UNIDADE 4 – SÉRIES DE PAGAMENTOS E RECEBIMENTOS
MÓDULO 1 – CONCEITOS BÁSICOS E SÉRIES UNIFORMES POSTECIPADAS

01

1 - DEFINIÇÃO E CLASSIFICAÇÃO

Iremos abordar agora os conceitos básicos que fundamentam as séries de pagamentos e recebimentos, suas classificações, bem como as características e os procedimentos de cálculo para o valor presente e para o valor futuro das séries uniformes postecipadas.

Podemos definir **séries** como um conjunto de fluxos de caixa representativos de pagamentos, ou de recebimentos, sucessivos, exigíveis em épocas predeterminadas, destinados a extinguir uma dívida ou constituir um capital.

Exemplo: Operações de Crédito Direto ao Consumidor – CDC, Poupança Programada etc.

Os valores que compõem uma série (pagamento ou recebimento) são denominados de "Termo da Série" e são geralmente representados por "PMT".

As séries podem ser classificadas quanto:

a) à periodicidade dos pagamentos ou recebimentos;

b) ao número de termos (PMT);

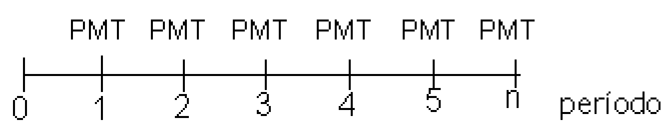
c) à disposição dos termos (PMT); e

d) ao valor dos termos (PMT).

02

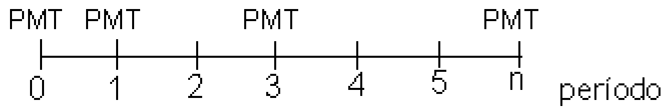
Quanto à **periodicidade**, as séries classificam-se em:

Periódicas – os intervalos de tempo entre dois termos consecutivos (pagamentos ou recebimentos) são iguais, exemplo:



Onde **PMT =** termo da série, que pode representar o valor de uma prestação ou de um depósito.

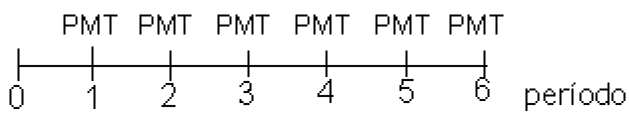
Não Periódicas – os intervalos de tempo entre dois termos consecutivos (pagamentos ou recebimentos) não obedecem a um padrão uniforme, exemplo:



03

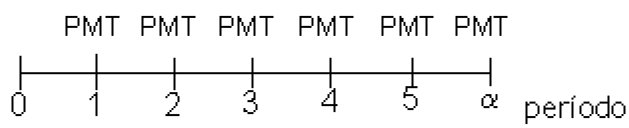
Quanto ao **número de termos** (PMT), as séries podem ser:

Temporárias – possui termo final, prazo conhecido a priori, exemplo:



Observação: a série possui 6 termos, portanto tem final conhecido.

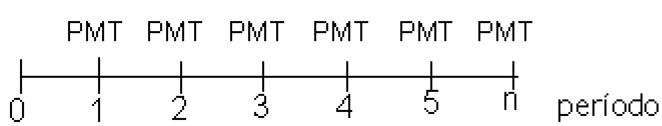
Perpétuas – não há termo final, número de termos da série é infinito, exemplo:



04

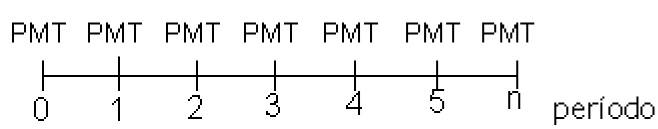
Quanto à **disposição dos termos** (PMT), as séries são classificadas em:

Postecipadas – os termos posicionam-se no final de cada intervalo de tempo a que se referir a taxa de juros considerada, exemplo: compra com a primeira prestação ocorrendo ao final do primeiro mês.



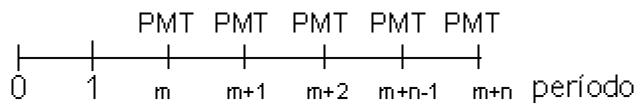
Conforme demonstrado acima, a série se inicia ao final do primeiro período, se a taxa for mensal, por exemplo, o primeiro termo ocorrerá ao final do primeiro mês.

Antecipada – os termos posicionam-se no início de cada intervalo de tempo a que se referir à taxa de juros considerada, exemplo: compra com a primeira prestação ocorrendo no ato da compra.



Conforme demonstrado no fluxo acima, nas séries antecipadas o primeiro fluxo ocorre no momento “0”, ou seja, no momento que a operação é contratada.

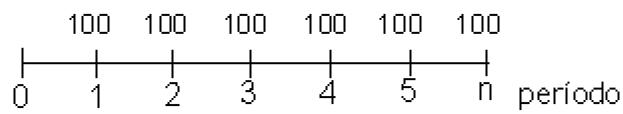
Diferidas – o primeiro termo ocorre somente depois de decorridos “m” períodos de tempo a que se referir a taxa de juros, exemplo: empréstimo com carência.



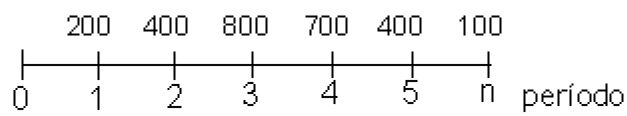
05

Quanto ao **valor dos termos** (PMT), as séries são classificadas em:

Uniformes – todos os termos possuem o mesmo valor;



Variáveis – os termos da série têm valores diferentes.



06

Independentemente do tipo de série objeto do problema, é importante salientar que os fundamentos aprendidos até o momento continuam sendo aplicados.

Assim, caso se deseje conhecer o valor presente de uma série, por exemplo, basta efetuarmos a descapitalização de todos os fluxos da série até a data focal e somá-los. Da mesma forma, se desejarmos conhecer o valor futuro de uma série, basta capitalizarmos todos os fluxos até a data focal desejada e somá-los.

Como as séries são formadas sob o regime de capitalização composto, utilizamos as equações de PV e FV para juros compostos, sempre que desejarmos conhecer o valor presente ou o valor futuro de uma série.

Para as séries uniformes postecipadas (SUP) e para as séries uniformes antecipadas (SUA), estudadas a seguir, os procedimentos de cálculo podem ser simplificados, mediante a determinação de fatores que aplicados ao termo da série (PMT), possibilitam sua capitalização ou descapitalização em uma única operação.

07

2 - Série Uniforme Postecipada (SUP)

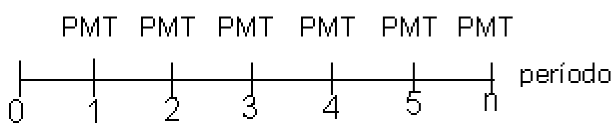
Também conhecida como “série padrão”, ocorre na maioria das operações de empréstimo e de financiamento realizadas no mercado e possuem as seguintes características:

a) Os termos (prestação) possuem valores iguais;

b) os fluxos são temporários e periódicos, ou seja, a quantidade é conhecida e os intervalos entre sua ocorrência são constantes;

c) é postecipada, o que indica que o primeiro termo (prestação) ocorrerá sempre ao final do primeiro período a que se referir a taxa de juros da operação.

Exemplo:



Variáveis utilizadas em qualquer série:

PMT = termos da série (pagamento ou recebimento);
i = taxa de juros envolvidos na operação;
n = número de termos da série;
PV = valor presente **do conjunto de fluxos** que compõem a série;
FV = valor futuro **do conjunto de fluxos** que compõem a série.

Importante! A variável “n” representa o número de termos (PMT) da série e não o prazo da operação.

08

3 - Determinação do Valor Presente (PV) para SUP

Conforme visto anteriormente, o valor presente (PV) de um determinado fluxo que ocorrerá no futuro (FV), sob o enfoque do RCC, é dado por:

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^n} \qquad (1)$$

Tendo em vista que as séries representam conjuntos de fluxos de caixa que ocorrerão ao longo do tempo, referentes a pagamentos ou recebimentos, denominados "termos da série" ou PMT, podemos concluir que o valor presente das séries (PV) será dado pela soma dos valores presentes de todos os "n" fluxos que compõem a série, assim:

$$PV = \frac{PMT}{(1+i)} + \frac{PMT}{(1+i)^2} + \ldots + \frac{PMT}{(1+i)^{n-1}} + \frac{PMT}{(1+i)^n} \qquad (2)$$

Isolando PMT, têm-se:

$$PV = PMT\left[\frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \ldots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} + \frac{1}{(1+i)^n}\right] \qquad (3)$$

FPV(i,n)

Ao somatório dos termos do colchete damos o nome de fator de valor presente, dada uma taxa "i" e um número de termos "n", representado por "FPV(i,n)", assim, poderemos reescrever a equação (3), como:

PV = PMT x FPV(*i*,n) (4)

A equação (4) indica que o valor presente de uma série é determinado mediante a multiplicação do termo da série (PMT) pelo fator de valor presente, calculado para uma taxa "i" e um prazo "n" (FPV (i,n)).

09

4 - Cálculo do FPV(i,n)

A partir da equação do FPV (i,n), onde:

$$FPV(i,n) = \left[\frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \ldots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} + \frac{1}{(1+i)^n}\right] \qquad (5)$$

Verificamos que FPV(i,n) representa a soma de uma progressão geométrica com razão (q) igual a $(1+i)^{-1}$, primeiro termo (a1) igual a $(1+i)^{-1}$ e último termo (an) igual a $(1+i)^{-n}$. Sendo a soma de uma progressão geométrica (Sn), o resultado da equação: (6), substituindo os valores de “a1”, “an" e “q” na equação (6) e resolvendo a expressão, teremos:

$$FPV(i,n)=\frac{\left[1-(1+i)^{-n}\right]}{i} \qquad (7)$$

A equação (7), que determina o valor de FPV (i,n), pode, ainda, ser escrita como:

$$FPV(i,n)=\left[\frac{(1+i)^{n}-1}{i\times(1+i)^{n}}\right] \qquad (8)$$

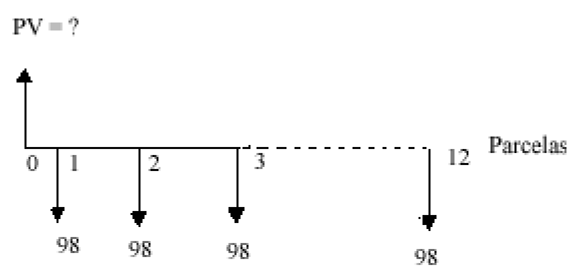
<u>Exercícios Resolvidos</u>

10

1) Qual será o preço à vista de uma mercadoria adquirida em 12 parcelas iguais e sucessivas, no valor de R$ 98,00, sabendo-se que a taxa de juros do financiamento foi de 2% a.m.?

