qual pessoa tem que devolver dinheiro para qual pessoa. Mostre a direção que o dinheiro deve ser devolvido. Eu vou ler do início de novo.

85

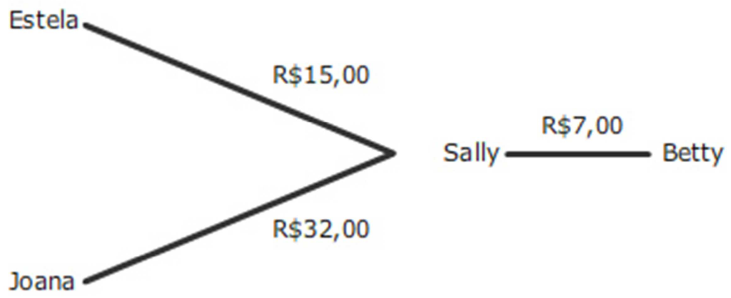
O solucionador de problemas pensou em voz alta.

"Sally emprestou R$ 7,00 a Betty".
Eu vou começar com um diagrama assim.

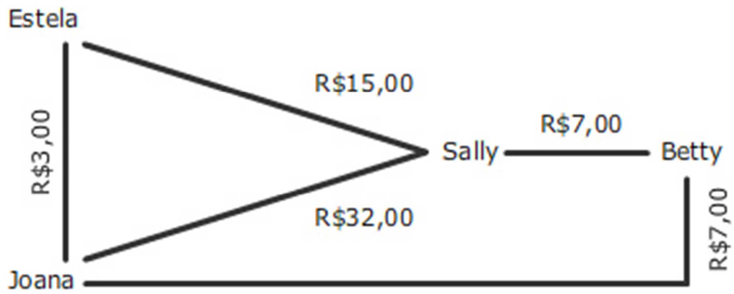


"Mas Sally pegou emprestado R$15,00 da Estela e R$32,00 da Joana".

Eu vou adicionar isto ao diagrama.



“Além disso, Joana deve R$3,00 à Estela, e R$7,00 à Betty.” Eu vou adicionar isto ao diagrama.



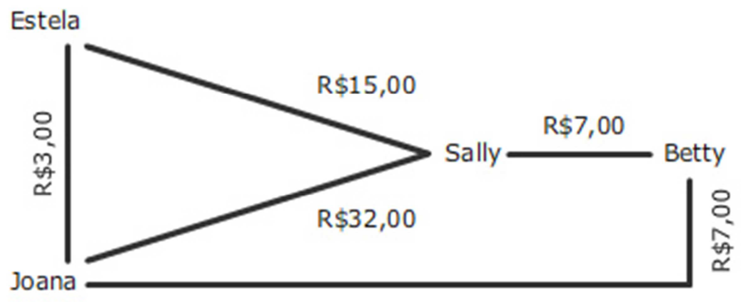
Eu tenho todos os números, mas eu não sei quem deve para quem. A dica disse algo sobre isto. Eu vou ler de novo.

Dica: Em seu diagrama, use setas para indicar qual pessoa tem que devolver dinheiro para qual pessoa. Mostre a direção que o dinheiro deve ser devolvido.

Eu creio que eu vou ter de reler o problema e colocar as setas à medida que eu vou lendo.

“Sally emprestou R$ 7,00 a Betty”.

Isto significa que Betty tem que devolver dinheiro para Sally. Eu vou colocar uma seta apontando para Sally.



"Mas Sally pegou emprestado R$15,00 da Estela..."

O dinheiro deve se devolvido à Estela, então eu vou desenhar a seta apontando para a Estela.

"...e R$32,00 da Joana."

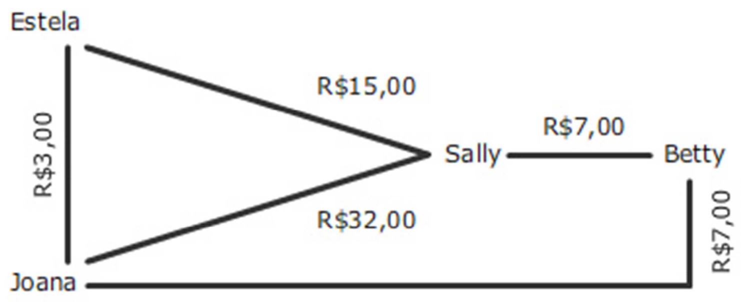
Então eu vou apontar a seta para a Joana.

"Além disso, Joana deve R$3,00 à Estela..."

Assim, eu vou apontar a seta para a Estela.

"... e R$7,00 à Betty."

Esta seta vai ter sua ponta virada para Betty.



"Qual a mulher que saiu com R$18,00 a mais daquilo que tinha quando chegou?"

Deixe-me descobrir. Olhando o meu diagrama, eu vejo que Joana tem que pagar R$3,00 à Estela e R$7,00 à Betty, mas ela receberá R$32,00 da Sally. Então ela tem que pagar R$3,00 mais R$7,00 que é R$10,00, mas ela recebe R$32,00. Então ela vai embora com R$22,00.

Betty recebe R$7,00 da Joana, mas paga R$7,00 para a Sally, então ela vai embora com o mesmo montante que chegou.

Estela recebe R$3,00 da Joana e R$15,00 da Sally. Ela não paga nada. R$3,00 mais R$15,00 é R$18,00. Então é ela que sai com R$18,00 a mais do que quando chegou.

Deixe-me conferir se a Sally também fica com R$18,00 a mais. Ela recebe R$7,00 da Betty. Mas ela paga R$15,00 para a Estela e R$32,00 para a Joana. R$32,00 e R$15,00 são R$47,00. Ela recebe R$7,00. Então ela sai com R$40,00 a menos do que quando chegou.

87

Preocupação com Exatidão, Análise Passo a Passo e Fala Oculta

1. Preocupação com Exatidão são duas características dos bons solucionadores de problemas que são evidentes nas respostas que você acabou de ler. O cuidado, a preocupação e a rapidez em reiniciar o problema quando as idéias se tornaram confusas e depois, a verificação e a releitura para ter certeza de que erros não foram cometidos e que nada foi pulado.

2. A resolução passo por passo. É importante quando os solucionadores de problemas apresentaram as idéias com suas próprias palavras, de forma a que o problema fique mais claro e mais útil à eles. Por exemplo, em algum lugar anteriormente, o solucionador de problemas leu “Sally emprestou R$7,00 a Betty”. Ele mudou isto para “Isto significa que Betty tem que devolver dinheiro para Sally”. Vemos então, que o solucionador de problemas passou por dois passos para representar a informação no diagrama. Primeiro ele traduziu a afirmação inicial para uma que era mais parecida com aquela que ele precisaria para o diagrama. Com esta nova afirmação, ele teve que desenhar a seta apontando em direção a Sally. Reafirmar idéias é uma forma importante que bons solucionadores de problemas usam no método passo por passo para analisar os detalhes finais de um problema.

“Falar consigo mesmo”, enquanto está pensando, não é algo que os bons solucionadores de problemas fazem apenas quando lhe pedem para resolver o problema em voz alta. Estudos usando amplificadores eletrônicos (para monitorar atividade do músculo da fala) revelam que bons solucionadores de problemas sempre falam consigo mesmo enquanto estão resolvendo problemas. Eles repetem informação, refazem-na, pesam-na, comparam fatos diferentes, expressam pensamentos como “é melhor eu ler a primeira frase de novo”, e em geral, deixam as idéias mais claras para eles mesmos. Esta fala, que não é feita em voz alta, é denominada fala oculta ou fala vocal.

Perguntas

O que é fala oculta? O que bons solucionadores de problemas falam para eles mesmos enquanto estão resolvendo problemas?

88

Um trem pode percorrer 10 km em 4 min. Quanto ele percorrerá em 14 min?

Várias formas de resolução

Aqui está o problema que lhe foi pedido para resolver.

Um trem pode percorrer 10 km em 4 min. Quanto ele percorrerá am 14 min?

Há mais de uma foram de resolver este problema. Nós veremos três formas, que chamaremos de soluções 1, 2 e 3. Cada solução pode ser vista em termos de lógica subjacente, e em termos de computações matemáticas. Olhar a solução em termos de lógica subjacente é devagar e menos elegante. Mas em um sentido é mais importante. As pessoas que tentam aplicar formulas matemáticas sem compreender a lógica subjacente de um problema têm uma grande chance de usar uma formula incorreta e chegar à uma resposta errada. Portanto, nós começaremos com a lógica e depois veremos as computações matemáticas.

89

Solução 01

Lógica de solução: Aqui está uma forma de olhar o problema. Se o trem pode percorrer 10 quilômetros em 4 minutos, então pode percorrer 20 km em 8 minutos, e 30 km em 12 minutos. Se ele percorrer ainda, mais 2 minutos (para um total de 14 minutos) ele irá percorrer mais 5 km, para um total de 35 km. Isto é mostrado abaixo:

4 min	10 km
4 min	10 km
4 min	10 km
2 min	05km
14 min	35 km

Isto também está representado no diagrama seguinte:

10 km	10 km	10 km	5 km
4 min	4 min	4 min	2 min

Solução matemática do problema: note que ao construir a tabela acima, nós contamos quantas vezes têm 4 minutos dentro de 14 minutos. Nós achamos que são 3 vezes, com 2 minutos restantes. Ao mesmo tempo nós contamos o mesmo número de seções de 10 km, e concluímos que o trem percorre 35 km em 14 minutos. Nós fazemos a mesma coisa aritmeticamente quando dividimos 14 minutos por 4 minutos e depois multiplicamos por 10 km.

Assim:

$14 / 4 = 3 \frac{1}{2}$ $\qquad$ $3 \frac{1}{2} \times 10 = 35$

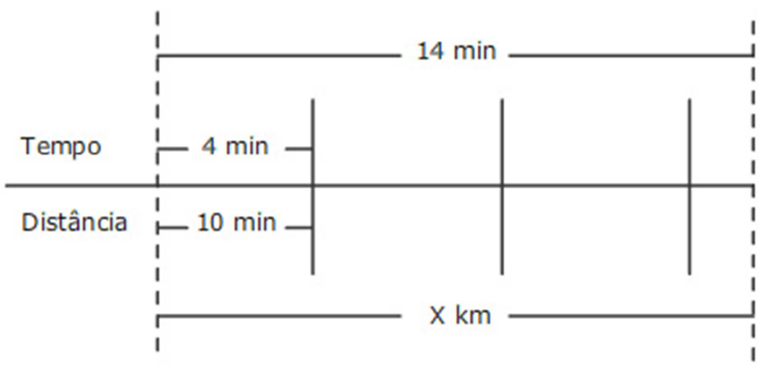
O importante a ser entendido é que este procedimento de divisão e multiplicação é, na verdade, um atalho de apresentação da situação inteira, como foi feito na tabela acima. O diagrama mostra que estamos pensando em termos de intervalos de 4 minutos. Em outras palavras, 12 minutos são exatamente 3 intervalos de 4 minutos; e 2 minutos é a metade de um intervalo de 4 minutos. Além disso, o trem percorre10 km em cada intervalo de 4 minutos, e 5 km em uma metade de intervalo de 4 minutos. Então ele percorrer 35 km no total.

10 km	10 km	10 km	5 km
Intervalo de 4 min	Intervalo de 4 min	Intervalo de 4 min	½ de um intervalo de 2 mim

Solução 02

Lógica da solução: Outra forma de resolver o problema é pensar em termos de proporções que são iguais a si mesmas. Esta forma requer maior base matemática e experiência do que as outras duas soluções. Não use este método com qualquer problema posterior deste capítulo a não ser que você esteja absolutamente certo de que entende exatamente o que você está fazendo.

A lógica da solução é representada no seguinte diagrama:



Note o X no diagrama. Isto é o que o problema lhe pede para encontrar, a distância percorrida pelo trem em 14 minutos.

Pelo diagrama você pode ver que já que 14 minutos são 3 ½ vezes maior do que 4 minutos, a distância desconhecida X deve ser 3 ½ vezes maior do que 10 km. Em outras palavras, a proporção de 14 minutos para 4 minutos é igual é à proporção de X quilômetros para 10 quilômetros. Com esta idéia em mente, nós podemos escrever a equação seguinte:

$$\frac{14}{4} = \frac{X}{10}$$

No lado esquerdo da equação nós temos a proporção de 14 minutos para 4 minutos. E no lado direito nós temos a proporção de X quilômetros para 10 quilômetros. O sinal de igualdade significa que estas duas proporções são numericamente iguais.
Solução matemática: Uma vez que você fixou esta equação de proporção, você encontra X usando aritmética e álgebra simples. Aqui estão passos que você poderia empregar:

1. Equação inicial: $\frac{14}{4} = \frac{X}{10}$

2. Multiplique ambos os lados da equação por 10 de forma que reste apenas X no lado direito. $\frac{10\,(14)}{4} = \frac{10(14)}{10}$

3. Cancele em ambos os lados da equação.

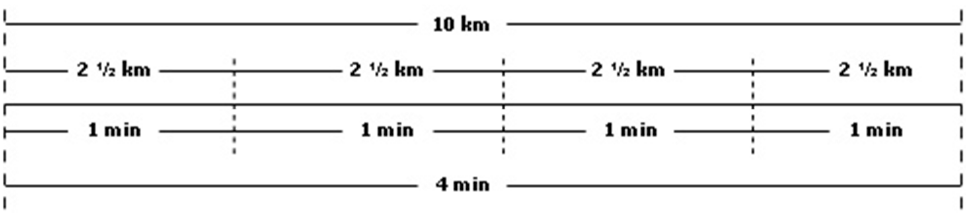
(5)(7) 1

$$\frac{10\,(14)}{4} = \frac{10(14)}{10}$$

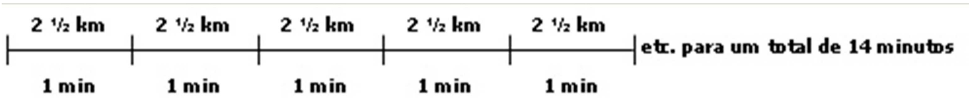
4. Multiplique os números para encontrar X. (5) (7) = 35 = X

Solução 03

Lógica da solução: Uma terceira forma de resolução começa perguntando quantos quilômetros o trem percorre em 1 minuto, e depois multiplicando isto por 14 minutos para encontrar a distância total percorrida pelo trem. O seguinte diagrama mostra que já que o trem percorre 10 quilômetros em 4 minutos, ele deve percorrer 2 ½ quilômetros em 1 minuto.



