Atividades Complementares

Função Quadrática

1) Dada $f(x) = 3x^2 + 4x$ encontre
a) f(-1)

Resolução

f(-1)= $3(-1)^2 + 4.(-1) = 3 - 4 = -1$

b) f(3)

Resolução

f(3)= $3(3)^2 + 4.3 = 3.9 + 12 = 27 + 12 = 39$

a) f(a+b) – f(a)

Resolução

$$f(a+b) = 3(a+b)^2 + 4(a+b) = 3(a^2 + 2ab + b^2) + 4a + 4b = 3a^2 + 6ab + 3b^2 + 4a + 4b$$
$$f(a) = 3a^2 - 3a$$

Assim
$$f(a+b) - f(a) =$$
$$3a^2 + 6ab + 3b^2 + 4a + 4b - (3a^2 + 4a) = 3a^2 + 6ab + 3b^2 + 4a + 4b - 3a^2 - 4a = 3b^2 + 6ab + 4b$$

2) Sabemos que uma função do segundo grau, $y = ax^2 + bx + c$, pode ser escrita como:

$y = a(x - x_0)(x - x_1)$ onde x_0 e x_1 são as raízes de y.

Usando esse resultado fatore

$$y = 2x^2 - 3x + 1$$

Resolução

Usando a fórmula de Báskara obteremos as seguintes raízes:

$$x_{1,2}=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4.2.1}}{2.2}=\frac{3\pm1}{4}\Rightarrow x_1=\frac{4}{4}=1\quad e\quad x_2=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

Logo:

Y=2(x-1)(x-1/2)

3) .Lucro mensal de uma empresa é dado por $L(x)= -x^2+10x-16$, em que x é a quantidade vendida. Para que valores de x o lucro é nulo? Qual será o valor de x para que o lucro seja máximo? Qual é o lucro para este valor?

Resolução

a) Encontrando as raízes da equação encontramos os valores para os quais o lucro é nulo, ou seja encontrar os valores de x nos quais L(x) = 0.

$L(x)= -x^2+10x-16 = 0$

$-x^2+10x-16 = 0$

Aplicando a fórmula de Baskara encontra-se

Δ=36 X=2 e X=8

Para que o lucro seja máximo, encontramos o ponto do vértice da parábola, pois a parábola é côncava para baixo, pois a = -1 <0, logo aplicando-se a fórmula Xv= -b/2a

Chegaremos a

Xv= 5

Substituindo X_v na fórmula do lucro por, isto é x= 5 encontraremos o valor do lucro máximo.

Logo $L(5) = (-5)^2+ 10(5) -16 = 59,00$

Atividades Complementares

Função Racional

1) Obtenha o ponto de equilíbrio de mercado para a eguinte função de demanda e oferta:

demanda: $p = 1/x^2$
oferta: $p = x$

Resolução:
O ponto de equilíbrio será obtido igualando oferta com demanda, ou seja,
$\frac{1}{x^2} = x$ assim $1 = x^3$ ou seja $1 - x^3 = 0$.
Queremos encontrar os valores de x tais que 1 menos x elevado ao cubo seja igual a zero, ou seja

$1 - x^3 = 0$.
O ponto x=1 satisfaz a igualdade acima.
Para x=1 encontramos p=1. Então o ponto (1,1) é o ponto de equilíbrio.

2) Considere a função de produção $p = 100x^{\frac{1}{2}}$, onde p é o número de sacas de café produzidas por ano numa fazenda e x, o número de pessoas empregadas, durante o ano.

a) Quantas sacas serão produzidas se forem empregadas 16 pessoas por ano?
   Qual a produtividade média?
b) Quantas sacas serão produzidas se forem empregadas 64 pessoas por ano?
   Qual a produtividade média?
c) O que acontecerá com a quantidade produzida se o número de pessoas empregadas quadruplicar?

Para resolver esse problema, leia o texto a segui
r.
Denomina-se Função de Produção a relação entre a quantidade física dos fatores, tais como capital, trabalho, etc., e a quantidade física do produto na unidade de tempo. Se considerarmos fixos todos os fatores menos um, a quantidade produzida é função desse fator. Chamando p a quantidade produzida na unidade de tempo e x a quantidade do fator variável utilizado na unidade de tempo, temos:

P=f(x)

Chamamos produtividade média do fator variável (e indica-se por p_m) o valor:

$$p_m = \frac{p}{x}$$

Resolução:
a) x=16

$$p = 100(16)^{\frac{1}{2}} = 100\sqrt{16} = 100.4 = 400$$

$$p_m = \frac{p}{x} = \frac{400}{16} = 25$$

b) x=64

$$p = 100\sqrt{64} = 100.8 = 800$$

$$p_m = \frac{p}{x} = \frac{800}{64} = 12{,}5$$

c) O número de pessoas quadruplicará significa que: x = 4x
Substituindo este valor na equação:

$$p = 100\sqrt{4x} = 100.2\sqrt{x} = 2.100\sqrt{x} = 2.a\ \textit{função produção}$$

podemos concluir que a quantidade irá dobrar.

Atividade Complementar

Função Logarítmica e exponencial

1) O número de habitantes de uma cidade é hoje 7000, e cresce à taxa de 3% ao ano.

a) Qual será o número de habitantes daqui a 8 anos?
b) Qual será o número de habitantes daqui a 30 anos?
c) Daqui a quanto tempo (aproximadamente) a população dobrará?

Dados: log2=0,3010; log(1,03)=0,0128.

Resolução:

a) $V_0 = 7000\ e\ \ K = 3\% = 0{,}03$

Assim n=8

$$V_8 = 7000(1+0{,}03)^8 = 7000(1{,}03)^8 = 8867{,}39$$

b) $V_{30} = 7000(1+0{,}03)^{30} = 16990{,}83$

c) Para resolvermos este item deveremos rever a seguinte propriedade de função logarítmica:

$$\log_a m^k = k \log_a m$$

Queremos determinar o n.
Façamos,

$$V_n = 2.V_0 \Leftrightarrow 7000(1{,}03)^n = 2.7000$$
$$700(1{,}03)^n = 14000$$
$$(1{,}03)^n = 2$$
$$\log(1{,}03)^n = \log(2) \Leftrightarrow n\log(1{,}03) = \log(2)$$
$$n = \frac{\log(2)}{\log(1{,}03)} = \frac{0{,}3010}{0{,}0128} = 23{,}51\,anos$$

Queremos determinar o tempo para o qual a população dobrará, ou seja, $V_n = 2V_0$.

Para resolvermos a equação: $(1{,}03)^n = 2$, precisamos tirar o n do expoente, para isto o único recurso é aplicarmos a função logarítmica em ambos os lados da igualdade e em seguida usarmos a propriedade descrita acima.

2) Um capital é aplicado em regime de juros composto a uma taxa de 12%ao ano, depois de quanto tempo este capital estará triplicado?

Resolução

Temos que montante $= C(1+i)^n$, neste problema queremos determinar n (período) para que montante = 3.C

C= capital qualquer=1000(podemos supor um valor qualquer);

Logo teremos: 3C= $C(1+0{,}12)^n$, lembre-se que 12%=12/100=0,12.

Assim

$$3*1000=1000(1{,}12)^n$$
$$\frac{3000}{1000} = (1{,}12)^n \Rightarrow 3 = (1{,}12)^n \Rightarrow \log(3) = n\log(1{,}12)$$

$$\frac{\log(3)}{\log(1{,}12)} = n \quad \Rightarrow \quad n = \frac{1{,}098}{0{,}113} = 9{,}71 \; aproximadamentte$$