Importante! Sempre que o problema não informar a ocorrência da primeira parcela, iremos considerar como sendo ao final do primeiro período (SUP), por representar a série padrão.

Fluxo:



Variáveis	**Solução**
PMT = 98,00	1) calcula-se o FPV(i,n) (equação 7 ou 8)
i = 0,02 a.m.	$FPV(i,n)=\frac{[1-(1+i)^{-n}]}{i}$
n = 12 (mensais)	$FPV(2\%,12)=\frac{[1-(1+0,02)^{-12}]}{0,02}$
PV = ?	FPV (2%,12) = 10,575341
	2) aplica-se o FPV (i,n) na equação (4)

PV = PMT x FPV(*i*,n)
PV = 98 x 10,575341
PV = 1.036,38

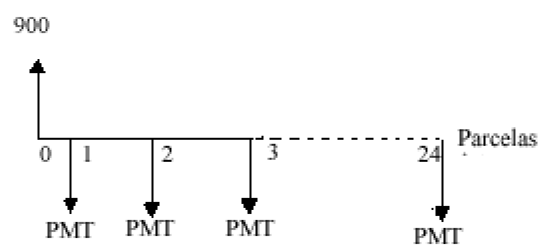
O resultado de R$ 1.036,38 é o mesmo que encontraríamos se efetuássemos a descapitalização um a um de cada fluxo da série e depois somasse os valores encontrados.

Observação: Para qualquer série postecipada, com taxa igual a 2% e número de termos igual a 12, o fator de valor presente (FPV(2%,12))será igual a 10,575341.

11

2) Ao adquirir um eletrodoméstico, uma pessoa financia o valor de R$ 900,00 para pagar em 24 prestações, iguais e sucessivas. Considerando que a taxa de juros da operação foi de 5,5% a.m., calcular o valor das prestações.

Fluxo:



Variáveis	**Solução**
PV = 900	1) calcula-se o FPV(i,n) (equação 7 ou 8)
i = 0,055 a.m.	$\text{FPV(i,n)}=\dfrac{[1-(1+i)^{-n}]}{i}$
n = 24 (mensais)	$\text{FPV}(5{,}5\%,24) = \dfrac{[1-(1+0{,}055)^{-24}]}{0{,}055}$
PMT= ?	FPV (5,5%,24) = 13,151699
	2) aplica-se o FPV (i,n) na equação (4)
	PV=PMTxFPV(*i*,n)
	900=PMTx13,151699
	PMT = 68,43

12

Determinação do Valor Futuro (FV) para SUP

Ao estudarmos o RCC, verificamos que o valor futuro (FV), de um dado valor presente (PV), é obtido a partir da equação:

$$FV=PV(1+i)^n \qquad (9)$$

Sendo o valor presente de uma SUP calculado por: (4), substituindo-se o PV da equação (4) na (9), teremos:

$$FV=PMTxFPV(i,n)x(1+i)^n \qquad (10)$$

Como: $FPV(i,n)=\frac{\left[1-(1+i)^{-n}\right]}{i}$ (7), substituindo-se FPV (i,n) da expressão (7) na fórmula (10) e resolvendo a equação teremos:

$$FV = PMT\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]\times(1+i)^n$$

$$FV = PMT\times\underbrace{\frac{\left[(1+i)^n-1\right]}{i}}_{\text{FFV(i,n) ou } S_{\overline{n|}}\text{i}} \qquad (11)$$

A equação (11) revela que o valor futuro de uma série uniforme postecipada (SUP) pode ser obtido mediante a multiplicação do termo da série (PMT) pelo fator de valor futuro, dada uma taxa “i” e um número de termos “n”, FFV (i,n) ou Snù i, assim, têm-se que:

$$FV=PMTxFFV(i,n) \qquad (12)$$

Onde:

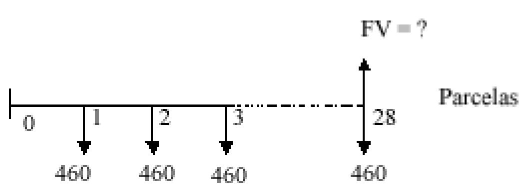
$$FFV=\frac{\left[(1+i)^n-1\right]}{i} \qquad (13)$$

<u>Exercícios Resolvidos</u>

13

3) A comissão de formatura de uma turma de graduação irá depositar mensalmente R$ 460,00, durante 28 meses, numa opção de investimento que paga 0,6% de juros ao mês. Calcular o montante de recursos que os alunos irão ter, ao final do período, a fim de custear a festa de colação de grau.

Fluxo:



Variáveis	**Solução**
PMT = 460	1) calcula-se o FFV(i,n) (equação 12)
i = 0,006 a.m.	$FFV=\frac{[(1+i)^{n}-1]}{i}$
n = 28 (mensais)	$FFV=\frac{[(1+0{,}006)^{28}-1]}{0{,}006}$
	FFV (0,6%,28) = 30,390489
	2) aplica-se o FFV (i,n) na equação (11)
	FV=PMTxFFV(*i*,n)
	FV=460 x 30,390489
	FV = 13.979,62

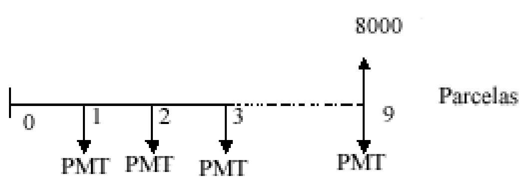
Caso efetuássemos a capitalização de todos os termos da série um a um, até a data focal 28, e somássemos os valores encontrados, obteríamos o mesmo resultado de R$ 13.979,62.

Observação: Para qualquer série postecipada, com taxa igual a 0,6% e número de termos igual a 28, o fator de valor futuro (FFV(0,6%,28)) será igual a 30,390489.

14

4) Para efetuar uma viagem de férias, um indivíduo planeja efetuar depósitos durante os 9 meses que antecedem a aquisição de um pacote turístico, que custará R$ 8.000,00. Qual o valor de cada depósito que ele deverá fazer, sabendo-se que a modalidade de aplicação financeira escolhida paga juros à taxa de 1,2% ao mês?

Fluxo:



Variáveis	**Solução**
FV = 8000	1) calcula-se o FPV(i,n) (equação 12)
i = 0,012 a.m.	$FFV=\frac{[(1+i)^{n}-1]}{i}$
n = 9 m	$FFV=\frac{[(1+0{,}012)^{9}-1]}{0{,}012}$
PMT = ?	FPV (1,2%,9) = 9,444316
	2) aplica-se o FPV (i,n) na equação (11)
	FV=PMTxFFV(*i*,n)
	8000=PMTx9,444316
	PMT = 847,07

5 - UTILIZANDO O EXCEL

Abrir o Excel e seguir o procedimento

1. Abra uma pasta nova que depois poderá ser arquivada com o nome de SUP.

PLANILHA DE CÁLCULO DE VALOR PRESENTE DE SUP

2. No intervalo B2 escreva: PV de Séries Uniformes Postecipadas – SUP.

3. No intervalo B3:D3, digite os títulos “Variáveis”, “Dados” e “Resultado”.

4. No intervalo B4:B7, indique as variáveis “Prestação”, “Valor Presente”, “Taxa” e “Nº de Parcelas”.

5. Usando os recursos de formatação do Excel, formate o intervalo C4:D5 como moeda e o intervalo C6:D6 como percentual %, todos com duas casas decimais.

6. No intervalo D4:D7, registre as fórmulas de cálculo das variáveis “Prestação”, “Valor Presente”, “Taxa” e “Nº de Parcelas”, utilizando a função lógica SE, ou então digite:

    6.1 Na célula D4: =SE(C4="?";PGTO(C6;C7;C5;;0);"")
    6.2 Na célula D5: =SE(C5="?";VP(C6;C7;C4;;0);"")
    6.3 Na célula D6: =SE(C6="?";TAXA(C7;C4;C5);"")
    6.4 Na célula D7: =SE(C7="?";NPER(C6;C4;C5;;0);"")

7. As fórmulas acima estabelecem as relações lógicas da função. Analisando, por exemplo, a equação da célula D4, terá:

    SE for cumprida a condição lógica C4 = “?”

    ENTÃO calcule PGTO(C6;C7;C5;;0) e apresente o resultado na célula D4

    SENÃO registre um rótulo vazio “” na célula D4

8. Caso deseje utilizar a função SE diretamente, coloque o cursor na célula D4 e selecione INSERIR, FUNÇÃO.

9. No campo CATEGORIA escolha: LÓGICA e no campo NOME escolha SE.

10. Tomando como base a equação 6.1, no campo Teste lógico insira C4=”?”; no campo Valor_se_verdadeiro, digite: PGTO(C6;C7;C5;;0) e no campo Valor_se_falso digite “”.

11. Ao final da digitação clique OK.

12. Repita os procedimentos de 8 a 11 para intervalo D5:D7, com base nas equações 6.2 a 6.4.

16

PLANILHA DE CÁLCULO DE VALOR FUTURO DE SUP

13. No intervalo B9 escreva: PV de Séries Uniformes Postecipadas – SUP.

14. No intervalo B10:D10, digite os títulos “Variáveis”, “Dados” e “Resultado”.

15. No intervalo B11:B14, indique as variáveis “Prestação”, “Valor Presente”, “Taxa” e “Nº de Parcelas”.

16. Usando os recursos de formatação do Excel, formate o intervalo C11:D12 como moeda e o intervalo C13:D13 como percentual %, todos com duas casas decimais.

17. No intervalo D11:D14, registre as fórmulas de cálculo das variáveis “Prestação”, “Valor Futuro”, “Taxa” e “Nº de Parcelas”, utilizando a função lógica SE, ou então digite:

> 17.1 Na célula D11: =SE(C11="?";PGTO(C13;C14;;C12;0);"")
> 17.2 Na célula D12: =SE(C12="?";VF(C13;C14;C11;;0);"")
> 17.3 Na célula D13: =SE(C13="?";TAXA(C14;C11;;C12;0);"")
> 17.4 Na célula D14: =SE(C14="?";NPER(C13;C11;;C12;0);"")

Efetue a solução dos exercícios resolvidos no capítulo colocando as variáveis do enunciado nos campos referentes aos “dados” e “?” no campo “dados” da variável que se deseja calcular no problema: “Prestação”, “Valor Presente”, “Taxa” e “Nº de Parcelas”.