Uma vez que nós sabemos que o trem percorre 2 ½ quilômetros em 1 minuto, é fácil encontrar o quanto percorre em 14 minutos. Nós apenas adicionamos 14 destes intervalos, como mostrado abaixo.



Solução matemática: Primeiro você deve determinar quantos quilômetros o trem percorre em cada minuto:

$$\frac{10 \text{ km}}{4 \text{ min}} = 2\tfrac{1}{2} \text{ km por min}$$

Uma vez que você sabe que o trem percorre 2 ½ quilômetros em cada minuto, você pode multiplicar por 14 minutos e encontrar quantos quilômetros percorre o trem em 14 minutos.

2 ½ km cada min x 14 min = 35 km

Resumo

Todas as três soluções estão corretas. Elas usam diferentes formas de cálculos e formulas, mas elas são baseadas, basicamente, no mesmo quadro: o que acontece à medida que o tempo de viagem do trem aumenta de 4 minutos para 14 minutos.

92

Procedimentos para Resolver Problemas Verbais de Matemática

Vamos agora revisar os procedimentos para resolver problemas verbais de matemática usando a técnica de raciocínio em voz alta.

1. Leia em voz alta e expresse todos os seus pensamentos, decisões, análises, e conclusões. Diga como você está começando o problema, quais as perguntas que você está fazendo a si mesmo, os passos que está usando para quebrar o problema em partes, as conclusões a que você está chegando – tudo. Se você tiver que adicionar alguns números, adicione-os em voz alta. Se você fizer qualquer outra operação mental (como traduzir uma palavra estranha para uma palavra familiar, ou visualizar uma figura de alguma relação descrita no texto), faça estas operações em voz alta. Se quiser use uma folha para rabiscar.

2. Adote o procedimento analítico passo por passo e as várias outras técnicas que bons solucionadores de problemas usam: Quebre o problema em partes; trabalhe uma parte detalhadamente e depois passe à próxima parte. Traduza frases estranhas ou não muito claras para suas próprias palavras. Visualize ou faça diagramas de relações que são apresentadas verbalmente. Simplifique um problema substituindo os números para números simples, fazendo tabelas de cálculos sucessivos, ou referindo a um problema anterior.

3. Seja extremamente detalhado. Confira continuamente seu raciocínio. Dentro da sua cabeça deve sempre haver o pensamento: “Isto está totalmente correto? Isto está completamente esclarecido?”. Nunca trabalhe rápido de forma a levá-lo a cometer erros. Trabalhe tudo devagar e cuidadosamente. Dê a cada parte do problema tempo suficiente. Nunca desista de um problema e tente apenas adivinhar a resposta. Também, sempre tente resolver o problema por você mesmo.

4. Se você teve chance de conversar com um colega, compare o método dele com a forma como você resolveu ou pensa resolver mesmo problema. Como você pode quebrar o problema de forma bem clara em subproblemas? Quais os outros passos que você pode tomar? Como você visualizaria ou faria um diagrama de determinada relação? Você trabalharia mais cuidadosamente e com mais exatidão? Em outras palavras, tente imaginar formas mais efetivas de você resolver o problema.

93

Exemplo 1

Tente resolver este problema. Ele é similar ao problema anterior em alguns pontos, mas diferente em outros. Em classe, um estudante deveria resolver o problema em voz alta e no quadro-negro, explicando completamente sua lógica.

Uma determinada régua, que deveria medir 12 polegadas de comprimento, foi feita e tem, na realidade 11 ½ polegadas. Se você medir 4 pés de um fio com esta régua, qual será realmente o comprimento deste fio.

Solução do Problema

Uma boa forma de começar este problema é imaginar você mesmo pegando uma régua e medindo 4 pés de fio. Você pode imaginar uma bola de fio em uma mesa e ver você mesmo puxando o fio e medindo um pé de cada vez com a régua.

A régua tem, supostamente, 12 polegadas de comprimento, e 12 polegadas é um pé. Toda vez que você medir uma seção de fio igual ao comprimento da régua, você supostamente tem um pé de fio. Já que você quer 4 pés, você terá de fazer isto quatro vezes.

Porém, a régua está deformada, então cada seção de fio tem apenas 11 ½ polegadas de comprimento. Portanto quando você mede quatro seções de fio, o comprimento total é:

4 x 11 ½ = 46 polegadas

Existem vários caminhos alternativos de trabalhar este problema. Ao imaginar você mesmo medindo quatro seções de fio com a régua, você pode calcular quanto há de erro acumulado.

A régua tem 11 ½ polegadas, então toda vez que você medir uma seção de fio com a régua, você terá ½ polegada a menos das 12 polegadas. Quando você mede as quatro seções de fio com a régua, você terá quatro vezes ½ polegada a menos:

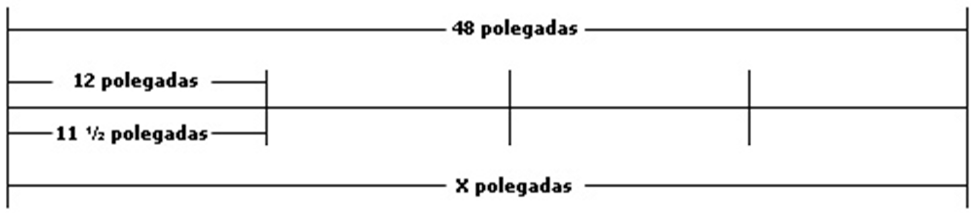
$$4 \times \tfrac{1}{2} = 2 \text{ polegadas a menos}$$

Como você está com 2 polegadas a menos das 48 polegadas, seu fio terá, na realidade, 46 polegadas de comprimento.

$$48 \text{ polegadas} - 2 \text{ polegadas} = 46 \text{ polegadas}$$

Uma terceira forma de resolver este problema é olhar para as proporções. No diagrama abaixo nós deixaremos desconhecido o comprimento de X polegadas que é medido pela régua deformada. O diagrama mostra que existem tantas seções de 12 polegadas em 48 polegadas quanto existem seções de 11 ½ polegadas em X polegadas.

94



Pelo diagrama nós sabemos que porquê 48 dividido por 12 é quatro, nós sabemos que X dividido por 11 ½ deve ser quatro também. A proporção de 48 para 12 é igual à proporção de X para 11 ½. Em símbolos matemáticos nós escrevemos desta forma:

$$\frac{48}{12} = \frac{X}{11\frac{1}{2}}$$

Para resolver esta equação você poderia empregar os seguintes passos:

1. Equação inicial: $\frac{48}{12} = \frac{X}{11\frac{1}{2}}$

2. Multiplique ambos os lados da equação por 11 ½ para obter apenas o X no lado direito. $\frac{(11\frac{1}{2})48}{12} = \frac{(11\frac{1}{2})X}{11\frac{1}{2}}$

3. Cancele. $\frac{(11\frac{1}{2})\cancel{48}}{\cancel{12}} = \frac{\cancel{(11\frac{1}{2})}X}{\cancel{11\frac{1}{2}}}$

4. Multiplique os números para encontrar X. $(11\frac{1}{2})\, 4 = 46 = X$

Exemplo 2

Alguns dos problemas verbais de matemática neste capítulo são um diferentes dos problemas de proporção que você já resolveu. Aqui está um exemplo. Em classe, um estudante deveria resolver o problema em voz alta e no quadro-negro.

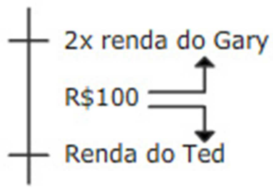
A renda semanal de Ted é R$ 100,00 a menos do que o dobro da renda semanal de Gary. Se Ted ganha R$ 500,00 por semana, quanto o Gary ganha?

95

Solução do Problema

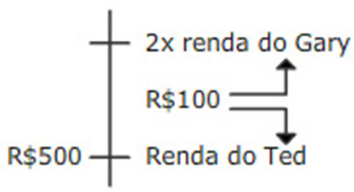
Quando for possível representar as idéias de um problema de matemática com um diagrama, geralmente é útil representá-lo. Nós usaremos um diagrama para ajudar a manter a ordem dos fatos neste problema.
A primeira frase diz que a renda semanal do Ted é R$100,00 a menos que o dobro da renda do Gary. Nós desenharemos uma linha para representar renda e depois colocaremos Ted nela.

Já que a renda do Ted é R$100,00 a menos do que o dobro da renda do Gary, isto significa que no diagrama, a renda do Ted deve estar abaixo (menor) do dobro da renda do Gary. Portanto nós colocaremos "dobro da rendo do Gary" acima da renda do Ted, separado por R$100,00.



Confira o diagrama. Ele mostra o que deveria mostrar, ou seja, que o Ted ganha R$100,00 a menos do o dobro da renda do Gary?

Finalmente, o problema diz que o Ted ganha R$500,00. nós vamos adicionar isto ao diagrama.



Pelo diagrama nós vemos que o dobro da renda do Gary é R$100,00 a mais do que a renda do Ted – o que significa que é R$600,00.

Já que o dobro da renda do Gary é R$600,00, sua renda então deve ser a metade disto:

½ (R$600) = R$300

Ao trabalhar este problema, existe um erro comum que pode ser feito, especialmente se não for usado um diagrama para ajudar a manter a ordem das relações. Assim que os iniciantes vêem as palavras "menos que" eles, com freqüência, automaticamente concluem que eles têm que subtrair. Seu raciocínio funciona assim: "a renda de Ted é R$100,00 a menos que o dobro da renda do Gary. O Ted ganha R$500,00 por semana: R$100,00 menos que isto é R$400,00. Então o dobro da renda do Gary é R$400,00 e ½ disto é R$200,00".

Você enxerga aonde foi feito o erro nesta linha de raciocínio? Antes de continuar, revise e explique o erro com suas próprias palavras.

Este raciocínio errôneo vem do falta de cuidado para lidar com as palavras "menos que", antes de expressar exatamente qual renda é menor do que qual renda. Em todos os problemas que seguirão, expresse completamente e precisamente as relações entre os fatos. E quando você tiver duvidas ou estiver confuso, tente usar um diagrama.

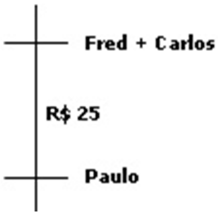
Exemplo 3

Trabalhe este problema representando os fatos da primeira frase em um diagrama, e depois a segunda frase em um diagrama separado. Em classe, um estudante deveria trabalhar o problema em voz alta e no quadro-negro.

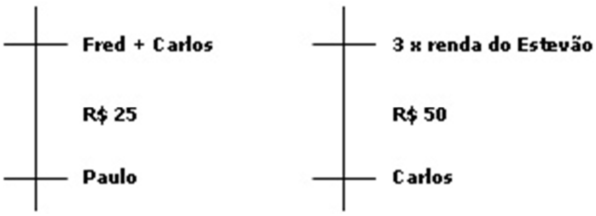
Paulo ganha R$25,00 a menos por semana do que a soma daquilo que o Fred e o Carlos ganham juntos. A renda semanal de Carlos seria o triplo do que o Estevão ganha se ele ganhasse R$50,00 a mais por semana. O Paulo ganha R$285,00 por semana e Estevão ganha R$75,00 por semana. Quanto ganha o Fred?

Solução do Problema

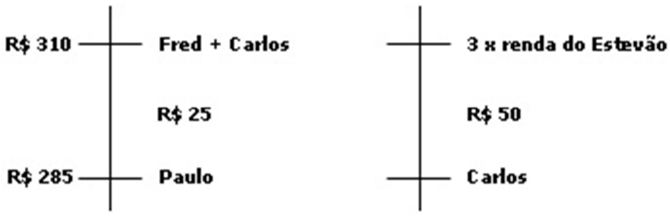
A primeira frase diz que o Paulo ganha R$25,00 por semana a menos que a renda de Fred e Carlos juntos. Então nós faremos um diagrama com o Paulo R$25,00 abaixo do Fred e do Carlos juntos.



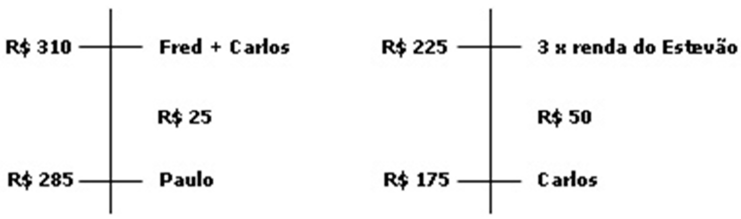
A segunda frase diz que a renda semanal de Carlos seria o triplo da renda do Estevão se ele ganhasse R$50,00 a mais por semana. Em outras palavras, se nós subirmos R$50,00 da renda do Carlos, encontraremos o triplo da renda do Estevão. Isto é representado no diagrama da direita.



O problema diz que o Paulo ganha R$ 285,00 por semana. Quando nós adicionamos isto ao diagrama, nós vemos que o Fred e o Carlos juntos ganham R$310,00.



O problema também diz que o Estevão ganha R$75,00 por semana. Portanto, o triplo da renda do Estevão é: 3 x R$75 = R$225. o diagrama da direita mostra que o Carlos ganha R$50,00 a menos do que isto, então o Carlos deve ganhar R$ 175,00 por semana.