IMPORTANTE! – Ao utilizar as fórmulas de PV e FV do Excel os valores de PV e FV deverão ter sinais contrários ao da prestação (PMT). Caso PV seja inserido com valor positivo, a prestação deverá ser digitada com valor negativo e vice-versa, o mesmo ocorrendo para FV, evidenciando fluxos de caixa de sentidos opostos.

As figuras abaixo representam as planilhas construídas mediante os procedimentos descritos anteriormente:

	A	B	C	D
1				
2		**PV de Séries Uniformes Postecipadas - SUP**		
3		**Variáveis**	**Dados**	**Resultado**
4		Prestação		
5		Valor Presente		
6		Taxa		
7		No. de Parcelas		
8				
9		**FV de Séries Uniformes Postecipadas - SUP**		
10		**Variáveis**	**Dados**	**Resultado**
11		Prestação		
12		Valor Presente		
13		Taxa		
14		No. de Parcelas		

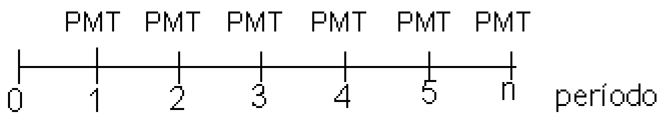
RESUMO

Pudemos verificar neste módulo que as chamadas séries de pagamentos e recebimentos são, na verdade, conjuntos de fluxos de caixa representativos de uma operação financeira.

Uma das séries mais comuns encontradas em operações do mercado são as chamadas SUP, séries uniformes postecipadas, ou padrão.

Essas séries caracterizam-se por possuir os termos (prestação ou depósito) com valores iguais e ocorrendo em intervalos de tempo constantes. Além disso, o primeiro termo da série irá acontecer sempre ao final do primeiro período a que se referir a taxa de juros.

Exemplo:



Para o cálculo do valor presente de SUP, utilizamos a seguinte equação:

$$PV = PMT \times FPV(i,n) \qquad (4)$$

Onde:

$$FPV(i,n) = \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] \qquad (7)$$

A equação (7) também pode ser escrita como:

$$FPV(i,n) = \left[\frac{(1+i)^{n}-1}{i \times (1+i)^{n}}\right] \qquad (8)$$

A equação (4) revela que o valor presente (PV) de uma SUP pode ser obtido mediante a multiplicação do termo da série (PMT) por um fator de valor presente, calculado para uma taxa "i " e um número de parcelas "n", empregando-se as equações (7) ou (8).

18

Para o cálculo do valor futuro (FV) de uma SUP, utilizamos as seguintes equações:

$$FV = PMT \times FFV(i,n) \tag{12}$$

E

$$FFV = \frac{\left[(1+i)^{n} - 1\right]}{i} \tag{13}$$

A fórmula (12) nos diz que o valor futuro de uma SUP pode ser calculado mediante a aplicação de um fator de valor futuro, calculado para uma taxa “i” e um número de parcelas “n” (FFV (i,n)), aplicado sobre o termo (PMT) da série.

Esse fator de valor futuro é calculado mediante a utilização da equação (13).

UNIDADE 4 – SÉRIES DE PAGAMENTOS E RECEBIMENTOS
MÓDULO 2 – SÉRIES UNIFORMES ANTECIPADAS

01

1 - SÉRIE UNIFORME ANTECIPADA (SUA)

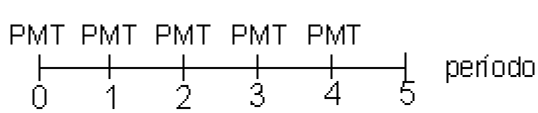
Dando continuidade ao estudo das séries de pagamentos e recebimentos, vamos conhecer os procedimentos de cálculo do valor presente e do valor futuro das chamadas “séries uniformes antecipadas” (SUA) que, além de possuir fluxos de valores iguais, ocorrendo em intervalos de tempo constantes e com número de termos conhecido (limitado), caracteriza-se pela ocorrência do primeiro fluxo no início do período a que se referir a taxa de juros.

Se compararmos o fluxo de caixa representativo de uma série uniforme antecipada (SUA), ao fluxo de caixa das séries uniformes postecipadas (SUP), estudadas no módulo anterior, veremos que a única diferença entre as duas está no momento da ocorrência do primeiro termo da série. Enquanto nas SUP o primeiro fluxo ocorre ao final do primeiro período, nas SUA este fluxo ocorrerá no início do primeiro período.

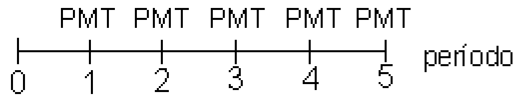
02

Exemplo: Fluxos de caixa representativos da aquisição de um produto numa loja em:

1) Cinco pagamentos iguais e sucessivos, o primeiro ocorrendo no ato da compra (SUA):



2) Cinco pagamentos iguais e sucessivos, o primeiro ocorrendo, um mês após a compra (SUP):



03

2 - DETERMINAÇÃO DO VALOR PRESENTE (PV) DAS SUA

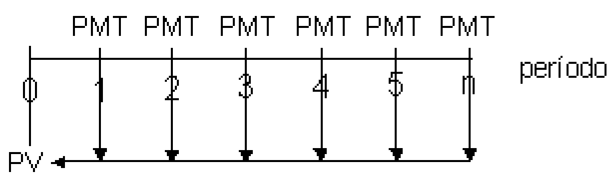
Na aula anterior, verificamos que o valor presente de uma série uniforme postecipada (SUP) é calculado mediante o uso da seguinte equação:

$$PV = PMT \times FPV(i,n) \tag{1}$$

Onde:
PMT = termo da série
FPV(i,n) = fator de valor presente para uma taxa "i" e um número de termos "n".

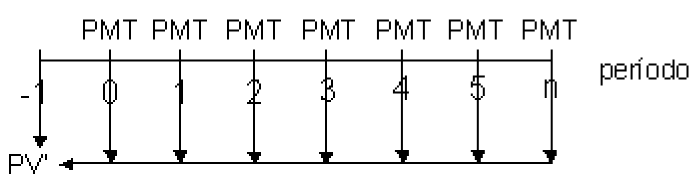
Se a analisarmos o resultado final da aplicação da equação acima em uma série postecipada, veremos que, de forma resumida, a fórmula faz com que todos os fluxos da série sejam trazidos para o momento "0", ou seja, **os fluxos são trazidos para um período anterior ao primeiro fluxo da série e depois são somados, gerando, assim, o valor presente da série**.

Representando graficamente, têm-se:

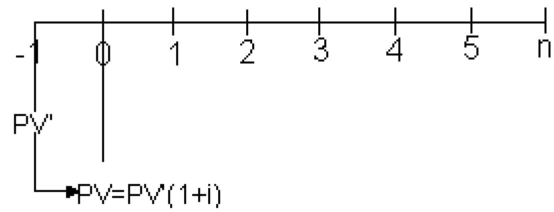


04

Por analogia, podemos inferir que, caso a fórmula, seja aplicada em uma série antecipada, os fluxos também serão trazidos para um período anterior ao primeiro fluxo da série que, no caso, será o período "-1", tendo em vista que a série, por ser antecipada, começa no momento "0".



Como desejamos encontrar o valor presente da série hoje (momento 0), após aplicar a fórmula de valor presente para séries postecipadas, devemos capitalizar o resultado por um período, fazendo com que o valor encontrado no período "-1" (PV') seja levado até o período "0" onde encontraremos PV, assim:



Sendo o valor presente, para séries antecipadas, igual ao do valor presente calculado pela equação que serve para séries postecipadas PV' capitalizado por um período:

$$PV = PV' \times (1+i) \tag{2}$$

Sabendo-se que a equação do valor presente de uma série postecipada é:

$$PV' = PMT \times FPV(i,n) \tag{3}$$

Substituindo a equação (3) na (2) teremos:

$$PV = PMT \times FPV(i,n) \times (1+i) \tag{4}$$

A equação (4), que serve para o cálculo do valor presente (PV) de séries uniformes antecipadas, nos diz que este valor pode ser obtido mediante a multiplicação dos termos da série (PMT) pelo fator de valor presente (FPV(i,n)) para uma taxa "i" e um número de termos "n", capitalizados por um período, ou seja, multiplicados por (1+i).

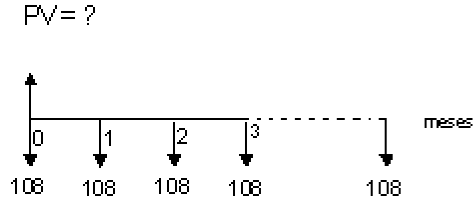
<u>Exercícios Resolvidos</u>

05

1) Qual será o preço à vista de uma mercadoria adquirida em 18 parcelas iguais e sucessivas, no valor de R$ 108,00, sabendo-se que a primeira parcela ocorre no ato da compra e que a taxa de juros do financiamento é de 5,5% a.m.?

Importante! Sempre que se tratar de uma "SUA", o problema irá indicar a ocorrência da primeira parcela: "na data atual", "hoje", "no momento da compra" etc.

Fluxo:



Variáveis

i = 0,055 a.m.

n = 18 (mensais)

PV = ?

Solução

$$FPV(i,n) = \frac{\left[1-(1+i)^{-n}\right]}{i}$$

$$FPV(5{,}5\%,18) = \frac{\left[1-(1+0{,}055)^{-18}\right]}{0{,}055}$$

FPV (5,5%,18) = 11,246074

2) aplica-se o FPV (i,n) na equação (4)

$$PV = PMT \times FPV(i,n) \times (1+i)$$

$$PV = 108 \times 11{,}246074 \times 1{,}055$$

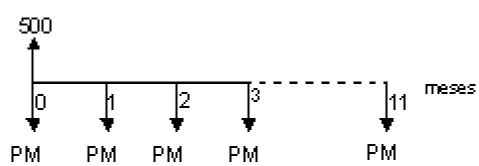
PV = 1.281,38

O valor presente de R$ 1.281,38 poderia ser encontrado se descapitalizássemos os fluxos um a um e depois somássemos o resultado.

Observação: Para qualquer série antecipada, com taxa igual a 5,5% e número de termos igual a 18, o fator de valor presente (FPV(5,5%,18)) será igual a 11,246074.

2) Uma loja anuncia a venda de um eletrodoméstico, no valor de R$ 500,00, em 12 prestações, iguais e sucessivas, a primeira ocorrendo no ato da compra. Considerando que a taxa de juros da operação é de 6% a.m., calcular o valor das prestações.

Fluxo:



Variáveis

PV = 500

i = 0,06 a.m

Solução

1) calcula-se o FPV(i,n) (conforme módulo anterior

$$FPV(i,n) = \frac{\left[1-(1+i)^{-n}\right]}{i}$$

n = 12 (mensais)
PMT= ?

$$FPV(6\%,12) = \frac{\left[1-(1+0{,}06)^{-12}\right]}{0{,}06}$$

FPV (6%,12) = 8,383844

2) aplica-se o FPV (i,n) na equação (4)

$$PV = PMT \times FPV(i,n) \times (1+i)$$

$$500 = PMT \times 8{,}383844 \times 1{,}06$$

PMT = 56,26

3 - Determinação do Valor Futuro (FV) para SUA

Ao estudarmos o RCC, verificamos que o valor futuro (FV), de um dado valor presente (PV), é obtido a partir da equação:

$$FV = PV(1+i)^n \qquad (5)$$

Sendo o valor presente de uma SUA calculado por: *PV = PMT* x *FPV(i,n)* x *(1+i)*, conforme verificamos neste módulo, substituindo-se o PV da SUA na equação (5), teremos:

$$FV = PMT \times FPV(i,n) \times (1+i) \times (1+i)^n \qquad (6)$$

Como: $FPV(i,n) = \frac{\left[1-(1+i)^{-n}\right]}{i}$ substituindo-se FPV (i,n) na fórmula (6) e resolvendo a equação teremos:

$$FV = PMT\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] \times (1+i)^n \times (1+i)$$

$$FV = PMT \times \underbrace{\frac{\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}}_{\textbf{FFV(i,n) ou Sn}\rceil\textbf{i}} \times (1+i) \qquad (7)$$

Tendo em vista que $FFV = \frac{\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$, conforme aprendemos no módulo anterior, podemos reescrever a equação (7) como:

$$FV = PMT \times FFV(i,n) \times (1+i) \qquad (8)$$

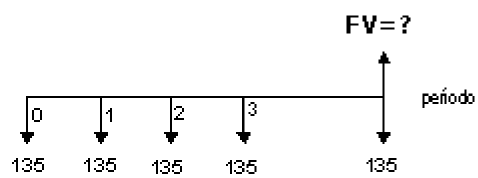
A equação (8) revela que o valor futuro de uma série uniforme antecipada (SUA) pode ser obtido mediante a multiplicação do termo da série (PMT) pelo fator de valor futuro, dada uma taxa “i” e um número de termos “n”, FFV(i,n), capitalizado por um período, ou seja, multiplicado por (1+i).

<u>Exercícios Resolvidos</u>

07

3) Uma pessoa decide depositar mensalmente R$ 135,00, durante 5 anos, numa opção de investimento que paga 0,6% de juros ao mês. Calcular o montante de recursos que ela terá ao final do período, sabendo que o primeiro depósito será efetuado na data de hoje.

Fluxo:



Variáveis
PMT = 135
i = 0,006 a.m.
n = 60 (mensais)

Solução
1) calcula-se o FFV(i,n) (conforme módulo anterior)

$$FFV = \frac{\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$$

$$FFV = \frac{\left[(1+0{,}006)^{60} - 1\right]}{0{,}006}$$

FFV (0,6%,60) = 71,964735

2) aplica-se o FFV (i,n) na equação (8)

$$FV = PMT \times FFV(i,n) \times (1+i)$$

$$FV = 135 \times 71{,}964735 \times 1{,}006$$

FV = 9.773,53

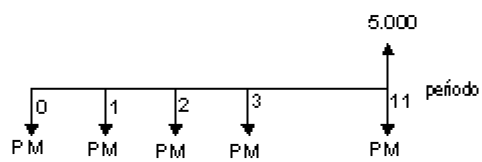
O montante de R$ 9.773,53 também poderia ser encontrado mediante a soma do resultado da capitalização dos fluxos um a um, até a data focal 60.

Observação: Para qualquer série antecipada, com taxa igual a 0,6% e número de termos igual a 60, o fator de valor futuro (FFV(0,6%,60)) será igual a 71,964735.

08

4) Caso um indivíduo necessite de R$ 5.000,00 para daqui a uma ano, quanto terá que depositar mensalmente, a partir de hoje, numa opção de investimento que rende 1% a.m., a fim de obter o recurso no prazo requerido?

Fluxo:



Variáveis

FV = 5000

i = 0,01 a.m.

n = 12 (mensais)

PMT = ?

Solução

1) calcula-se o FPV(i,n) (conforme módulo anterior)

$$FFV = \frac{\left[(1+i)^{n} - 1\right]}{i}$$

$$FFV = \frac{\left[(1+0{,}01)^{12} - 1\right]}{0{,}01}$$

FPV (1%,12) = 12,682503

2) aplica-se o FPV (i,n) na equação (8)

$$FV = PMT \times FFV(i,n) \times (1+i)$$

$$5.000 = PMT \times 12{,}682503 \times 1{,}01$$

PMT = 390,34

09

4 - Utilizando o Excel

Abrir o Excel e seguir o procedimento

1. Abra uma pasta nova que depois poderá ser arquivada com o nome de SUA.

PLANILHA DE CÁLCULO DE VALOR PRESENTE DE SUA

2. No intervalo B2 escreva: PV de Séries Uniformes Antecipadas – SUA.

3. No intervalo B3:D3, digite os títulos “Variáveis”, “Dados” e “Resultado”.

4. No intervalo B4:B7, indique as variáveis “Prestação”, “Valor Presente”, “Taxa” e “Nº de Parcelas”.

5. Usando os recursos de formatação do Excel, formate o intervalo C4:D5 como moeda e o intervalo C6:D6 como percentual %, todos com duas casas decimais.

6. No intervalo D4:D7, registre as fórmulas de cálculo das variáveis “Prestação”, “Valor Presente”, “Taxa” e “Nº de Parcelas”, utilizando a função lógica SE, ou então digite:

6.1 Na célula D4: =SE(C4="?";PGTO(C6;C7;C5;;1);"")

6.2 Na célula D5: =SE(C5="?";VP(C6;C7;C4;;1);"")

6.3 Na célula D6: =SE(C6="?";TAXA(C7;C4;C5;;1);"")

6.4 Na célula D7: =SE(C7="?";NPER(C6;C4;C5;;1);"")

7. As fórmulas acima estabelecem as relações lógicas da função. Analisando, por exemplo, a equação da célula D4, terá:

<u>SE</u> for cumprida a condição lógica C4 = “?”
<u>ENTÃO</u> calcule PGTO(C6;C7;C5;;1) e apresente o resultado na célula D4
<u>SENÃO</u> registre um rótulo vazio “” na célula D4

8. Caso deseje utilizar a função SE diretamente, coloque o cursor na célula D4 e selecione INSERIR, FUNÇÃO.

9. No campo CATEGORIA escolha: LÓGICA e no campo NOME escolha SE.

10. Tomando como base a equação 6.1, no campo Teste lógico insira C4=”?”; no campo Valor_se_verdadeiro, digite: PGTO(C6;C7;C5;;1) e no campo Valor_se_falso digite “”.

11. Ao final da digitação clique OK.

12. Repita os procedimentos de 8 a 11 para o intervalo D5:D7, com base nas equações 6.2 a 6.4.

10

PLANILHA DE CÁLCULO DE VALOR FUTURO DE SUA

13. No intervalo B9 escreva: PV de Séries Uniformes Antecipadas – SUA.

14. No intervalo B10:D10, digite os títulos “Variáveis”, “Dados” e “Resultado”.

15. No intervalo B11:B14, indique as variáveis “Prestação”, “Valor Presente”, “Taxa” e “Nº de Parcelas”.

16. Usando os recursos de formatação do Excel, formate o intervalo C11:D12 como moeda e o intervalo C13:D13 como percentual %, todos com duas casas decimais.

17. No intervalo D11:D14, registre as fórmulas de cálculo das variáveis “Prestação”, “Valor Presente”, “Taxa” e “Nº de Parcelas”, utilizando a função lógica SE, ou então digite:

17.1 Na célula D11: =SE(C11="?";PGTO(C13;C14;;C12;1);"")

17.2 Na célula D12: =SE(C12="?";VF(C13;C14;C11;;1);"")

17.3 Na célula D13: =SE(C13="?";TAXA(C14;C11;;C12;1);"")

17.4 Na célula D14: =SE(C14="?";NPER(C13;C11;;C12;1);"")

Efetue a solução dos exercícios resolvidos no capítulo colocando as variáveis do enunciado nos campos referentes aos “dados” e “?” no campo “dados” da variável que se deseja calcular no problema: “Prestação”, “Valor Presente”, “Taxa” e “Nº de Parcelas”.

IMPORTANTE! – Ao utilizar as fórmulas de PV e FV do Excel os valores de PV e FV deverão ter sinais contrários ao da prestação (PMT). Caso PV seja inserido com valor positivo, a prestação deverá ser digitada com valor negativo e vice-versa, o mesmo ocorrendo para FV, evidenciando fluxos de caixa de sentidos opostos.

As figuras abaixo representam as planilhas construídas mediante os procedimentos descritos anteriormente:

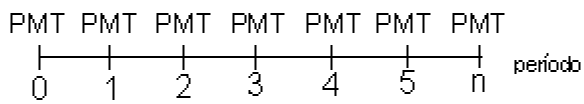
	A	B	C	D
1				
2		**PV de Séries Uniformes Antecipadas - SUA**		
3		**Variáveis**	**Dados**	**Resultado**
4		Prestação		
5		Valor Presente		
6		Taxa		
7		No. de Parcelas		
8				
9		**FV de Séries Uniformes Antecipadas - SUA**		
10		**Variáveis**	**Dados**	**Resultado**
11		Prestação		
12		Valor Presente		
13		Taxa		
14		No. de Parcelas		

11

RESUMO

As chamadas Séries Uniformes Antecipadas (SUA) diferenciam-se das SUP apenas devido ao fato de que o primeiro pagamento ou recebimento ocorrerá no início do período a que se referir à taxa de juros da operação.