Nós sabemos que a renda de Carlos é R$175,00 por semana, e nós também sabemos que a soma das rendas de Carlos e Fred é R$ 310,00 por semana. Disto, nós podemos determinar a renda do Fred por subtração.

R$310 – R$175 = R$ 135

98

7 - TRABALHANDO EM DUPLA

Introdução

Seu professor poderá solicitar que você trabalhe junto com um colega, alternando sua vez de resolver os problemas que seguem em voz alta. Para trabalhar esses problemas, tenha a certeza de que você está entendendo a lógica subjacente antes de aplicar qualquer fórmula. Primeiro leve o tempo que for necessário para interpretar em sua mente (usando uma tabela ou diagrama) qual é a situação, e apenas depois, comece a fazer seus cálculos matemáticos. Esta é a chave para trabalhar corretamente problemas verbais de matemática.

Quando seu parceiro fizer cálculos ou usar fórmulas que são inapropriadas ou que podem levá-lo a encontrar respostas erradas – ou não interpretou as situações com total compreensão – insista que ele lhe mostre um diagrama ou uma tabela que ilustre, passo a passo, as relações entre os fatos do problema. Interromper e solicitar uma explicação completa de certos cálculos é sua responsabilidade, para ajudar ambos a se tornarem bons solucionadores de problemas matemáticos.

Problema 01

John pode correr 7 pés com o mesmo tempo que o Fred leva para correr 5 pés. Quanto correrá o John com o tempo que o Fred levará para correr 15 pés?

99

Solução do Problema

Lógica da solução: se o John pode correr 7 pés enquanto o Fred corre 5 pés, então o John pode correr 14 pés enquanto o Fred corre 10, e ele pode correr 21 pés enquanto o John pode correr 15 pés. Isto é mostrado com a tabela abaixo.

Fred	John
5	7
5	7
5	7
15	21

Solução matemática:

Passo 01. Quando o Fred corre 15 pés, quantas vezes mais ele corre comparado a quando ele corre apenas 5 pés? Para responder isto você divide.

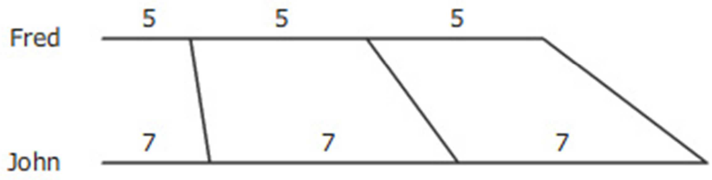
15 / 5 = 3

Passo 02. Se o Fred corre 3 vezes a mesma distância, ele deve correr 3 vezes o mesmo tempo.

Passo 03. Quando o John corre 3 vezes o mesmo tempo, qual a distância que ele percorre?
A resposta é 7 x 3 = 21.

Este diagrama mostra que toda a vez que o Fred corre 5 pés, o John corre 7 pés.

Quando o Fred corre 15 pés, o John corre 21.



100

Problema 02

Um trem percorre 30 milhas e um carro percorre 20 milhas ao mesmo tempo. A esta taxa, quanto percorrerá um trem quando o carro percorrer 90 milhas?

Solução do Problema

Lógica da solução: se o trem percorre 30 milhas enquanto o carro percorre 20 milhas, então o trem percorre 60 milhas enquanto o carro percorre 40, 90 milhas enquanto o carro percorre 60, 120 enquanto carro o percorre 80 milhas, e percorre 135 quando o carro percorrer 90. Isto é mostrado abaixo.

20 milhas	20 milhas	20 milhas	20 milhas	10 milhas
30 milhas	30 milhas	30 milhas	30 milhas	15 milhas

Solução matemática:

Passo 01. Nós precisamos saber quantas vezes mais o carro percorre quando ele percorre 90 milhas comparado a quando ele percorre 20 milhas.

$$90 / 20 = 4\ \tfrac{1}{2} \text{ ou } 4{,}5$$

Passo 02. Se o carro percorre 4,5 vezes 20 quando percorre 90 milhas, ele deve viajar 4,5 vezes o mesmo tempo. Quando o trem percorre 4,5 vezes o mesmo tempo, ele percorre esta distância: 4,5 x 30 milhas.

$$\begin{array}{r} 30 \\ \underline{\times\ 45} \\ 15\ 0 \\ \underline{120\ \ } \\ 135{,}0 \end{array}$$

O trem percorre 135 milhas enquanto o carro percorre 90 milhas.

101

Problema 03

Tenha cuidado para notar a diferença entre pés e jardas neste problema.

Se Fidel corre 4 jardas enquanto Saddam corre 9 pés, quantos pés o Saddam vai percorrer quando o Fidel correr 120 pés?

Solução do Problema

Passo 01. Uma jarda é o mesmo que 3 pés. Então 4 jardas é igual a 12 pés.

O problema pode ser reescrito assim:

Se o Fidel corre 12 pés enquanto o Saddam corre 9 pés, quantos pés o Saddam vai percorrer quando o Fidel correr 120 pés?

Passo 02. Nós precisamos saber quantas vezes mais o Fidel percorre quando ele corre 120 pés comparado a quando ele corre 12 pés.

$$\frac{120}{12} = 10$$

Passo 03. Se o Fidel percorre 10 vezes 12 ao correr 120 pés, ele deve viajar 10 vezes o mesmo tempo. Com este mesmo tempo, o Saddam também percorreria 10 vezes a mesma distância:

$$10 \text{ x } 9 \text{ pés} = 90 \text{ pés}$$

102

Problema 04

Um homem corre 1 milha em 10 minutos e um carro percorre 50 milhas em 1 hora. A estas taxas, quão longo irá o homem quando o carro percorrer 150 milhas?

Problema Original

Um homem corre 1 milha em 10 minutos e um carro percorre 50 milhas em 1 hora. A estas taxas, quão longo irá o homem quando o carro percorrer 150 milhas?

Solução do Problema

Passo 01. Uma forma de trabalhar este problema é determinando quanto tempo o carro leva para percorrer 150 milhas, e depois achar quanto o homem corre no mesmo tempo.

Passo 02. O carro percorre 150 milhas, e cobre 50 milhas a cada hora. Portanto, o número de horas que ele leva para percorrer 150 milhas é:

$$\frac{150}{50} = 3 \text{ horas}$$

Isto significa que o homem também corre por 3 horas.

Passo 03. O problema diz que o homem corre 1 milha a cada 10 minutos. Já que uma hora tam 60 minutos (que é 6 vezes 10 minutos), ele corre 6 milhas cada hora. Portanto em 3 horas o homem corre:

3 horas x 6 milhas por hora = 18 milhas

103

Problema 05

Um carro percorre 40 milhas em uma hora e um avião percorre 10 milhas em um minuto. Quão longe irá o carro quando o avião percorrer 450 milhas?

Problema Original

Um carro percorre 40 milhas em uma hora e um avião percorre 10 milhas em um minuto. Quão longe irá o carro quando o avião percorrer 450 milhas?

Solução do Problema

Passo 01. Nós podemos trabalhar este problema determinando quanto tempo o avião leva para percorrer 450 milhas, e depois encontrar a distancia que o carro percorre no mesmo tempo.

Passo 02. Já que percorre 450 milhas, e ele cobre 10 milhas a cada minuto, o tempo que ele leva para percorrer 450 milhas é:

$$\frac{450}{10} = 45 \text{ minutos}$$

Passo 03. Isto significa que o carro também viaja por 45 minutos. Este problema diz que o carro percorre 40 milhas por hora. Vamos descobrir quanto ele percorre por minuto. Já que 1 hora tem 60 minutos, o carro vai viajar 1/60 de 40 milhas em 1minuto.

$$\frac{1}{60} \text{ (40 milhas) } = \frac{2}{3} \text{ milhas}$$

Passo 04. O carro percorre 2/3 de uma milha a cada minuto. Em 45 minutos ele percorrerá:

45 minutos x 2 minuto por milha = 30 milhas

Problema 06

O relógio A mantém o passo do tempo perfeito enquanto o relógio B tem seu passo mais rápido. Quando o relógio A indica que se passaram 6 minutos, o relógio B diz que se passaram 8 minutos. Quantos minutos se terão passado realmente quando o relógio B apontar que se passaram 56 minutos?

Solução do Problema

Passo 01. A pergunta é quantos minutos se terão passado de acordo com o relógio A (que é preciso) quando o relógio B indicar que 56 minutos se passaram.

Passo 02. Quando o relógio B diz 8 minutos se passaram, na realidade apenas 6 minutos se passaram. Quando o relógio B diz que se passaram 16 minutos, apenas 12 se passaram.

Relógio B	Relógio A (preciso)
8	6
8	6
___	___
___	___

Passo 03. É necessário descobrir quantos intervalos de 8 minutos se encontram em 56 minutos.

$$\frac{56}{8} = 7$$

Passo 04. Então o tempo real que se passou é 7 intervalos de 6 minutos.

7 x 6 minutos = 42 minutos

Passo 05. O tempo real que se passou é 42 minutos.

Relógio B	Relógio A (preciso)
8	6
8	6
8	6
8	6
8	6
8	6
8	6
8	6
56	42

105

Problema 07

O relógio A marca o passo do tempo perfeitamente enquanto o relógio B marca seu passo mais acelerado. Quando o relógio A diz que se passaram 4 minutos, o relógio B diz que se passaram 6. Quantos minutos terão se passado na realidade quando o relógio B indicar que se passaram 27 minutos?

Solução do Problema

Passo 01. O problema pergunta quantos minutos terão se passado de acordo com o relógio A (que é preciso) quando o relógio B mostrar que 27 minutos se passaram.

Passo 02. Quando o relógio B diz que se passaram 6 minutos, na realidade apenas 4 se passaram. Quando o relógio B diz que se passaram 12 minutos, apenas 8 se passaram.

Relógio B	Relógio A (preciso)
6	4
6	4
____	____
____	____

Passo 03. É necessário descobrir quantos intervalos de 6 minutos existem em 27 minutos.

$$\frac{27}{6} = 4\tfrac{1}{2}$$

Passo 04. Então, na realidade, o tempo decorrido foi 4 ½ intervalos de 4 minutos cada.

4 ½ x 4 minutos = 18 minutos

Passo 05. O tempo real decorrido é 18 minutos.

Relógio B	Relógio A (preciso)
6	4
6	4
6	4
6	4
3	2
27	18

106

Problema 08

Um determinado relógio está acelerado, terminando cada hora com 6 minutos de antecedência. Se ele for acertado corretamente às 3:00 horas, que horas ele irá apontar quando o tempo correto for 7:30 horas?

Solução do Problema

Passo 01. De 3:00 horas às 7:30 horas, há um intervalo de 4 ½ horas.

Passo 02. O relógio ganha 6 minutos a cada hora. Em quatro horas ele estará 24 minutos adiantado, e em ½ hora estará adiantado em 3 minutos. Então em 4 ½ horas ele estará 27 minutos adiantado.

4 ½ x 6 minutos = 27

Passo 03. 7:30 mais 27 minutos são 7:57.

O relógio marcará 7:57 horas.

Tempo Real	Marcação do Relógio
4:00	4:06
5:00	5:12
6:00	6:18
7:00	7:24
7:30	7:57

Problema 09

Um determinado relógio está acelerado; ele indica que 1 hora se passou quando na realidade se passaram 56 minutos. Se ele for acertado corretamente à 1:00 hora, qual será a hora certa quando ele estiver marcando 6:30 horas?

Solução do Problema

Passo 01. Toda vez que o relógio aponta que 1 hora se passou, na realidade se passaram 4 minutos a menos. Quando o relógio marca 2:00 horas, na realidade são 1:56 horas. Quando marca 3:00 horas é na verdade, 2:52 horas.

Relógio	Hora Certa
1:00	1:00
2:00	1:56
3:00	2:52

Passo 02. Quando o relógio vai de 1:00 hora para 6:30 horas, ele anda 5 ½ horas. Para cada hora no relógio, a hora certa que se passou é 4 minutos menos que 1 hora. Então quando o relógio diz que se passaram 5 ½ horas, a hora correta que se passou é menos que isto, pelo montante de:

5 ½ horas x 4 minutos menos que 1 hora = 22 minutos

Passo 03. Quando o relógio marca 6:30 horas, a hora certa é 22 minutos menos que isto:

6:30 menos 22 minutos = 6:08

Relógio	Erro	Hora Certa
1:00		1:00
2:00	4 min	1:56
3:00	8 min	2:52
4:00	12 min	3:48
5:00	16 min	4:44
6:00	20 min	5:40
6:30	22 min	6:08

108

Problema 10

O relógio A perde 4 minutos a cada meia hora, e o relógio B ganha 5 minutos a cada 2 horas. Ambos os relógios são acertados corretamente às 5:00 horas da tarde. Quantos minutos distantes um do outro quando a hora correta for de 9:00 horas da noite?

Solução do Problema

Passo 01. De 5:00 horas da tarde para 9:00 horas da noite, há um período de 4 horas.

Passo 02. O relógio A perde 4 minutos a cada meia hora. Isto significa que ele perde 8 minutos a cada hora. Então em 4 horas é estará atrás com este montante:

4 horas x 8 minutos a cada hora = 32 minutos

Passo 03. o relógio B ganha 5 minutos a cada 2 horas. Portanto em quatro horas ele terá ganhado 10 minutos.

Passo 04. Até aqui nós determinamos que o relógio A estará 32 minutos atrás quando a hora certa for 9:00 horas da noite, e o relógio B estará 10 minutos na frente. Isto significa que eles estarão 42 minutos distantes um do outro.

109

Problema 11

Uma régua de 12 polegadas foi mal construída e tem, na realidade, 12 ½ polegadas de comprimento. Você mede o que você acredita ser 5 jardas de fio com esta régua. Qual é o verdadeiro comprimento do fio?

Solução do Problema

Passo 01. Toda vez que você medir uma seção de fio equivalente ao comprimento da régua, tem na verdade 12 ½ polegadas de comprimento.

Passo 02. Você quer 5 jardas de fio. Já que existem 3 pés em uma jarda, 5 jardas são 15 pés de fio.

Passo 03. Quando você mede 15 seções de fio, cada um igual ao comprimento da régua, o comprimento total de fio é:

15 X 12 ½ polegadas = 187 ½ polegadas

$$
\begin{array}{r}
15 \\
\underline{\times\ 12{,}5} \\
75 \\
30 \\
\underline{15} \\
187{,}5
\end{array}
$$

110

Problema 1

Boris tem 6 ternos, 3 a menos que João e o dobro que o Felipe. Gustavo tem 3 vezes mais ternos que o João. Quantos ternos o Gustavo e o Felipe têm cada um?

Nota: Conhecimento de álgebra não é necessário para resolver este problema ou os próximos. Tudo o que é necessário é que você leia o problema com cuidado, determine o que é pedido, determine as informações e relações que são dadas, e depois trabalhe precisamente o problema através das relações.

Solução do Problema

Passo 01. Boris tem 6 ternos.

Boris --- 6

Passo 02. Boris tem 3 ternos a menos que o João. Isto significa que o João tem 3 ternos a mais que o Boris, então o João tem 9 ternos.

Boris --- 6 João --- 9

Passo 03. Boris tem o dobro de ternos que o Felipe. Isto significa que o Felipe tem apenas a metade de ternos que o Boris tem. Já que o Boris tem 6 ternos, Felipe tem 3 ternos.

Boris --- 6 João --- 9 Felipe --- 3

Passo 04. Gustavo tem 3 vezes a quantidade de ternos que o João tem. O João tem 9 ternos, então o Gustavo tem 27 ternos.

Boris --- 6 João --- 9 Felipe --- 3 Gustavo --- 27

Passo 05. Quantos ternos o Gustavo e o Felipe têm cada um?

Gustavo possui 27 ternos, e o Felipe possui 3 ternos.

Problema 2

O número de vacas que o fazendeiro Smith tem é o número de vacas que tem o fazendeiro Thompson dividido pelo número que o fazendeiro Jones tem vacas. Se o fazendeiro Thompson, que tem 42 vacas, tivesse 14 vacas a mais, ele teria 8 vezes a quantidade de vacas que o fazendeiro Jones tem. Quantas vacas o fazendeiro Smith tem?

Solução do Problema

Passo 01. O problema pergunta quantas vacas o fazendeiro Smith possui.

Passo 02. O número de vacas que Smith tem é número de vacas que o Thompson tem dividido pelo número que o Jones tem de vacas.

$$\text{Vacas do Smith} = \frac{\text{Vacas do Thompson}}{\text{Vacas do Jones}}$$

Passo 03. Thompson tem 42 vacas.

Thompson ---- 42 vacas

Passo 04. Se o Thompson tivesse mais 14 vacas, ele teria oito vezes a quantidade de vacas que o Jones tem.

Vacas do Thompson + 14 = 8 x vacas do Jones

Passo 05. Se o Thompson tivesse 14 vacas a mais, ele teria:

$$42 + 14 = 56$$

Passo 06. Então 56 é oito vezes a quantidade de vacas que o Jones possui.

56 = 8 x vacas do Jones

Passo 07. Para encontrar a quantidade de vacas que o Jones possui, divida 56 por 8.

$$\text{Vacas do Jones} = \frac{\text{56 vacas}}{8} = \text{7 vacas}$$

Passo 08. Para achar o número de vacas que o Smith possui, a divisão mostrada no passo 02, deve ser efetuada.

$$\text{Vacas do Smith} = \frac{42}{7} = \text{6 vacas}$$

Passo 09. Smith possui 6 vacas.

112

Problema 3

Se a renda semanal de Bruno dobrasse, ele receberia por semana R$500,00 a mais do que Otavio. A renda semanal de Bruno é R$700,00 a mais do que a metade da renda de Phil. Phil ganha R$1800,00 por semana. Quanto ganha o Otavio?

Solução do Problema

Passo 01. Estratégia para trabalhar este problema: O problema quer saber a renda do Otavio. Ele dá a renda do Phil como R$1800,00. Ele também diz como obter a renda do Bruno pela redá do Phil, e depois como obter a renda do Otavio pela renda do Bruno.

Passo 02. Ele diz que a renda de Phil é de R$1800,00 e diz que a renda do Bruno é de R$700,00 a mais do que a metade disto. Então se a renda do Phil for dividida ao meio, e depois forem adicionados R$700,00, nós teremos a renda do Bruno.

$$\frac{\text{Renda do phil}}{2} + \text{R\$700,00} = \text{Renda do Bruno}$$

$$\frac{\text{R\$1800,00}}{2} + \text{R\$700,00} = \text{R\$900,00} + \text{R\$700,00} = \text{R\$1600,00} = \text{Renda do Bruno}$$

Passo 03. Assim, a renda do Bruno é de R$1600,00.

Passo 04. O problema diz que o dobro da renda do Bruno é de R$500,00 a mais do que a renda do Otavio. 2 x a renda do Bruno é R$500,00 a mais do que a renda do Otavio.

Passo 05.O dobro da renda do Bruno é: 2 x R$1600,00 = R$3200,00.

Passo 06. Então, R$3200,00 é R$500,00 a mais do que a renda de Otavio. Portanto, a renda do Otavio é R$3200,00 – R$500,00 = R$2700,00.

113

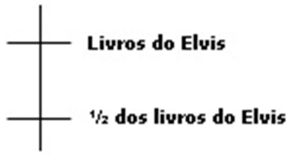
Problema 4

Paulo tem 4 livros a mais do que a metade da quantidade de livros possuída por Elvis. Paulo tem 32 livros. Quantos livros o Elvis tem?

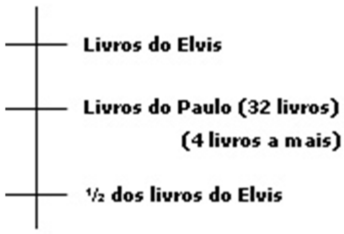
Nota: Depois que você resolver o problema, por favor, leia a solução do problema – mesmo que sua resposta esteja correta. A solução do problema ilustra um principio que será utilizado nos próximos quatro problemas deste programa

Solução do problema

Passo 01. Um diagrama pode ser usado para dar mais clareza à relação entre os livros de Paulo e Elvis. Começando com os livros de Elvis, nós também usamos metade deles.



Se nós adicionarmos 4 livros, nós temos os livros do Paulo (que o problema diz ser 32 livros).



Passo 02. Para resolver este problema trabalhe de trás para frente. O diagrama mostra que se 4 livros forem tomados do Paulo, ele terá exatamente a metade da quantidade de livros possuída por Elvis.

Livros do Paulo – 4 = ½ dos livros do Elvis

32 – 4 = 28 = ½ dos livros do Elvis

Passo 03. A metade do número de livros possuídos por Elvis é 28. Então o Elvis tem duas vezes este número.

Livro do Elvis = 2 x 28 = 56

Passo 04. Elvis possui 56 livros.

114

Problema 5

Leslie tem 1 vestido a mais do que 3 vezes a quantidade de vestidos que a Silvia tem. A Leslie tem 28 vestidos. Quantos vestidos possui a Silvia?

Nota: Faça um diagrama no espaço abaixo se isto o ajuda a pensar.

Solução do Problema

Passo 01. A relação entre o número de vestidos possuídos pela Silvia e pela Leslie é representada no diagrama abaixo.

Passo 02. A Leslie tem 28 vestidos.

Passo 03. A Leslie possui um vestido a mais do que 3 vezes a quantidade de vestido que a Silvia tem. Então se um vestido for tomado da Leslie, ela terá exatamente e vezes a quantidade de vestidos que a Silvia tem.

Vestidos da Leslie – 1 = 3 x vestidos da Silvia
28 – 1 = 3 x vestidos da Silvia
27 = 3 x vestidos da Silvia

Passo 04. Já que 27 é três vezes a quantidade de vestidos que a Silvia possui, o número de vestidos que a Silvia tem pode ser obtido dividindo 27 por três.

$$\text{Vestidos da Silvia} = \frac{27}{3} = 9$$

Passo 05. A Silvia possui 9 vestidos.

115

Problema 6

A renda semanal de Julio é de R$100,00 a menos do que o triplo da renda semanal de John. A renda semanal do Hugo é de R$20,00 a mais do que o dobro da renda semanal do John. A renda do Hugo é de R$120,00. Qual a renda do Julio?

Nota: Se você tiver dificuldade, você pode achar proveitoso seguir os seguintes passos:

1. Diagrama da relação entre a rendas do John e do Hugo.

2. Determinar a renda do John.

3. Diagrama da relação entra as rendas do John e do Julio.

4. Determinar a renda do Julio.

Solução do Problema *(diagramas são representados abaixo)*

Passo 01. O problema pergunta qual é a renda do Julio. Ele dá a renda do Hugo como de R$120,00 e diz como encontrar a renda do John através da renda do Hugo e depois diz como encontrar a renda do Julio através da renda do John.

Renda do Hugo → renda do John → renda do Julio

Passo 02. A renda do Hugo é de R$120,00. Isto é, R$20,00 a mais do que o dobro da renda do John. Então, se R$20,00 for subtraído da renda do Hugo, o restante será o dobro da renda do John. (veja o diagrama)

Renda do Hugo – R$20,00 = 2 x renda do John
R$120,00 – R$20,00 = R$100,00 = renda do John

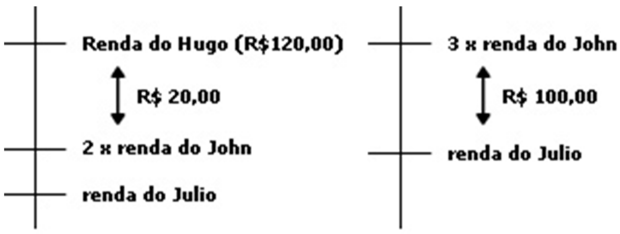
Passo 03. O dobro da renda do John é R$100,00, então a renda dele é a metade de R$100,00.

$$\text{Renda do John} = \frac{\text{R\$100,00}}{2} = \text{R\$50}$$

Passo 04. A renda do Julio é de R$100,00 a menos do que o triplo da renda semanal do John. Então o triplo da renda do John menos R$100,00 é a renda do Julio. (veja o diagrama)

3 x renda do John – R$100,00 = renda do Julio
3 x R$50,00 – R$100,00 = renda do Julio
R$150,00 – R$100,00 = renda do Julio

Passo 05. A renda do Julio é de R$50,00.



116

Problema 7

A soma das rendas semanais do Bill e de sua esposa, Raquel, é de R$1300,00 a menos do que o triplo da renda do Xavier. O Bill ganha R$400,00 a menos do que o dobro que sua esposa ganha. A Raquel faz R$800,00 semanais. Quanto ganha o Xavier?

Solução do Problema

Passo 01. A esposa do Bill ganha R$800,00.

Esposa --- R$800,00

Passo 02. O Bill ganha R$400,00 a menos do que o dobro daquilo que sua esposa ganha. Então a renda do Bill pode ser obtida dobrando a renda da Raquel e subtraindo R$400,00.

Renda do Bill = 2 x renda da esposa – R$400,00
Renda do Bill = 2 x R$800,00 – R$400,00
Renda do Bill = R$1600,00 – R$400,00 = R$1200,00

Bill --- R$1200,00

Passo 03. A soma da renda do Bill a de sua esposa é de R$1300,00 a menos do que triplo da renda do Xavier.

Passo 04. A soma de renda do Bill de sua esposa é de R$1200,00 + R$800,00 = R$2000,00.

Passo 05. Então R$2000,00 é R$1300,00 a menos do que o triplo da renda do Xavier. Isto significa que se R$1300,00 forem adicionados a R$2000,00, nós teremos o triplo da renda do Xavier.

R$1300,00 + R$2000,00 = 3 x renda do Xavier
R$3300,00 = 3 x renda do Xavier

Passo 06. R$3300,00 é o triplo da renda do Xavier. Então a renda do Xavier pode ser obtida dividindo R$3300,00 por 3.

$$\text{Renda do Xavier} = \frac{\text{R\$3300,00}}{3} = \text{R\$1100,00}$$

Passo 07. A renda do Xavier é de R$1100,00.

117

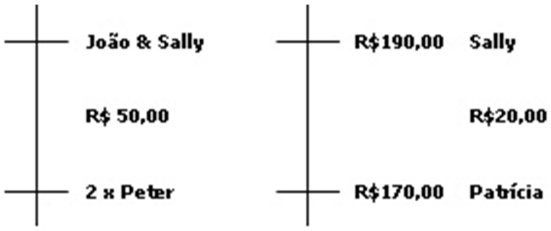
Problema 8

O dobro da renda semanal do Peter é de R$50,00 a menos do que a soma das rendas do João e da Sally. A Patrícia, que ganha R$170,00 por semana, ganha R$20,00 por semana a menos do que a Sally, mas R$40,00 a mais que o Peter. Quanto ganha o João?

Solução do Problema

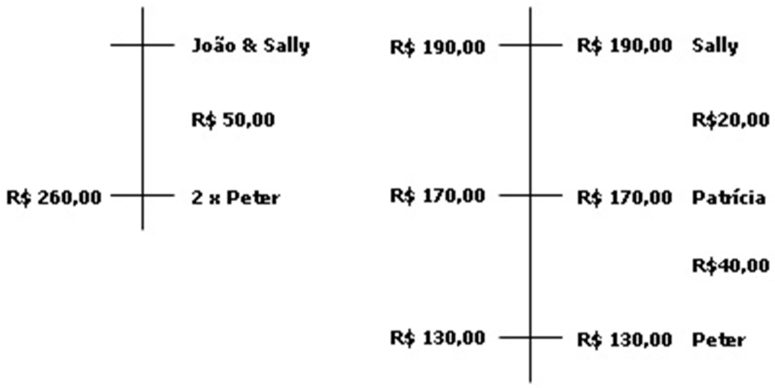
Passo 01. A primeira frase diz que o dobro da renda do Peter é de R$50,00 a menos que a soma das rendas do João e da Sally. Isto é representado no diagrama seguinte.