Assim, em termos genéricos, temos o seguinte fluxo representativo de uma SUA:



Para o cálculo do valor presente de SUA, utilizamos a seguinte equação:

$$PV = PMT \times FPV(i,n) \times (1+i) \qquad (4)$$

Onde:

$$FPV(i,n) = \frac{\left[1-(1+i)^{-n}\right]}{i}$$

Ou, ainda:

$$FPV(i,n) = \left[\frac{(1+i)^{n}-1}{i \times (1+i)^{n}}\right]$$

A equação (4) revela que o valor presente (PV) de uma SUA pode ser obtido mediante a multiplicação do termo da série (PMT) por um fator de valor presente, calculado para uma taxa “i “ e um número de parcelas “n” (FPV(i,n)), capitalizado por um período, ou seja, multiplicado por (1+i).

12

Para o cálculo do valor futuro (FV) de SUA, utilizamos a seguinte equação:

$$FV = PMT \times FFV(i,n) \times (1+i) \qquad (8)$$

A fórmula (8) nos diz que o valor futuro de uma SUA pode ser calculado mediante a aplicação de um fator de valor futuro, calculado para uma taxa “i” e um número de parcelas “n” (FFV (i,n)), aplicado sobre o termo (PMT) da série, capitalizado por um período, ou seja, multiplicado por (1+i).

Esse fator de valor futuro é calculado mediante a utilização da equação

$$FFV = \frac{\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$$

UNIDADE 4 – SÉRIES DE PAGAMENTOS E RECEBIMENTOS

MÓDULO 3 – COEFICIENTES DE FINANCIAMENTOS

01

1 - COEFICIENTE DE FINANCIAMENTO PARA SUP

Podemos definir coeficiente de financiamento como sendo o fator que aplicado sobre o valor presente de um determinado bem ou serviço nos dará o valor da prestação para uma taxa de juros "i" e um número de parcelas "n".

Sabemos que o Valor Presente de uma série postecipada é calculado aplicando-se a seguinte equação:

$$PV = PMT \times FVP\,(i,n) \qquad (1)$$

Resolvendo a equação acima para o valor da prestação (PMT), têm-se:

$$PMT = \frac{PV}{FPV(i,n)} \qquad (2)$$

ou:

$$PMT = PV \times \underbrace{\frac{1}{FPV(i,n)}}_{CF(i,n)} \qquad (3)$$

Considerando a definição dada anteriormente para o Coeficiente de Financiamento (CF), onde este representa "o fator que aplicado sobre o valor presente de um determinado bem ou serviço nos dará o valor da prestação para uma taxa de juros "i" e um número de parcelas "n" pode-se concluir, a partir da equação (3) que:

$$CF(i,n) = \frac{1}{FPV(i,n)} \qquad (4)$$

Como já vimos:

$$FPV(i,n) = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \qquad (5)$$

Substituindo a equação (5) na (4) e resolvendo-a, teremos:

$$CF(i,n) = \frac{i}{1-(1+i)^{-n}} \tag{6}$$

A partir da equação (6), poderemos calcular o coeficiente de financiamento de SUP para qualquer taxa "i" e número de parcelas "n".

Exercício Resolvido

02

1) Uma loja de eletrodomésticos financia a venda de seus produtos a uma taxa de 4,2% ao mês. Sabendo-se que as compras podem ser efetuadas em até 3 parcelas, a primeira vencendo trinta dias após a aquisição do produto, pede-se:

a) Calcular o coeficiente de financiamento para compras efetuadas em 1, 2 e 3 parcelas.

b) Calcular o valor das prestações de um eletrodoméstico, cujo preço à vista é de R$900,00, para compras efetuadas em 1, 2 e 3 pagamentos.

a) Variáveis: i = 0,042 e n = 1, 2 ou 3

Solução: sendo $CF(i,n) = \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$

Para n=1

$$CF(4{,}2\%,1) = \frac{0{,}042}{1-(1+0{,}042)^{-1}}$$

CF(4,2%,1) = 1,042

Para n=2

$$CF(4{,}2\%,2) = \frac{0{,}042}{1-(1+0{,}042)^{-2}}$$

CF(4,2%,2) = 0,531716

Para n=3

$$CF(4{,}2\%,3) = \frac{0{,}042}{1-(1+0{,}042)^{-3}}$$

CF(4,2%,3) = 0,361717

R: para uma parcela, o CF será de 1,042, para duas 0,531716 e para 3 0,361717. Estes valores, aplicados ao preço a vista do bem nos darão o valor das parcelas para 1, 2 ou 3 prestações, respectivamente.

03

b) Para calcular o valor das parcelas para financiamentos de 1, 2 e 3 prestações, basta aplicar os coeficientes no valor presente (à vista) do bem:

Variáveis: PV = 900,00; CF(4,2%,1) = 1,042; CF(4,2%,2)= 0,531716 e CF(4,2%,3) = 0,361717.

Sendo: PMT = PV x CF(i,n)

Para 1 pagamento	**Para 2 pagamentos**	**Para 3 pagamentos**
PMT = 900 x 1,042	PMT = 900 x 0,531716	PMT = 900 x 0,361717
PMT = 937,80	PMT = 478,54	PMT = 325,55

04

2 - Coeficiente de Financiamento para SUA

Da mesma maneira que ocorre em SUP, o coeficiente de financiamento (CF(i,n)) para SUA, a uma determinada taxa de juros (i) e um dado número de parcelas (n) é o fator que aplicado sobre o valor presente (PV) de um determinado bem ou serviço resultará na prestação da série (PMT).

Sendo o valor presente de uma série antecipada calculado pela equação:

$$PV = PMT \times FVP(i,n) \times (1 + i) \qquad (7)$$

Resolvendo a equação (7) para a prestação, teremos:

$$PMT = \frac{PV}{FPV(i,n) \times (1+i)} \qquad (8)$$

Ou:

$$PMT = PV \times \underbrace{\frac{1}{FPV(i,n) \times (1+i)}}_{\text{CF"(i,n)}} \qquad (9)$$

05

Considerando-se a definição dada anteriormente para o Coeficiente de Financiamento, pode-se concluir que o coeficiente de financiamento para SUA (CF"(i,n)), dada uma taxa "i" e um número de termos "n" será:

$$CF"(i,n) = \frac{1}{FPV(i,n) \times (1+i)} \qquad (10)$$

Dado que:

$$FPV(i,n) = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \qquad (5)$$

Substituindo-se a equação (5) na (10), têm-se:

$$CF''(i,n)=\frac{i\times(1+i)^{n-1}}{(1+i)^{n}-1} \tag{11}$$

A partir da equação (11), podemos calcular o coeficiente de financiamento para Séries Uniformes Antecipadas (CF”(i,n)) para qualquer taxa “i” e prazo “n”.

Aplicando-se os coeficientes calculados mediante o uso da equação (11), no valor presente do bem ou serviço, teremos o valor das prestações para diferentes prazos, para séries uniformes antecipadas (SUA).

Exercício Resolvido

06

1) Uma loja financia a venda de seus produtos em 3 parcelas, a primeira sendo paga no ato da compra, a uma taxa de 5% ao mês. Com base nestas informações:
a) Calcule o coeficiente de financiamento para financiamentos em 2 e 3 parcelas.
b) Determine o valor das prestações de um bem, cujo preço à vista é de R$500,00, para compras efetuadas em 2 e 3 pagamentos.
a) Variáveis: i = 0,05 e n = 2 ou 3 (condições = SUA)

Solução: sendo $CF''(i,n)=\frac{i\times(1+i)^{n-1}}{(1+i)^{n}-1}$

Para n=2

$$CF''(5\%,2)=\frac{0{,}05\times(1+0{,}05)^{2-1}}{(1+0{,}05)^{2}-1}$$

CF”(5%,2) = 0,512195

Para n=3

$$CF''(5\%,3)=\frac{0{,}05\times(1+0{,}05)^{3-1}}{(1+0{,}05)^{3}-1}$$

CF”(5%,3) = 0,349722

O coeficiente de financiamento (CF) para duas parcelas será de 0,512195 e para três parcelas 0,349722. Estes valores aplicados ao preço à vista de um produto nos darão o valor das prestações para financiamentos pagos em duas e três parcelas, respectivamente.

07

b) Para calcular o valor das parcelas para financiamentos de 2 e 3 prestações, basta aplicar os coeficientes no valor presente (à vista) do bem:
Variáveis: PV = 500,00; CF”(5%,2) = 0,512195; CF”(5%,3)= 0,349722

Sendo: PMT = PV x CF"(i,n)

Para 2 pagamentos	**Para 3 pagamentos**
PMT = 500 x 0,512195	PMT = 500 x 0,349722
PMT = 256,10	PMT = 174,86

08

3 - UTILIZANDO O EXCEL

Abrir o Excel e seguir o procedimento

Os procedimentos abaixo servem apara a construção de tabelas de coeficientes com até 10 prestações e 5 taxas.