Passo 02. A segunda frase diz que a Patrícia, que ganha R$170,00 por semana, ganha R$20,00 a menos do que a Sally.

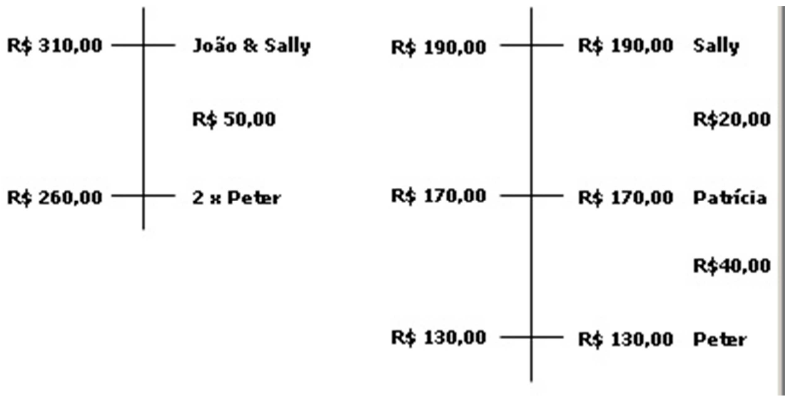


Passo 03. A frase também diz que a Patrícia ganha R$40,00 a mais do que o Peter.

Passo 04. Se a renda do Peter é de R$130,00 por semana, então o dobro disto deve ser R$260,00. Este fato é colocado no diagrama esquerdo.



Passo 05. O diagrama à esquerda nos mostra agora que a soma das rendas do João e da Sally é de R$310,00.



Passo 06. Nós sabemos que a Sally ganha R$190,00 por semana. Portanto o João deve ganhar: R$310,00 – R$190,00 = R$120,00 por semana.

118

Problema 9

Uma estátua de pedra foi dividida em 5 partes e empacotada em caixotes para embarque. Os 5 caixotes cheios pesavam, juntos, um total de 520 libras, onde cada caixote vazio pesava 20 libras. Quanto pesava a estatua sozinha?

Solução do Problema

Passo 01. Cada caixote vazio pesa 20 libras. Portanto, o peso dos 5 caixotes juntos é de:

$$\begin{array}{r} 50 \\ \underline{\times\ 5} \\ 100 \end{array}$$

Passo 02. O peso da estátua é o peso total menos o peso dos 5 caixotes.

$$\begin{array}{r} 520 \\ \underline{-\ 100} \\ 420 \end{array}$$

A estátua pesa 420 libras.

119

Problema 10

Uma estátua de metal foi dividida em 5 partes e empacotada em caixotes para embarque. Cada caixote cheio pesa 520 libras e, vazio pesa 20 libras. Quanto pesa a estátua?

Solução do Problema

Passo 01. Cada caixote pesa 520 libras quando cheio, e 20 libras quando vazio, então o peso de cada pedaço da estátua em cada caixote é de:

$$\begin{array}{r} 520 \\ \underline{-\ 20} \\ 500 \end{array}$$

Passo 02. São 5 pedaços da estátua, cada um pesando 500 libras, então o peso total da estátua é de:

$$\begin{array}{r} 500 \\ \underline{\times\ 5} \\ 2500 \end{array}$$

120

Problema 11

O Paulo vendeu 160 sanduíches por R$2,00 cada. Cada sanduíche consistia de 4 onças de presunto, 2 fatias de pão, e mostarda. Paulo pagou R$3,00 por cada libra de presunto, R$0,60 por cada pacote de pão (20 fatias por pacote), e usou 8 potes de mostarda de R$0,50 cada. Quanto ele ganhou de lucro?

Solução do Problema

Passo 01. 160 sanduíches requerem 320 fatias de pão.

Passo 02. Em cada pacote há 20 fatias de pão, então o número de pacotes necessários é:

$$320 / 20 = 16$$

Passo 03. O custo de 16 pacotes de pão é de:

$$\begin{array}{c} 16 \\ \underline{\times\ 0{,}60} \\ 9{,}60 \text{ ou R\$}9{,}60 \end{array}$$

Passo 04. 160 sanduíches requerem 640 onças de presunto.

Passo 05. Em cada libra há 16 onças de presunto, então o número de libras de presunto necessário é:

640 / 16 = 40

Passo 06. O custo de 40 libras de presunto é de:

$$\begin{array}{r} 3{,}00 \\ \underline{\times\ 40} \\ 120{,}00 \end{array}$$

Passo 07. O custo de oito potes de mostarda de R$0,50 cada é de:

$$\begin{array}{r} 0{,}50 \\ \underline{\times\ 8} \\ 4{,}00 \end{array}$$

Passo 08. O custo total de pão, presunto, e mostarda é de:

$$\begin{array}{r} 9{,}60 \\ 120{,}00 \\ \underline{+\ 4{,}00} \\ 133{,}00 \end{array}$$

Passo 09. O Paulo vendou 160 sanduíches por R$2,00 cada. Então ele recebeu:

$$\begin{array}{r} 160 \\ \underline{\times\ 2{,}00} \\ 320{,}00 \end{array}$$

Passo 10. O lucro de Paulo é montante que ele recebeu menos o custo total:

$$\begin{array}{r} 320{,}00 \\ \underline{-\ 133{,}60} \\ 186{,}40 \end{array}$$

O lucro do Paulo é de R$186,40.

121

Problema 12

Correntes decorativas são vendidas por R$1,23 o pé. Quanto o fazendeiro Jones terá que gastar de forma a cercar um terreno de 70 x 30 pés, deixando uma entrada de 4 pés no meio de cada lado de 30 pés?

Solução do Problema

Passo 01. O terreno do fazendeiro Jones é representado abaixo com 4 entradas.

Passo 02. O comprimento necessário de corrente é 192 pés.
Portanto, o custo é de R$1,23 x 192 = R$236,16.

Nota: Os problemas restantes requerem familiaridade com alguns termos de matemática e com operações com frações de potencias. Se você não conhece estes tópicos mas desenvolveu a habilidade de atenção, pensamento analítico, você pode aprendê-los rapidamente utilizando um bom texto de matemática básica.

122

Problema 13

Uma determinada bola, quando lançada de qualquer altura, sobe (quica) um terço de sua altura original. Se a bola é lançada de uma altura de 54 cm, quica, e continua quicando para cima e para baixo, qual é a distância total que a bola percorreu quando chegar ao solo pela quarta vez? Lembre-se de contar tanto a subia quanto a descida do caminho da bola ao calcular a distância total.

Dica: Faça um diagrama para representar o caminho total percorrido pela bola. Você pode mostrar a bola quicando com um certo ângulo, ao invés de um caminho reto para cima e para baixo, de forma a visualizar o caminho inteiro da bola. O começo do diagrama está representado abaixo.

Solução do Problema

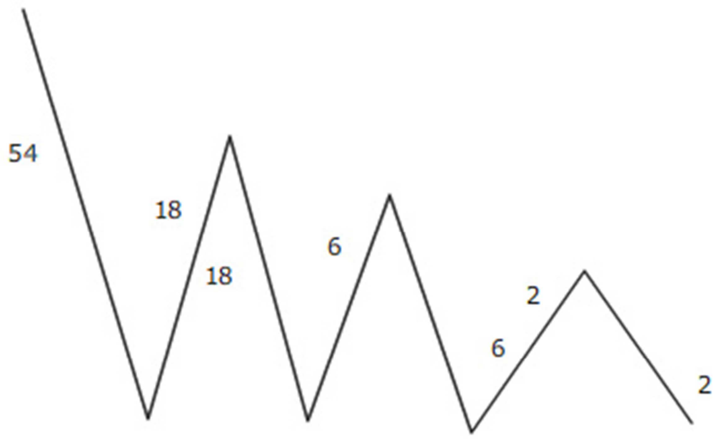
Passo 01. A bola é lançada a uma altura de 54 cm. Então quando ele atinge o solo ela terá percorrido 54 cm.

Passo 02. A bola quica e sobe um terço dos 54 cm: 54 /3 = 18 cm.

Então, neste ponto, ele percorreu um total de 54 + 18 = 72 cm.

Passo 03. A bola cai, quica e sobe de novo um terço da sua altura.

Os quatro primeiros quiques são representados no diagrama seguinte. (Mesmo que os quiques tenham sido retos para cima, eles estão desenhados com inclinação para a direita de forma que eles posam ser vistos.)



Passo 04. Quanto terá percorrido a bola quando ele atingir o solo pela quarta vez?

$$\begin{array}{c} 54 \\ 18 \\ 18 \\ 6 \\ 6 \\ 2 \\ \underline{2} \\ 106 \end{array}$$

O total é 106 cm.

123

Problema 14

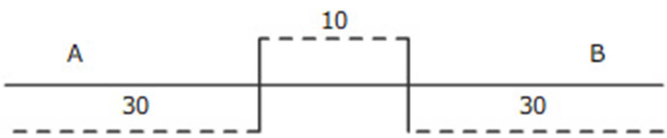
Um carro começa uma viagem da cidade A para a cidade B que é 60 milhas distante. Acaba a gasolina do carro depois que ele andou um terço da segunda metade da viagem. Quanto ainda falta de viagem para a cidade B?

Solução do Problema

Passo 01. Acabou a gasolina do carro depois que ele havia andado um terço da segunda metade da viagem. Primeiro o carro andou a metade do percurso. Isto é representado abaixo.

Passo 02. Depois o carro andou um terço da segunda metade.

Passo 03. O percurso inteiro é de 60 milhas, então metade da viagem é 30 milhas, e um terço de 30 milhas é 10 milhas.



Passo 04. Quanto ainda falta de viagem para a cidade B?

Ainda faltam 20 milhas para a cidade B.

124

Problema 15

Se a soma de dois números positivos é 10, qual o maior produto possível destes números?

Nota: quando dois números são multiplicados, a resposta é denominada “produto”.

Solução do Problema

Passo 01. A coluna denominada SOMA mostra todas as combinações de números positivos cuja soma é 10.

A coluna denominada PRODUTO mostra o produto de cada combinação.

SOMA	PRODUTO
1 + 9 = 10	1 x 9 = 9
2 + 8 = 10	2 x 8 = 16
3 + 7 = 10	3 x 7 = 21
4 + 6 = 10	4 x 6 = 24
5 + 5 = 10	5 x 5 = 25

Passo 02. O produto é maior quando os dois números são iguais:

5 x 5 = 25

125

Problema 16

A soma de dois números inteiros positivos pares quaisquer – sendo ambos menores do que 10 – é par ou é ímpar?

Solução do Problema

Passo 01. Aqui estão as somas de todos os pares de números inteiros positivos pares, onde cada um é menor do que 10:

2 + 4 = 6	4 + 6 = 10
2 + 6 = 8	4 + 8 = 12
2 + 8 = 10	6 + 8 = 14

Passo 02. Todas estas somas são pares.

126

Problema 17

Qual é maior, a ou b?

$a = 4^2 5^3$
$b = 4^3 5^2$

Nota: 4^3 significa 4 x 4 x 4

$4^3 5^2$ significa 4 x 4 x 4 x 5 x 5

Solução do Problema

Passo 01.

a = 4 x 4 x 5 x 5 x 5
b = 4 x 4 x 4 x 5 x 5

Passo 02. Estes Produtos podem ser reescritos assim:

a = (4 x 4 x 5 x 5) x 5

b = (4 x 4 x 5 x 5) x 4

Passo 03. Isto mostra que “a” é maior.

127

UNIDADE 2 – RACIOCÍNIO LÓGICO E MATEMÁTICO
MÓDULO 3 – LÓGICA E MATEMÁTICA

6 - A LINGUAGEM DA ÁLGEBRA

Antes de você visitar um país estrangeiro, é muito útil aprender a língua do país que você está visitando. Você está prestes a entrar no mundo da álgebra. Antes de sua visita, no entanto, é muito importante que você aprenda a linguagem da álgebra.

Álgebra é uma linguagem assim como o Francês e Espanhol, no entanto, **Álgebra é uma Linguagem Matemática.**

Você se surpreenderá ao ver quão fácil álgebra realmente é, quando você aprender a linguagem matemática da álgebra.

Vamos dizer que você não sabe quantos gatos há em um *pet shop*.

Poderíamos chamar o número de gatos de “?” mas ....

Nós queremos falar na linguagem da álgebra, assim usaremos uma letra ao invés de um ponto de interrogação. Vamos chamar o número de gatos de ***n***.

Número de gatos: *n*
Patas de gato:
Olhos de gato:
Caudas de gato:

Agora podemos traduzir patas, olhos e caudas de gato para a linguagem da álgebra.

Se tivéssemos 5 gatos, nós teríamos 5 × 4 = 20 patas. Se tivéssemos *n* gatos, nós teríamos *n* × 4 = 4*n* patas.

Nós podemos usar o mesmo raciocínio para converter os olhos e as caudas para a linguagem da álgebra:

Número de gatos: *n*
Patas de gato: 4*n*
Olhos de gato: 2*n*
Caudas de gato: *n*

Agora eu tenho um número desconhecido de ratos em uma caixa. Mas é só traduzir algumas informações para a linguagem da álgebra.

Número de ratos: *n*
Número de olhos de rato: 2*n*
Número de patas de rato: 4*n*
Número de dedos de rato: 20*n*
Número de pulmões de rato: 2*n*

128

Prática 1

Se uma rocha rolou n metros, quantos decímetros ela rolou?

Você sabia que há 10 decímetros em um metro?

Metros = n
Decímetros = 10n

Resposta

Prática 2

Se há *n* dias em umas férias, quantas horas há naquelas férias?

Há 24 horas em cada dia. Daí 24n.

Resposta

Prática 3

No ano de 1989, a idade de Lucas era 3 vezes a idade de Raquel e a idade de Raquel era 3 vezes a idade de Daniel. Se a idade de Daniel era *n*, Quantos anos tinham Raquel e Lucas?

Idade de Daniel: *n*
Idade de Raquel: 3n
Idade de Lucas: 9n

A idade de Raquel é 3 vezes a idade de Daniel ou 3 x n = 3n
A idade de Lucas é 3 vezes a idade de Raquel ou 3 x 3n = 9n

Resposta

Prática 4

Se Érica caminhou *n* jardas, quantos pés ela caminhou?

Linguagem da álgebra:

A distância que Érica caminhou em jardas: *n*
A distância que Érica caminhou em pés:

Há 3 pés em uma jarda

Resposta

Prática 5

Qual é o valor de um número desconhecido de moedas de 5 centavos expressado em centavos?

Linguagem da álgebra:

Número de moedas de 5 centavos: *n*
Valor das moedas: 5n

Resposta

Prática 6

William está viajando a uma velocidade de 80 quilômetros por hora. Que distância ele viajará em *n* horas?

Linguagem da álgebra:

Velocidade: 80 quilômetros cada hora
Tempo: n horas
Distância:

Resposta

Prática 7

Se o diâmetro de um círculo é n, qual é sua circunferência?

> Você sabia que você pode encontrar a circunferência de qualquer círculo simplesmente multiplicando o diâmetro por π (3.14)?

Linguagem da álgebra:

Diâmetro: n
Circunferência:

Devemos multiplicar o diâmetro por π

Resposta

Prática 8

Há 5 números consecutivos e o menor é chamado de n. Como é chamado o maior número?

O maior: n + 4
O seguinte: n + 3
O seguinte: n + 2
O seguinte: n +1
O menor: *n*

Resposta

131

7 - Resolvendo Equações

Uma das regras mais importante da **álgebra** é lembrar que você pode fazer qualquer coisa com um lado de uma equação desde que você faça a mesma coisa com o outro lado da equação.

$$5n + 3n + 25 + 10 + 5 = 2n + 3n + 60 + 13$$

Quando nós transformamos problemas em álgebra, é como estar mudando palavras para uma linguagem diferente.

Eu iniciei o dia com R$ 85,00. Depois que achei um saco de dinheiro, eu passei a ter R$ 143,00. Quanto dinheiro estava no saco?

Como eu sei falar a linguagem da Álgebra, eu posso transformar o problema para a linguagem matemática da Álgebra. R$ 85,00 mais algum número é igual a R$ 143,00. Eu posso escrever isso em forma de equação: **85 + *n* = 143.**

Antes de aprendermos a transformar problemas em equações, nós precisamos saber como resolver equações. Para resolvermos equações algébricas, precisamos dar 4 passos. O primeiro passo é chamado de **Coletar**. Quando nós coletamos, nós juntamos coisas iguais. Olhe a seguinte equação:

$$5n + 3n + 25 + 10 + 5 = 2n + 3n + 60 + 13$$

Podemos coletar os n's porque eles são coisas iguais. *5n + 3n = 8n e 2n + 3n = 5n*

Podemos também coletar os 25, 10 e 5 porque eles são coisas iguais. (Eles são números). Podemos também coletar 60 e 13 = 73.

Quando nós coletamos, só coletamos de cada lado da equação. Nós coletamos os n's do lado esquerdo e escrevemos 8n e depois coletamos os n's do lado direito e escrevemos 5n.

A equação nova se torna: **8n + 40 = 5n + 73**

132

Antes de passarmos ao próximo passo, tente coletar coisas semelhantes nas equações abaixo.

1) 8n + 6 + 2n = 16
2) 19n + 6 - 5n + 7 = 55
3) -5n + 10n = -5 + 20
4) 10n - 9n - 8 - 5 = 0
5) 2n + 2n + 2n + 10 - 2 - 2 - 2 = 64

Resposta

O segundo passo é chamado de **Colocar todos os *n*'s de um lado da equação.**

8n + 40 = 5n + 73
-5n -5n
3n + 40 = 0 + 73

Para colocar os *n*'s de um lado da equação subtrairemos 5*n* de ambos os lados.

Assim: **3n + 40 = 73**

Antes de irmos ao próximo passo, pratique colocar os *n*'s em um lado da equação.

1) $2n = n + 13$
2) $5n - 2 + 2n = 2n + 3$
3) $n = 10 - n$
4) $8 + 2n = 3n + 4$
5) $16n = 15n + 5$

Resposta

Sempre queremos que todos os *n*'s estejam de um lado da equação. Quando estamos tentando decidir quais dos *n*'s eliminar, é sempre melhor eliminar o menor deles.

Nesta equação, se temos que escolher entre o 2*n* e o 7*n*, é melhor subtrairmos 2*n* de ambos os lados da equação.

$7n + 5 = 2n + 15$
$-2n \quad -2n$
$5n + 5 = 15$

Nesta equação, se temos que escolher entre o 4n e o –7*n*, é melhor adicionarmos 7*n* a ambos os lados da equação para eliminar –7*n*.

$4n + 10 = 32 - 7n$
$+7n \quad +7n$
$11n + 10 = 32$

133

O terceiro passo é chamado de **Deixar todos os *n*'s sozinhos de um lado da equação.** Os *n*'s não querem absolutamente nada do lado da equação em que eles estiverem.
Se olharmos para a seguinte equação, o 8*n* não quer que o 11 esteja com ele no seu lado da equação.

$8n + 11 = 35$

Assim que podemos deixar o *n* sozinho do seu lado da equação subtraindo 11de ambos os lados da equação.

$8n + 11 = 35$
$8n+11 - 11= 35 - 11$
$8n = 24$

Às vezes nos deparamos com equações como a que segue. Se subtrairmos 10 de ambos os lados da equação, além do –10 não desaparecer ele se torna em –20. Que devemos fazer então?

$5n - 10 = 90$
$5n - 10 - 10 = 90 - 10$
$5n - 20 = 80$

Esse tipo de problema é realmente fácil de resolver. Tudo que temos que fazer é adicionar 10 a ambos os lados da equação e o número negativo desaparecerá porque – 10 + 10 = 0.

5n – 10 = 90
5n – 10 + 10 = 90 + 10
5n = 100

Agora tente algumas equações na próxima página e veja se você pode deixar os *n*'s sozinhos.

Solucione as seguintes equações:

1) 7n + 3 = 17

2) 5n – 7 = 23

3) 20n – 7 – 7 = 66

4) 5 + n – 10 = 14

5) 7n – 5n – 3n + 2n + 11 = 44

Resposta

134

O quarto passo é chamado de **Apenas um *n***. Nós não queremos 8*n*, não queremos 5*n*, não queremos 100*n*. Sempre queremos ter apenas**1*n*** ou simplesmente ***n***.

Olhe esta equação: **8*n* = 24**. Para transformar o 8*n* em apenas 1*n*, nós simplesmente dividimos ambos os lados da equação por 8.

8*n* ÷ 8 = 1*n* ou apenas *n***.**
24 ÷ 8 = 3

Agora sabemos que ***n* = 3**

8*n* = 24
8*n*/8 = 24/8 *n* = 3

Importante: Por quê simplesmente não subtraímos o 8?
Sempre que tivermos um número ligado a um *n* temos que dividir para eliminá-lo. Não podemos nunca simplesmente subtraí-lo. **Lembre-se que 8*n* significa 8×*n*.**

Agora faça o mesmo para obter somente um *n* nas seguintes equações:

Nós só queremos um n.

$$\frac{3}{4} \quad n = 12$$

1) 2n = 80
2) 7n = 91
3) 5n = 100
4) 19n =323
5) ¼ n = 25

[**Resposta**]

135

Há um tipo de equação que é meio confusa quando tentamos obter somente um *n*. Vejamos a seguir:

Para obter-se somente um *n* nesta equação, simplesmente multiplicamos pelo recíproco de ¾, que é 4/3.

Toda fração tem uma outra fração recíproca correspondente que pode transformar aquela fração em um. Olhe como se multiplica ¾ por 4/3 para transformarmos 3/4 em um. É claro que é também necessário multiplicar o outro lado da equação por 4/3.

Nós só queremos um n

$$\frac{3}{4} \quad n = 12$$

$$\frac{4}{3} \times \frac{3}{4} \quad n \quad = 12 \times \frac{4}{3}$$

Como se encontram recíprocos? Simplesmente viramos a fração de cabeça para baixo. Por exemplo, o recíproco de 5/6 é 6/5.

$$1n = 12 \times \frac{4}{3} \quad n \quad = 16$$

A equação é fácil de resolver. ***n* = 16**

Agora tente estas equações, sempre lembrando que é necessário usar os recíprocos:

1) 5/8n = 40
2) 2/7n = 26
3) 1/11n = 9

4) 7/8n = 126
5) 3/5n = 4.35

Resposta

136

Prática

Resolva os exercícios individualmente e depois veja se acertou

Quatro Passos:
1. Coletar coisas semelhantes. 2. Todos *n*'s só de um lado da equação. 3. *n*'s sozinhos no seu lado da equação. 4. Só um *n*. Nada de 5*n*, 50*n*, etc.

Ex 1) 2n + 8 = 24

Resposta

Ex 2) 5*n* – 5 = 85

Resposta

Ex 3) 2*n* + 8 – *n* = 20

Resposta

Ex 4) 7*n* + 4 + *n* – 5 = 63

Resposta

Ex 5) 2*n* + 1 = *n* + 10

Resposta

137

Ex 6) 2*n* – 7 = 0

Resposta

Ex 7) *n* + 2*n* + 3*n* + 4*n* = 2 + 3 + 4 + 5 + 6

Resposta

Ex 8) ½ *n* + 1½ *n* = – 10

Resposta

Ex 9) 4*n* – 8 = *n* + 1

Resposta

Ex 10) 100*n* = 100

Resposta

8 - Resolvendo Problemas de Álgebra

Um sanduíche e uma bebida juntos custaram R$ 10,00. Se o sanduíche custou R$ 9,00 mais que a bebida, quanto a bebida custa?

Parece até que não precisaríamos da álgebra para solucionar este problema! Porque a resposta nos parece muito óbvia... a bebida custou R$ 1,00.

Bem, de fato este raciocínio está errado. Observemos como a álgebra corrige este pensamento imperfeito.

Linguagem da Álgebra

Bebida: *n*
Sanduíche: *n* + 9

Equação:

Bebida + Sanduíche = R$ 10

n + (n + 9) = R$ 10
2*n* + 9 = 10
2*n* = 1
n = 0,5 reais ou 50 centavos

Primeiro convertemos o problema para a linguagem da álgebra e depois criamos uma equação para resolver o problema:

Linguagem da Álgebra

Bebida: n
Sanduíche: n + 9

Equação:

Bebida + Sanduíche = R$ 10

n + (n + 9) = R$ 10
2n + 9 = 10
2n = 1
n = ,5 reais ou 50 centavos

Subtraímos 9 de ambos os lados da equação. Ambos os lados foram divididos por 2 e o resultado foi *n* = 50 centavos.

139

Provavelmente Matusalém falando: "Eu sou 20 vezes mais velho que seu professor, que é 22 anos mais velho que seu filho Daniel. O total de nossas idades é 902 anos. Que idade eu tenho?"

Primeiro convertemos as idades de todos para a linguagem da álgebra.

Linguagem da álgebra:

Matusalém: $20 \times n = 20n$
Professor: *n*
Daniel: $n - 22$

A idade de Daniel é ***n* – 22** porque ele é 22 anos mais novo que o professor.

Porque chamamos a idade do professor de n? Não poderíamos chamar a idade de Matusalém de *n*? Podemos chamar qualquer um de *n*, mas a equação pode ficar muito confusa. Vejamos este exemplo:

Linguagem da álgebra:

Matusalém: *n*
Professor: $n \div 20$
Daniel: $(n \div 20) - 20$

Voltemos à equação anterior:

Linguagem da álgebra:

Matusalém: $20 \times n = 20n$
Professor: *n*
Daniel: $n - 22$

Agora vamos adicionar todas as idades deles. Porque nós sabemos que as idades somam 902 anos, podemos escrever a equação.

Adicionar idades: $20n + n + n - 22$
Coletar: $22n - 22$
Equação: $22n - 22 = 902$
Adicionar 22 para cada lado: $22n = 924$
Dividir ambos os lados por 22: $n = 42$

Se n é igual a 42, então a idade de Matusalém é $42 \times 20 = 840$. A razão pela qual nós multiplicamos por 20 é que a idade de Matusalém é $20n$.

Prática 1

Laura pesa 45 quilos mais que seu cão. Quando eles estão na balança juntos, eles pesam 85 quilos. Quanto a Laura pesa?

Linguagem da álgebra:

Cão: n
Laura:
Equação:

Resposta

Prática 2

Saulo comprou uma régua e uma fita métrica por R$ 1,25. Se a fita métrica custou 45 centavos a mais que a régua, qual foi o preço da fita métrica?

Linguagem da álgebra:

Régua: n
Fita métrica:
Equação:

Resposta

Prática 3

Jane é duas vezes mais velha que Joel. Se suas idades somam 63 anos, qual é a idade de Joel?

Linguagem da álgebra:

Joel: n
Jane:
Equação:

Resposta

Prática 4

O preço de uma mochila barata é R$ 15,00 a menos que uma cara. Quando a Emília as comprou, ela pagou R$ 75,00. Qual é o preço da mochila barata?

Linguagem da álgebra:

Mochila barata: *n*
Mochila cara:
Equação:

Resposta

Prática 5

Se dois números pares consecutivos são adicionados, a soma é igual a 226. Qual é o menor dos dois números?