18. Abra uma pasta nova que depois poderá ser arquivada com o nome de Coeficientes de Financiamento

PLANILHA DE CÁLCULO DO CF para SUP

19. Na célula B2 escreva: Coeficiente de Financiamento – SUP.
20. No intervalo B3 digite o título "n/i"; no intervalo C3:G3 coloque as taxas de "1%" a "5%" e no intervalo B4:B13 o número de parcelas de "1" até "10".
21. Formate o intervalo C4:G13 como número com seis casas decimais.
22. No intervalo C4:C13, registre as fórmulas de cálculo do coeficiente de financiamento dados a taxa "i" e o número de parcelas "n" correspondentes, onde:

22.1 Na célula C4: =C3/(1-(1+C3)^-B4)
22.2 Na célula C5: =C3/(1-(1+C3)^-B5)
22.3 Na célula C6: =C3/(1-(1+C3)^-B6)
22.4 Na célula C7: =C3/(1-(1+C3)^-B7)
22.5 Na célula C8: =C3/(1-(1+C3)^-B8)
22.6 Na célula C9: =C3/(1-(1+C3)^-B9)
22.7 Na célula C10: =C3/(1-(1+C3)^-B10)
22.8 Na célula C11: =C3/(1-(1+C3)^-B11)
22.9 Na célula C12: =C3/(1-(1+C3)^-B12)
22.10 Na célula C13: =C3/(1-(1+C3)^-B13)

23. Copie o intervalo C4:C13 para os intervalos D4:D13, E4:E13, F4:F13 e G4:G13.

PLANILHA DE CÁLCULO DO CF para SUA

24. Efetue os mesmos procedimentos (1 a 6) utilizados para a construção da tabela de coeficientes para SUP, alterando apenas as fórmulas, conforme abaixo:

24.1 Na célula C4: =(C3*(1+C3)^(B4-1))/(((1+C3)^B4)-1)
24.2 Na célula C5: =(C3*(1+C3)^(B5-1))/(((1+C3)^B5)-1)
24.3 Na célula C6: =(C3*(1+C3)^(B6-1))/(((1+C3)^B6)-1)
24.4 Na célula C7: =(C3*(1+C3)^(B7-1))/(((1+C3)^B7)-1)
24.5 Na célula C8: =(C3*(1+C3)^(B8-1))/(((1+C3)^B8)-1)
24.6 Na célula C9: =(C3*(1+C3)^(B9-1))/(((1+C3)^B9)-1)
24.7 Na célula C10: =(C3*(1+C3)^(B10-1))/(((1+C3)^B10)-1)
24.8 Na célula C11: =(C3*(1+C3)^(B11-1))/(((1+C3)^B11)-1)
24.9 Na célula C12: =(C3*(1+C3)^(B12-1))/(((1+C3)^B12)-1)
24.10 Na célula C13: =(C3*(1+C3)^(B13-1))/(((1+C3)^B13)-1)

A figura abaixo representa a planilha construída mediante os procedimentos descritos anteriormente:

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2		Coeficientes de Financiamento – SUP (ou SUA)					
3		n/i	1%	2%	3%	4%	5%
4		1					
5		2					
6		3					
7		4					
8		5					
9		6					
10		7					
11		8					
12		9					
13		10					

09

RESUMO

Os coeficientes de financiamento (CF(i,n)) são fatores que aplicados sobre o valor presente (PV) de determinado produto ou serviço, dada uma certa taxa de juros (i) e um número de parcelas (n), irão gerar o valor da prestação de um financiamento.

No caso de operações caracterizadas por Séries Uniformes Postecipadas (SUP), o coeficiente de financiamento (CF(i,n)) é calculado mediante a seguinte equação:

$$CF(i,n) = \frac{i}{1-(1+i)^{-n}} \qquad (6)$$

Para Séries Uniformes Antecipadas (SUA), onde a primeira parcela é paga no ato da compra, o cálculo do coeficiente de financiamento (CF"(i,n)) é efetuado pela expressão:

$$CF(i,n) = \left[\frac{i \times (1+i)^{n-1}}{(1+i)^{n}-1} \right] \qquad (11)$$

A partir dessas duas fórmulas, podemos montar tabelas de coeficientes que facilitem o dia a dia das empresas e que poderão ser utilizadas pelos vendedores, por exemplo, para o cálculo das prestações para diversas opções de compra.

UNIDADE 4 – SÉRIES DE PAGAMENTOS E RECEBIMENTOS
MÓDULO 4 – VALOR PRESENTE LÍQUIDO (VPL) E TAXA INTERNA DE RETORNO (TIR)

01

1 - VALOR PRESENTE LÍQUIDO (VPL)

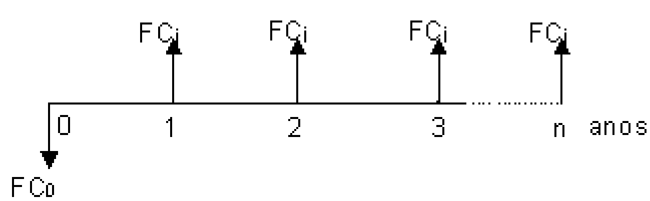
O Valor presente Líquido (VPL) e a Taxa Interna de Retorno (TIR) constituem as principais metodologias empregadas pelo mercado, para auxiliar na tomada de decisões de investimentos.

Partindo-se do princípio de que todo projeto de investimento, enquanto operação financeira pode ser descrito por um fluxo de caixa, a análise desse fluxo por uma das metodologias aqui abordadas (VPL ou TIR) subsidia a tomada de decisão quanto a:

1) ingressar ou não em um determinado projeto e
2) escolher o melhor projeto entre as opções disponíveis.

Considerado o principal critério para avaliação de projetos de investimento, o Valor Presente Líquido, ou VPL, pode ser conceituado como a diferença entre os fluxos de caixa de um projeto (entradas e saídas) descapitalizados até o momento “0” e o seu custo inicial.

Tomando-se a figura abaixo como a representação genérica dos fluxos gerados por projetos de investimento:



Onde:

FC0 = Fluxo inicial (custo)
FCj = Fluxo de caixa gerado pelo projeto para o j-ésimo período (benefícios)
n = tempo final de duração do projeto.

A equação de cálculo do VPL, a partir de sua definição, é dada por:

$$VPL = \left[\frac{FC_1}{(1+r)} + \frac{FC_2}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{FC_n}{(1+r)^n} \right] - FC_0 \qquad (1)$$

Ou

$$VPL = \sum_{j=1}^{n} \frac{FC_j}{(1+r)^j} - FC_0 \qquad (2)$$

Conforme podemos inferir pela equação (2), o valor presente líquido de um fluxo de caixa qualquer (VPL), nada mais é do que o somatório (Σ) do valor presente dos benefícios ou prestações (FC_j), descapitalizados para o momento "0", menos o custo inicial da operação de investimento (FC_0)

A taxa que serve para a descapitalização dos fluxos (r), também denominada taxa de atratividade, representa o retorno exigido pelos investidores para entrar no projeto.

02

2 - Regras de Utilização do VPL

Escolhida a taxa mínima de retorno (*r*), um investimento deve ser aceito se o VPL for positivo (VPL > 0) e rejeitado se o VPL for negativo (VPL < 0).

Havendo mais de um projeto disponível que possa ser aceito, a escolha recairá naquele de maior VPL.

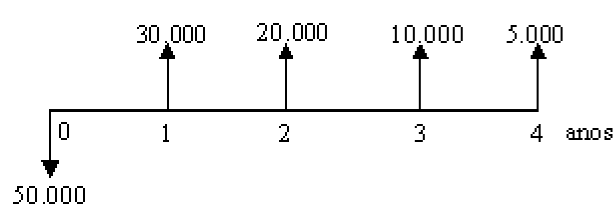
Exercícios Resolvidos

Utilizando a HP12C

03

1) A partir do fluxo de caixa abaixo, representativos de um projeto de investimento, calcule o VPL considerando uma taxa de desconto (atratividade) de:

a) 10% e b) 18%. Indique, para cada uma das taxas, se o projeto deverá ou não ser aceito.



1a) VPL para r = 10%

$$VPL = \sum_{j=1}^{n} \frac{FC_j}{(1+r)^j} - FC_0$$

$$VPL = \frac{30.000}{(1+0{,}10)} + \frac{20.000}{(1+0{,}10)^2} + \frac{10.000}{(1+0{,}10)^3} + \frac{5.000}{(1+0{,}10)^4} - 50.000$$

VPL = R$ 4.729,87

Resposta: Com base no critério do VPL, a uma taxa de retorno de 10% o investimento deverá ser aceito, pois o VPL é igual a R$ 4.729,87 e, portanto, maior que zero.

04

1b) VPL para r = 18%

$$VPL = \frac{30.000}{(1+0{,}18)} + \frac{20.000}{(1+0{,}18)^2} + \frac{10.000}{(1+0{,}18)^3} + \frac{5.000}{(1+0{,}18)^4} - 50.000$$

VPL = – R$ 1.547,33

Resposta: Com base no critério do VPL, a uma taxa de retorno de 18% o investimento deverá ser rejeitado, pois o VPL é igual a – R$ 1.547,33 e, portanto, menor do que zero.

Importante! Um projeto com VPL > 0 indica que o valor presente dos benefícios esperados para o projeto é maior que seu custo. Por outro lado, um projeto com VPL < 0 indica que o valor presente dos fluxos de caixa esperados para este projeto é inferior ao seu custo.

05

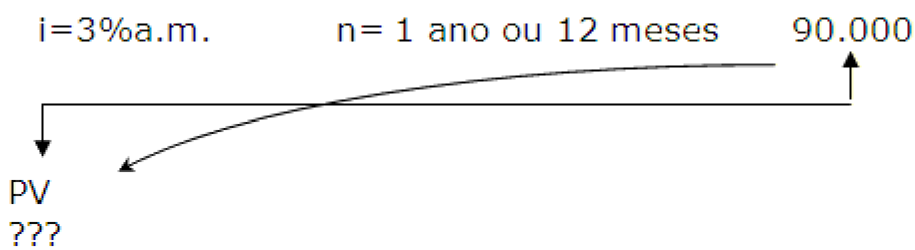
Utilizando a HP12C

Valor presente de um capital ou conjunto de capitais

Tendo em vista que o dinheiro tem valor no tempo, qualquer capital expresso numa data futura tem um valor equivalente na data de hoje. Este valor equivalente ou também chamado valor atual ou ainda denominado valor presente, é muito importante para a análise da viabilidade dos projetos de investimento e por conseqüência para a tomada de decisão.

Exemplo:

Qual o valor presente de uma debênture de R$ 90.000.00 de parcela única, com vencimento para 12 meses e taxa de juros de 3%a.m.?



Pode-se trabalhar com a taxa mensal ou achar a equivalente anual. Utilizando a fórmula de descapitalização temos:

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^n} \longrightarrow PV = \frac{90.000}{(1+0{,}03)^{12}} \longrightarrow PV = 63.124{,}19$$

OU

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^n} \longrightarrow PV = \frac{90.000}{(1+0{,}4258)^{1}} \longrightarrow PV = 63.124{,}19$$

Ou seja, a debênture de vence em 12 meses, no valor de R$ 90.000,00, deve ser comprada hoje a um preço de R$ R$ 63.124,19.