Linguagem da álgebra:

Número menor: *n*
Número maior:
Equação:

Resposta

141

9 - Falsa Lógica

Exemplo de lógica pobre

Alguém tentando provar que todos os animais são gatos:

Todos os gatos são mamíferos, correto? Correto!

E todos os mamíferos são animais, correto? Correto!

Conclusão da lógica pobre

Então agora sabemos que todos os gatos são animais, então todos os animais devem ser gatos!

O que acabamos de ver é um exemplo de lógica pobre, porque todos os gatos são animais não significa que o reverso disso seja verdade.

Vejamos outros exemplos...

1) Todas as crianças são pessoas, mas nem todas as pessoas são crianças.

2) Todos os cães são mamíferos, mas todos os mamíferos não são cães.

3) Todos os retângulos são quadriláteros, mas nem todos os quadriláteros são retângulos.

4) Todos os quadrados são retângulos, mas nem todos os retângulos são quadrados.

Aqui está um problema de lógica que é um pouco mais difícil:

> Sempre que Laura está na aula de matemática, ela está com sua calculadora. Laura está com sua calculadora agora, estão nós sabemos que ela deve estar na aula de matemática. Isto é verdade?

Não, não é verdade! Embora Laura nunca esteja na aula de matemática sem sua calculadora, ela poderia ter sua calculadora no seu bolso durante a aula de história, ou mesmo durante a hora do almoço.

142

Prática 1

Se todos os A's são B's, então todos os B's são A's. Isto é verdade?

Resposta

Prática 2

Sempre que Susana está andando de bicicleta, ela usa seu capacete. Susana está usando seu capacete agora. Sabemos se ela está andando de bicicleta?

Resposta

Prática 3

Todos os quadrados são retângulos e todos os retângulos são paralelogramos, portanto todos os quadrados são paralelogramos. Isto é verdade?

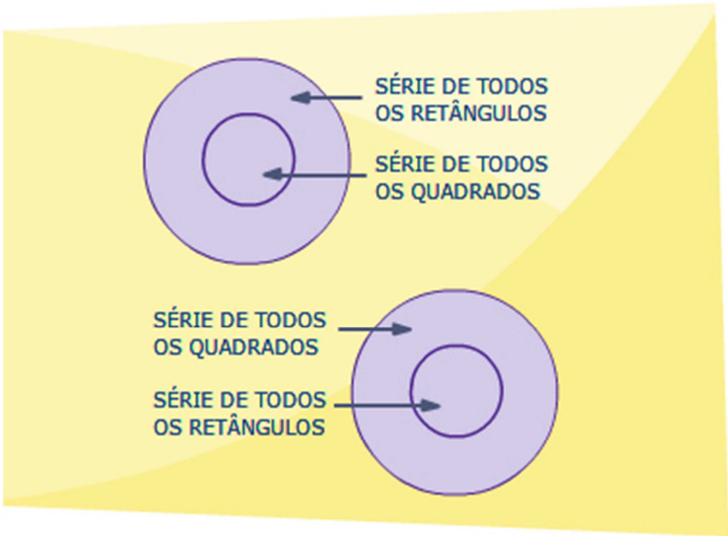
Resposta

Prática 4

Dario tem uma caixa que contém 20 moedas americanas de 0,25 centavos e 20 moedas canadenses de 0,25 centavos. Se ele as retira da caixa uma de cada vez, quantas moedas ele tem que retirar antes de estar seguro de ter consigo 5 moedas do mesmo país?

Resposta

3) Que figura melhor descreve o fato de que todos os quadrados são retângulos, mas nem todos os retângulos são quadrados?



Resposta

143

10 - A Força das Razões

Uma pessoa ouviu falar que alguém havia doado um milhão de reais de sua fortuna de um bilhão de reais para uma instituição de caridade. Aquela pessoa ficou muito triste porque gostaria de ser mais generosa. Pois ela só havia doado, para um lar de velhinhos, R$ 10,00 reais de suas economias que totalizavam R$ 200,00.

Aquela pessoa de fato não deveria de sentir miserável, porque na verdade ela é mais generosa que o bilionário. **Como isso é possível?!**

Vamos explicar: Se aquela pessoa doou R$ 10,00 de sua poupança de R$ 200,00 ela doou 10/200 ou 1/20 de seu dinheiro.

Olhemos agora para a doação do bilionário comparado com quanto dinheiro ele tem.

$$\frac{1.000.000 \text{ (doação)}}{1.000.000.000 \text{ (total)}}$$

Quando reduzimos a fração, descobrimos que o bilionário doou 1/1000 de sua fortuna, enquanto aquela pessoa pobre doou 1/20 de seu dinheiro. **Então quem é mais generoso dos dois?!**

Prática 1

Na escala de um mapa 1 centímetro = 60 quilômetros. Se duas cidades estão a 75 quilômetros de distância, a que distância elas estão separadas no mapa?

1 cm (mapa) = n
60 km (vida real) 75 km

Multiplicar em cruz: 60n = 75
Dividir os dois lados por 60: n = 75/60 ou 1 15/60 ou 1.25cm

Resposta

Prática 2

Uma escola tem uma proporção de garotos para garotas de 6:7. Se há 288 garotos, quantas garotas há?

6 garotos = 288 garotos
7 garotas n garotas

Multiplicar em cruz: 6n = 2016
Dividir por 6: n = 336

Resposta

Prática 3

Uma estaca tem 5m de altura e tem uma sombra de 2m. Uma árvore que está próxima tem uma sombra de 18m. Que altura tem a árvore?

5m (estaca) = n m (árvore)
2m (sombra) 18m (sombra)

Multiplicar em cruz: 2n = 18 x 5 2n = 90
Dividir por 2: n = 45

Resposta

Prática 4

Se há 9.000 segundos em 2.5 horas, quantas horas há em 13.500 segundos?

2.2 horas = n horas
9000 segundos 13.500 segundos

Multiplicar em cruz: 9000n = 33.750
Dividir por 9000: n = 3.75

Resposta

Prática 5

Um tronco de 10m de altura lança uma sombra de 12m. Se a árvore tem uma sombra de 96m, que altura tem a árvore?

$$\frac{10m\ (tronco)}{12m\ (sombra)} = \frac{n\ m\ (árvore)}{96m\ (sombra)}$$

Multiplicar em cruz: 12n = 960
Dividir por 12: n = 80

Resposta

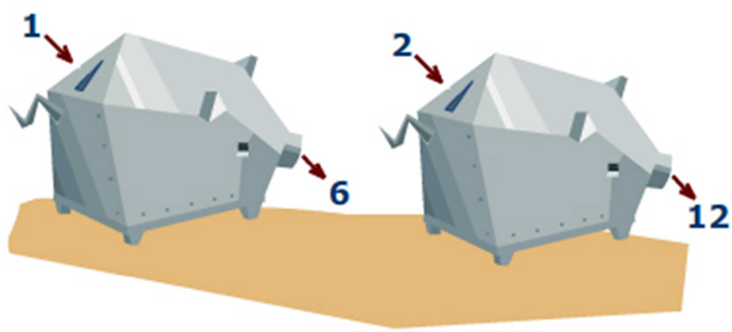
11 - Como funciona a máquina de funções

Qual é o próximo número na seqüência**? 7, 12, 17, 22,** ?

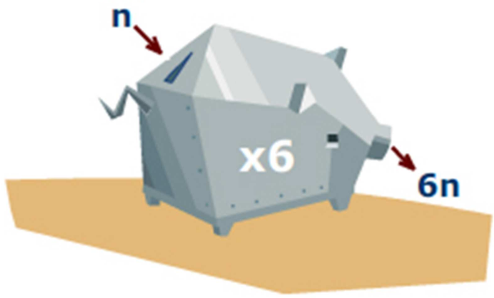
O próximo número nesta seqüência é fácil de encontrar -------- é 27. Mas, qual é o 1000° número nesta seqüência?

O 1000º número é fácil de encontrar também. Basta continuar adicionando 5 ao último número. Porém não precisamos calcular número por número, pois nunca acabaríamos. De fato há um modo mais fácil de encontrar a resposta.

Há uma máquina que encontrará a resposta para este problema em 10 segundos. Ela se chama máquina função.



Quando colocamos o número 1 dentro da máquina (o 1 representa o primeiro número) um seis aparece do outro lado. Quando colocamos um 2 (o 2 representa o segundo número) um 12 aparece.



Se colocarmos n, um 6n aparece do outro lado porque a maquina está multiplicando por 6.

146

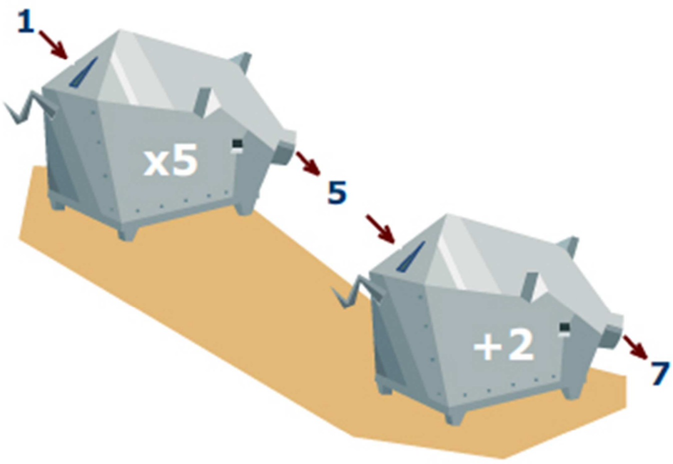
Voltemos ao problema original. Vamos colocar 1,2,3 e 4 embaixo de cada um dos números porque eles são os 1º, 2º, 3º e 4º números. Também colocaremos um 1000 para o 1000º número.

7,	12,	17,	22,	?
1	2	3	4	1000

Vamos referir-nos aos números como 1º termo, 2º termo, 3º termo e 4º termo. Também chamaremos o número que estamos procurando de 1000º termo.

7,	12,	17,	22,	?
1º termo	2º termo	3º termo	4º termo	1000º termo

Neste caso a máquina é uma máquina de multiplicar 5 porque cada número é aumentado em cinco.

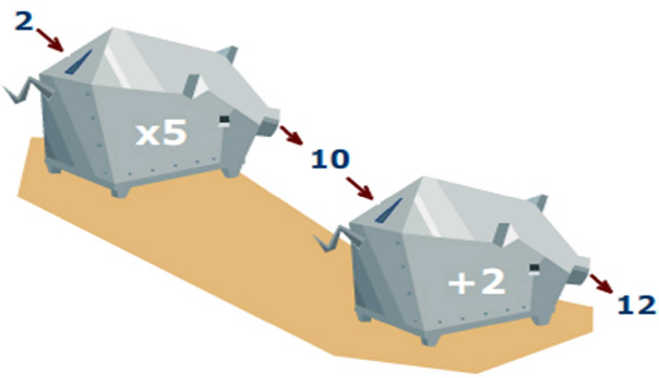


Por quê um sete não apareceu? O que precisamos fazer? É muito simples, é só enviar o número uma segunda vez por outra máquina. Porque queremos que o 5 seja um 7, simplesmente enviamos o 5 através de uma máquina função de adicionar 2.

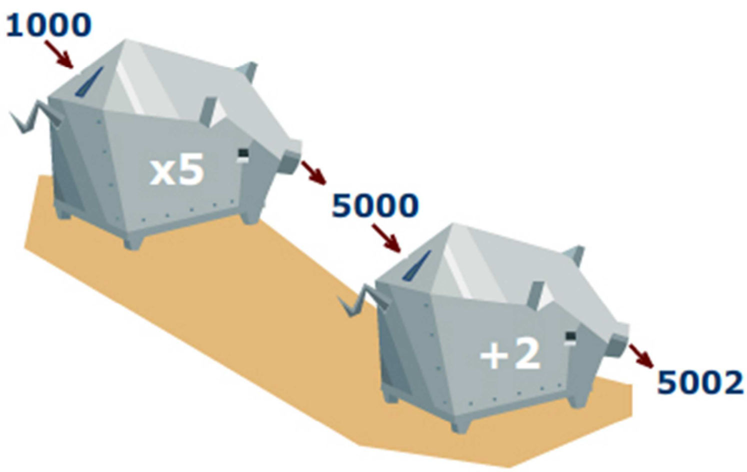
147

7,	12,	17,	22,	?
1º termo	2º termo	3º termo	4º termo	1000º termo

Vamos ver se a máquina função funciona. Se enviarmos um dois através das máquinas, um 12 aparecerá.



Agora vamos colocar o 1000 dentro da máquina. Quando eu envio o 1000 através da máquina, 5002 aparece. Isso foi mais fácil que usar uma calculadora por 2 horas.



Tente alguns problemas agora. Lembre-se de que se a quantidade que cada número aumenta é quatro, então a função é multiplicada por 4. Se a quantidade que cada número aumenta é 7, então a função é multiplicada por 7.

Prática 1

Encontre o 500º termo.

8,	12,	16,	20,	?
1	2	3	4	500

Resposta

Prática 2

Encontre o 1000º termo.

1,	9,	17,	25,	?
1	2	3	4	1000

Resposta

Prática 3

Encontre o 5000º termo.

3,	10,	17,	24,	?
1	2	3	4	5000

Resposta

Prática 4

Encontre o 100º termo.