Também pode-se resolver esta questão utilizando a HP12C conforme fluxo abaixo:

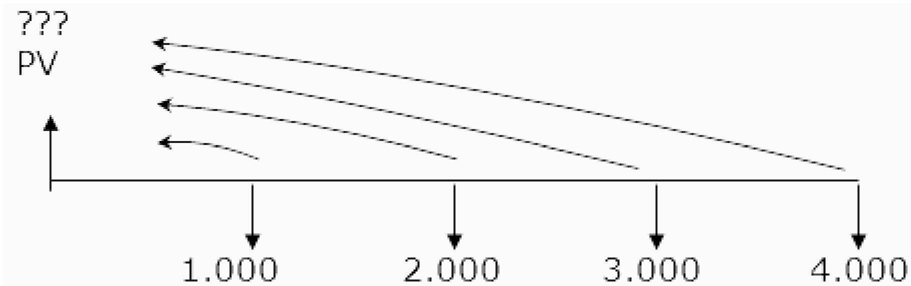
1o – Zerar a memória da calculadora
2o – 90.000 FV
3o – 12 n
4o – 3 i
5o – Teclar PV para achar o valor presente

Da mesma forma que calcula-se o valor presente de um fluxo de capital pode-se calcular também o valor presente de um conjunto de capitais, que é dado pela soma dos valores atuais de cada um dos capitais que compõem o fluxo total. Neste caso não existe uma fórmula única que calcule todos os conjuntos de capitais. A solução ocorre por intermédio da calculadora financeira.

06

Exemplo:

Um cliente quer pagar uma dívida ao banco representada por 4 notas promissórias com vencimentos mensais consecutivos, no valor de R$1.000, R$2.000, R$3.000 e R$4.000. Qual o valor presente desta dívida sabendo-se que a taxa de juros é de 2% a.m.?



Num primeiro momento alguém poderia pensar que bastaria somar o valor das notas promissórias e o montante da dívida seria R$10.000,00. Lembre-se que o dinheiro muda seu valor no tempo. R$ 4.000,00 daqui a 4 meses tem valor diferente que R$ 4.000,00.

Portanto, como o cliente deseja pagar sua dívida futura hoje, é necessário trazer seu fluxo de pagamentos futuros a valor presente. Para tanto deve-se procede da seguinte maneira:

$$PV = \frac{1.000}{(1+0,02)^1} + \frac{2.000}{(1+0,02)^2} + \frac{3.000}{(1+0,02)^3} + \frac{4.000}{(1+0,02)^4}$$

$$\downarrow$$

$$PV = \frac{1.000}{1,02} + \frac{2.000}{1,0404} + \frac{3.000}{1,06121} + \frac{4.000}{1,08243}$$

$$\downarrow$$

$$PV = 980,39 + 1.922,33 + 2.826,97 + 3.695,38$$

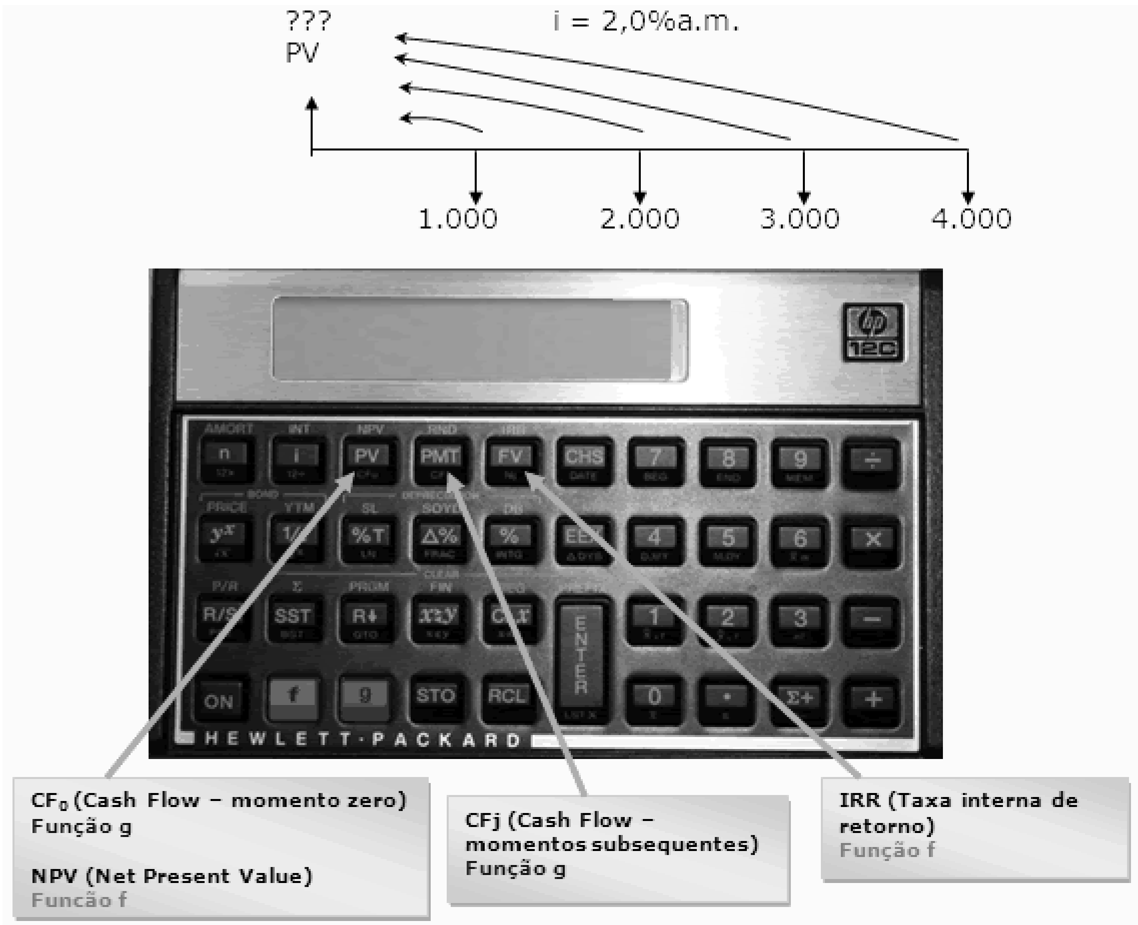
$$PV \approx \text{R\$ } 9.425,08$$

O valor é bem diferente que os R$ 10.000,00 formados pela simples soma das parcelas nominais. O exemplo acima é simples. Possui apenas 4 fluxos e por esta razão é possível soluciona-la utilizando a fórmula de descapitalização de juros compostos.

Contudo, na vida prática os fluxos são mais complexos e o auxílio da calculadora torna-se imprescindível. Para tanto é necessário conhecer-se mais três teclas e o uso das funções f e g na HP12C.

07

Utilizando a HP12C



1º Passo: Zerar a máquina

2º Passo: Inserir o fluxo de caixa no momento inicial.

No momento 0 não há fluxo de caixa. Na verdade neste momento localiza-se o valor que se quer descobrir. Desta forma não é necessário inserir nenhum valor no momento zero ou inserir o valor 0.Quem quiser praticar pode inserir o valor 0 da seguinte maneira:

Teclar   e . No momento em que aciona-se a tecla g a função CF0,localizada na tecla PV, é sensibilizada.

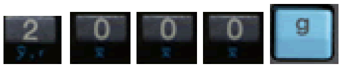
A mesma lógica vale para a tecla .

3º Passo: Inserir os fluxos de caixa.

No exemplo são 4 fluxos de valores diferentes entre si. É necessário entrar um a um conforme instrução a seguir:

e 

- Fluxo do primeiro período



e 

- Fluxo do segundo período

e 

- Fluxo do terceiro período

e 

- Fluxo do quarto período

4º Passo: Inserir a taxa

O procedimento de inserção da taxa é o mesmo de qualquer operação. 

.

5º Passo: Achar o Valor Presente

Após o procedimento de entrada de todos os dados, basta achar o Valor Presente dos fluxos inseridos, teclando 

. No visor aparecerá o valor R$ 9.425,08.

08

3 - Taxa Interna de Retorno (TIR)

A Taxa Interna de Retorno (TIR) é a taxa de desconto que iguala o VPL estimado de um investimento a zero.

Matematicamente, dado que o VPL é calculado por:

$$VPL = \sum_{j=1}^{n} \frac{FC_j}{(1+r)^j} - FC_0 \qquad (1)$$

Aplicando-se o conceito da TIR na equação acima, onde a TIR é a taxa de desconto que torna o VPL = 0, têm-se:

$$0 = \sum_{j=1}^{n} \frac{FC_j}{(1+r)^j} - FC_0 \qquad (2)$$

Isolando FC_0:

$$FC_0 = \sum_{j=1}^{n} \frac{FC_j}{(1+r)^j} \qquad (3)$$

A partir da equação (3) acima, pode-se inferir que a TIR será a taxa de desconto ou retorno que iguala o valor presente dos fluxos futuros de um investimento ao seu custo inicial.

Calculada a TIR de um projeto, este será aceito se a taxa encontrada for superior à taxa de retorno exigida pelo investidor e rejeitado se for inferior a esta taxa.

Havendo mais de um projeto disponível que possa ser aceito, a escolha recairá naquele de maior TIR.

09

Cálculo da TIR

O cálculo da TIR não é direto e, mesmo realizado mediante o uso de calculadoras financeiras, ou do Excel, constitui-se num processo de tentativa e erro.

Para permitir maior agilidade nesse processo, utilizaremos um método denominado interpolação linear, baseado na equivalência de triângulos.

Inicialmente, vamos inferir sobre a relação entre a taxa de juros e o valor presente de fluxos de caixa e depois transpor esta relação geometricamente.

Analisando a equação (3) que explicita o conceito da TIR, onde:

$$FC_0 = \sum_{j=1}^{n} \frac{FC_j}{(1+r)^j} \qquad (3)$$

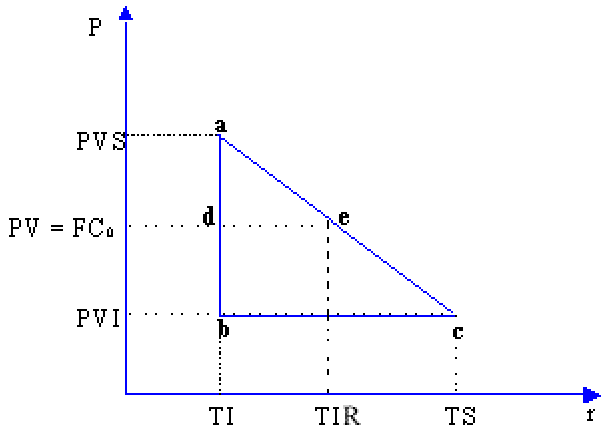
Podemos inferir, a partir da equação (3), que a taxa de retorno (r) possui uma relação inversa com o custo inicial do projeto (FC_0), devido a encontrar-se no denominador da equação que transforma o somatório ( ) dos fluxos futuros em valor presente e os iguala a FC_0.

Assim, no processo de tentativa e erro para determinar a TIR, caso seja escolhida uma taxa de retorno maior do que a TIR verdadeira, o valor presente dos fluxos de caixa será menor do que FC_0.

Por outro lado, caso seja escolhida uma taxa de retorno menor do que a TIR verdadeira, o valor presente dos fluxos será maior do que FC_0.

10

Representando a relação entre a taxa e o valor presente dos fluxos em termos geométricos, têm-se:



Na figura acima podemos verificar que a TIR é a taxa (r) que iguala o valor presente (PV) dos fluxos de caixa futuros de um projeto ao seu custo FC_0.

Se a taxa escolhida for superior (TS) a TIR, resultará em um valor presente inferior (PVI) ao FC_0, dada sua relação inversa.

Se a taxa escolhida for inferior (TI) a TIR, resultará em um valor presente superior (PVS) ao FC_0.

Esta relação, demonstrada geometricamente, gera dois triângulos cuja razão dos lados (abc e ade) forma uma proporção, assim:

$$\frac{ab}{bc} = \frac{ad}{de} \qquad (4)$$

11

Sendo no triângulo:

$$ab = PVS - PVI \qquad (5)$$

$$bc = TS - TI \qquad (6)$$

$$ad = PVS - FC_0 \qquad (7)$$

$$de = TIR - TI \qquad (8)$$

Substituindo as equações (5), (6), (7) e (8) na (4), têm-se:

$$\frac{(PVS - PVI)}{(TS - TI)} = \frac{(PVS - FC_0)}{(TIR - TI)} \tag{9}$$

Resolvendo a equação (9) para a TIR:

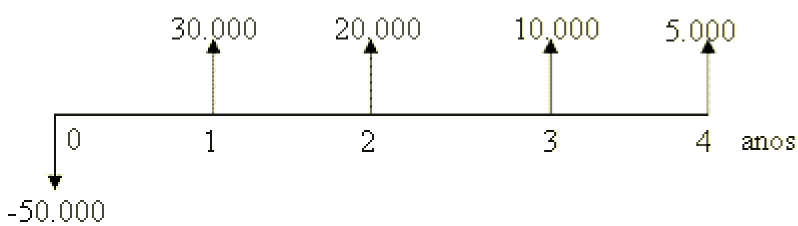
$$TIR = \frac{(PVS - FC_0) \times (TS - TI)}{(PVS - PVI)} + TI \tag{10}$$

Determinadas as variáveis; TS, TI, PVS e PVI, a equação (10) é aplicada para se obter a TIR.

<u>Exercício Resolvido</u>

12

1) Calcular a taxa interna de retorno do fluxo de caixa abaixo, representativo de um projeto de investimento, indicando se o mesmo deverá ou não ser aceito, caso a taxa de retorno exigida pelos investidores seja de 18% ao ano.



1º Passo – Escolha uma taxa qualquer, digamos de 16%, calcule o valor presente dos fluxos do projeto e compare o resultado com o custo (FC_0), para identificar se o valor encontrado é superior (PVS) ou inferior (PVI) ao FC_0.

$$PV = \frac{30.000}{(1+0{,}16)} + \frac{20.000}{(1+0{,}16)^2} + \frac{10.000}{(1+0{,}16)^3} + \frac{5.000}{(1+0{,}16)^4} \cong 49.893{,}36 < FC_0$$

O valor encontrado é PVI, dado que é menor do que FC_0.

2º Passo – Identifique se a primeira taxa escolhida é superior (TS) ou inferior (TI) a TIR. Lembre-se que se PV > FC_0 a taxa será inferior e se PV < FC_0 a taxa será superior.

No exemplo, 16% é a taxa superior TS, dado que o PV encontrado, no valor de R$ 49.893,36 (1º passo) é inferior ao FC_0 de R$ 50.000,00.

13

3º Passo – Se a taxa escolhida anteriormente for uma TS, você deverá encontrar uma TI, caso contrário, se a taxa for uma TI, você deverá encontrar uma TS.

Como já achamos a TS, vamos tentar com 15% para verificar se esta é uma TI (lembre-se, o resultado do PV deverá ser maior do que FC_0)

$$PV = \frac{30.000}{(1+0{,}15)} + \frac{20.000}{(1+0{,}15)^2} + \frac{10.000}{(1+0{,}15)^3} + \frac{5.000}{(1+0{,}15)^4} \cong 50.643{,}76 > FC_0$$

Tendo em vista que com 15% o valor encontrado é superior ao FC_0, podemos aceitar esta taxa como sendo a taxa inferior (TI) e o valor gerado por ela como o valor superior (PVS).

4º Passo – Calcula-se a TIR, equação (10), a partir dos resultados obtidos nos passos 1, 2 e 3, onde encontramos:

Variáveis

FC_0 = 50.000

TS = 16%

PVI = 49.893,36
TI = 15%
PVS = 50.643,76

Solução

$$TIR = \frac{(PVS - FC_0)\times(TS - TI)}{(PVS - PVI)} + TI$$

$$TIR = \frac{(50.643{,}76 - 50.000{,}00)\times(0{,}16 - 0{,}15)}{(50.643{,}76 - 49.893{,}36)} + 0{,}15$$

$$TIR \cong 15{,}86$$

Resposta: A TIR do projeto é de aproximadamente 15,86% e, como a taxa exigida pelos investidores é de 18%, o investimento não deverá ser aceito.

14

4 - UTILIZANDO O EXCEL

Abrir o arquivo e seguir o procedimento

25. Abra uma pasta nova que depois poderá ser arquivada com o nome de VPL e TIR.

PLANILHA DE CÁLCULO DO VPL E DA TIR

26. Na célula B2 escreva: Cálculo do VPL e da TIR.

27. No intervalo B3:D3, digite os títulos “Período”; “Fluxo” e “PV” e na célula D20 “Resultado”.

28. No intervalo B4:B19, escreva os períodos de “0”a “15”.

29. No intervalo B20:B22 escreva “Taxa de Atratividade”, “VPL” e “TIR”.

30. Usando os recursos de formatação do Excel, formate os intervalos C4:C19 e D4:D19 e a célula D21 como moeda e as células C20 e D22 como percentual %, todos com duas casas decimais.

31. Na célula D4: Digite =C4/(1+C20)^B4.

32. Copie a célula D4 para todas as células do intervalo D5:D19.

33. No intervalo D21:D22, registre as fórmulas de cálculo das variáveis “VPL” e “TIR”, utilizando a função lógica SE, ou então digite:

33.1 Na célula D21: =SE(C21="?";SOMA(D4:D19);"")

33.2 Na célula D22: =SE(C22="?";TIR(C4:C19);"")

34. As fórmulas acima estabelecem as relações lógicas da função. Analisando, por exemplo, a equação da célula D4, terá:

<u>SE</u> for cumprida a condição lógica C21 = “?”
<u>ENTÃO</u> calcule =SOMA(D4:D19) e apresente o resultado na célula D4
SENÃO registre um rótulo vazio “” na célula D4

35. Caso deseje utilizar a função SE diretamente, coloque o cursor na célula D4 e selecione INSERIR, FUNÇÃO.

36. No campo CATEGORIA escolha: LÓGICA e no campo NOME escolha SE.

37. Tomando como base a equação 7.1, no campo Teste lógico insira C21=”?”; no campo Valor_se_verdadeiro, digite: SOMA(D4:D19) e no campo Valor_se_falso digite “”.

38. Ao final da digitação clique OK.

39. Repita os procedimentos de 8 a 11 para intervalo D22, com base na equação 7.2.

Efetue a solução dos exercícios resolvidos no capítulo colocando as variáveis do enunciado nos campos referentes aos “dados” e “?” no campo “dados” da variável que se deseja calcular no problema: “VPL” ou “TIR”.

IMPORTANTE! – Esta planilha está preparada para a solução de problemas envolvendo até 16 fluxos. Os fluxos negativos (aplicação de recursos) deverão ser indicados com o sinal “-“.

A figura abaixo representa a planilha construída mediante os procedimentos descritos anteriormente:

	A	B	C	D
1				
2		Cálculo do VPL e da TIR		
3		Período	Fluxo	PV
4		0		
5		1		
6		2		
7		3		
8		4		
9		5		
10		6		
11		7		
12		8		
13		9		
14		10		
15		11		
16		12		
17		13		
18		14		
19		15		
20		Taxa de Atratividade		Resultado
21		VPL		
22		TIR		

15

RESUMO

Verificamos, neste módulo, que as duas metodologias mais empregadas na análise de investimentos são o Valor Presente Líquido (VPL) e a Taxa Interna de Retorno (TIR).

Matematicamente, o VPL de um determinado fluxo de caixa é dado por:

$$VPL = \sum_{j=1}^{n} \frac{FC_j}{(1+r)^j} - FC_0 \qquad (1)$$

A equação (1) revela que o Valor Presente Líquido de um fluxo de caixa (VPL) será o resultado da soma dos valores presentes dos fluxos gerados por este projeto (FC_j), descontados por uma taxa de atratividade (r), previamente definida, menos o seu custo inicial (FC_0).

Pelo método do VPL, um determinado projeto de investimento será aceito se o seu VPL se apresentar positivo (VPL > 0) e será rejeitado se o seu VPL for negativo (VPL < 0).

Existindo mais de um projeto com VPL positivo, será preferível aquele que tiver o maior VPL.

16

Quanto a chamada “Taxa Interna de Retorno” (TIR), verificamos que, conceitualmente, representa a taxa que iguala o somatório (S) dos valores presentes dos fluxos esperados de um investimento (FC_j) ao seu custo inicial (FC_0), onde:

$$FC_0 = \sum_{j=1}^{n} \frac{FC_j}{(1+r)^j} \qquad (3)$$

O cálculo da TIR é obtido mediante processo de tentativa e erro e pela aplicação da seguinte fórmula:

$$TIR = \frac{(PVS - FC_0) \times (TS - TI)}{(PVS - PVI)} + TI \qquad (10)$$

Onde:

PVS = valor presente superior ao FC_0, encontrado ao aplicarmos aleatoriamente uma taxa inferior a TIR na equação (3)
PVI = valor presente inferior ao FC_0, encontrado ao aplicarmos aleatoriamente uma taxa superior a TIR na equação (3)
TS = taxa superior que gera o PVI, obtida aleatoriamente
TI = taxa inferior que gera o PVS, obtida aleatoriamente