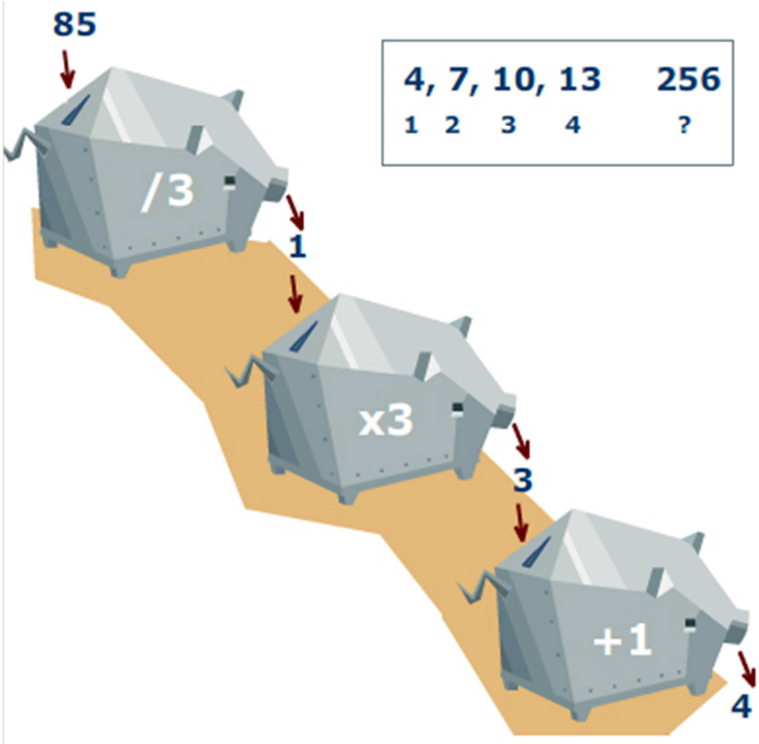
10,	5,	0,	-5,	?
1	2	3	4	100

Resposta

100,	80,	60,	40,	?
1	2	3	4	500

Resposta

O próximo problema parece um pouco confuso. Aqui você precisa enviar o número pela máquina função em reverso. Este problema está pedindo para você descobrir qual o **termo** do número 256 na seqüência. A primeira coisa a fazer é encontrar a função. Porque há uma diferença de 3 entre os números, a função é ×3 e então +1. Veja a seguir.



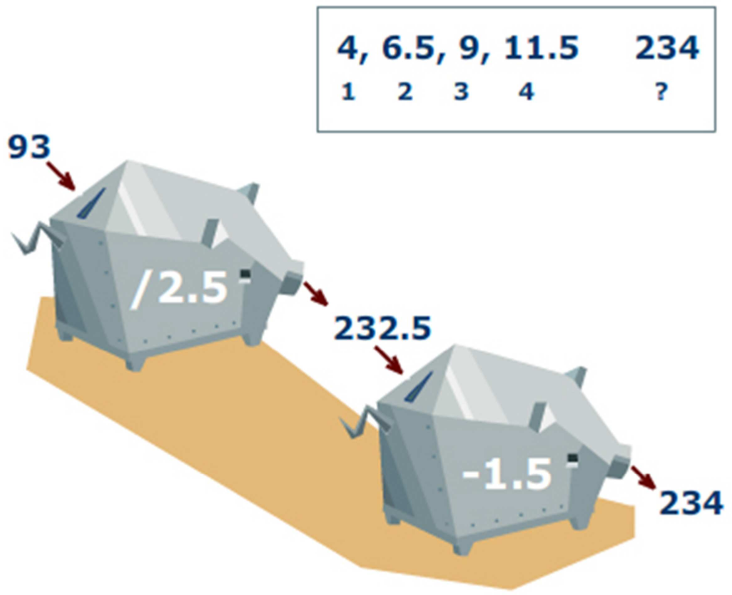
Agora teremos que enviar o número através da máquina função em reverso. Quando fizermos isto nós precisamos mudar as operações para operações opostas. *Mais* se tornará *menos* e *multiplicar* se tornará *dividir*.

4,	7,	10,	13,	256
1	2	3	4	?

Como se pode ver **256 – 1 = 255, dividido por três. O número 256 é o 85º termo nesta seqüência.**

Vamos tentar mais um problema. Para este problema, precisamos encontrar o termo para o número 234. É fácil ver que a função é × **2.5 + 1.5. (1 × 2.5 + 1.5 = 4 e 2 × 2.5 + 1.5 = 6.5**. Agora vamos enviar o número através da máquina função em reverso.

4,	6.5,	9,	11.5,	234
1	2	3	4	?



150

Trabalhe os problemas. Lembre-se de que se a quantidade que cada número aumenta é quatro, então a função é multiplicada por 4. Se a quantidade que cada número aumenta é 7, então a função é multiplicada por 7.

Prática 1

Que termo é o número 1222?

12,	23,	34,	45,	1222
1	2	3	4	?

Resposta

Prática 2

Que termo é o número – 223?

1,	-6,	-13,	-20,	2
1	2	3	4	?

Resposta

Prática 3

Que termo é o número 388?

3,	10,	17,	24,	388
1	2	3	4	?

Resposta

Prática 4

Que termo é o número 6561?

1,	4,	9,	16,	6561
1	2	3	4	?

Resposta

Prática 5

Que termo é o número 3375?

1,	8,	27,	64,	3375
1	2	3	4	?

Resposta

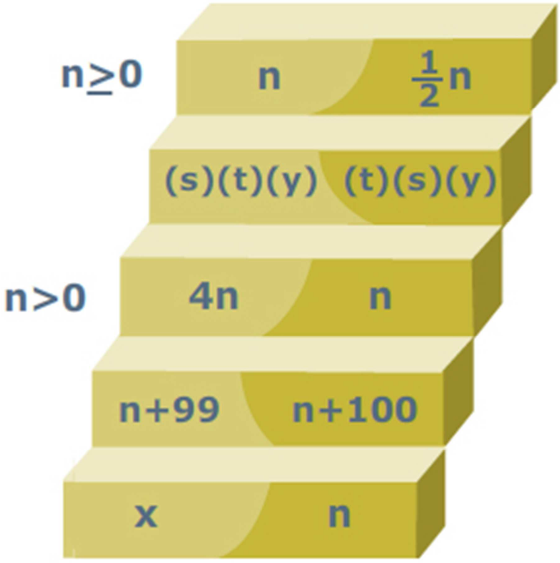
151

12 - O Matemático Excêntrico

Para ser um bom matemático precisamos primeiro subir os cinco degraus da escada matemática.

A cada degrau temos que determinar se o lado esquerdo é maior, se o lado direito é maior, se eles são iguais, ou se não há como saber. O primeiro grupo de degraus está logo abaixo.

Qualquer informação perto do degrau lhe dar informação somente sobre aquele degrau. Por exemplo: O terceiro degrau lhe diz para tomar uma decisão baseado em n maior que zero.



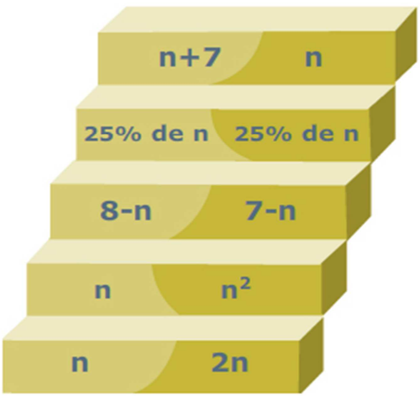
Exemplo

Respostas

- **Degrau inferior:** não há como saber, x e n podem ser qualquer número
- **2º degrau:** o lado direito será sempre maior
- **3º degrau:** o lado esquerdo será sempre maior
- **4º degrau:** os dois lados são iguais
- **5º degrau:** não há como saber, se n = 0 são iguais, se n é um número positivo será sempre maior que ½ n. Assim não se pode dizer qual lado é maior

152

Teste 1



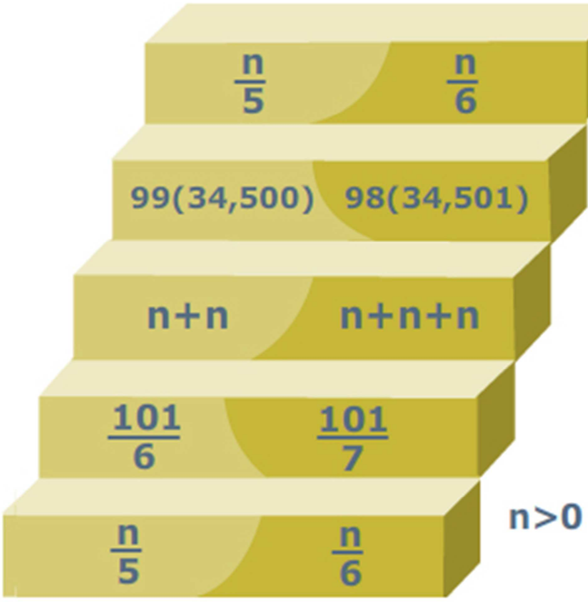
Opções

O lado esquerdo é maior.
O lado direito é maior.
Eles são iguais.
Não há como saber.

[Resposta]

153

Teste 2

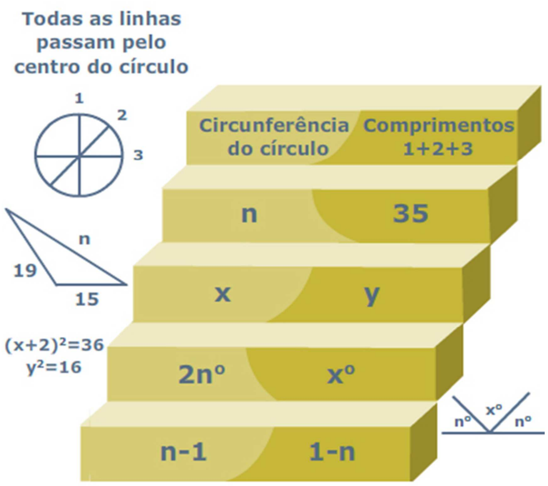


- O lado esquerdo é maior.
- O lado direito é maior.
- Eles são iguais.
- Não há como saber.

[Resposta]

154

Teste 3

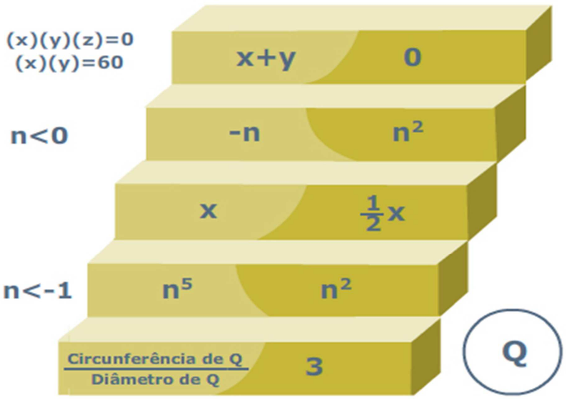


- O lado esquerdo é maior.
- O lado direito é maior.
- Eles são iguais.
- Não há como saber.

[Resposta]

155

Teste 4

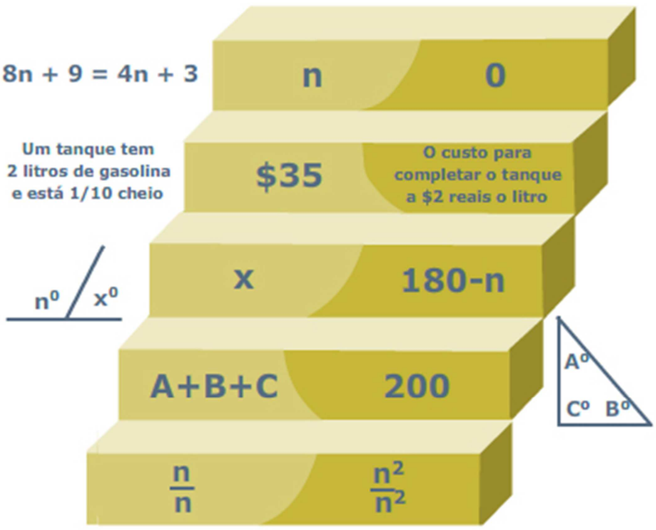


- O lado esquerdo é maior.
- O lado direito é maior.
- Eles são iguais.
- Não há como saber.

[Resposta]

156

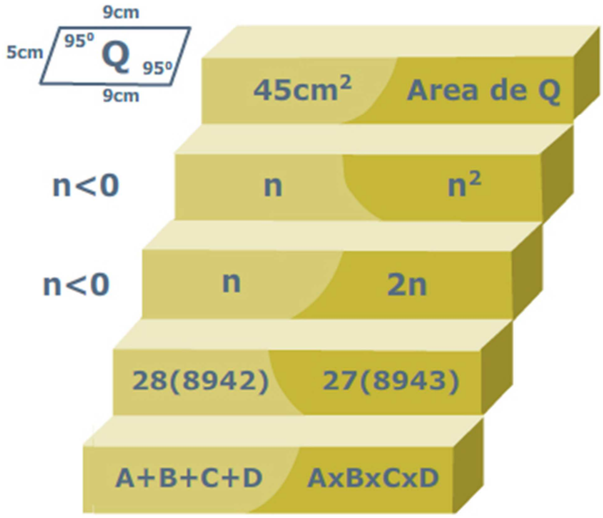
Teste 5



- O lado esquerdo é maior.
- O lado direito é maior.
- Eles são iguais.
- Não há como saber.

[Resposta]

Teste 6



- O lado esquerdo é maior.
- O lado direito é maior.
- Eles são iguais.
- Não há como saber.

Resposta

A regência verbal estuda a relação de dependência que se estabelece entre os verbos e seus complementos. O verbo pode ligar-se a seus

complementos de dois modos: com ou sem o auxílio de uma preposição. Quando não houver a preposição, chamaremos o verbo de transitivo direto e seu complemento de objeto direto. Quando houver a preposição, chamaremos o verbo de transitivo indireto e seu complemento de objeto indireto. Quando o verbo possuir os dois complementos, chamá-lo-emos de transitivo direto e indireto. Além dessas denominações, há o verbo intransitivo, que não necessita de complementação. O que mais importa é saber usar o verbo adequadamente, com a preposição quando ele a exigir, sem a preposição quando ele a rejeitar. Os nomes não são absolutamente necessários.