EQUIVALÊNCIAS NOTÁVEIS

Regra da Dupla Negação:

$$\sim\sim p \Leftrightarrow p$$

Regra da Condicional

$$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q$$

Regra da Bicondicional:

$$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

Regra da Disjunção Exclusiva:

$$p \veebar q \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge \sim(p \wedge q)$$

ou

$$p \veebar q \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$$

Regra de Clavius:

$$\sim p \rightarrow p \Leftrightarrow p$$

Regra da Exportação e Importação:

$$p \wedge q \rightarrow r \Leftrightarrow p \rightarrow (q \rightarrow r)$$

Regra de Absorção:

$$p \rightarrow p \wedge q \Leftrightarrow p \rightarrow q$$

Idempotência da Conjunção:

$$p \wedge p \Leftrightarrow p$$

Idempotência da Disjunção:

$$p \vee p \Leftrightarrow p$$

Comutativa da Conjunção:

$$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$$

Comutativa da Disjunção

$$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$$

Associativa da Conjunção:

$$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$$

Associativa da Disjunção:

$$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$$

Comutativa da Bicondicional:

$$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow q \leftrightarrow p$$

Associativa da Bicondicional:

$$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r \Leftrightarrow p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)$$

Identidade da Conjunção:

$$p \wedge t \Leftrightarrow p$$

$$p \wedge c \Leftrightarrow c$$

$$p \wedge {\sim}p \Leftrightarrow c$$

onde,

t é tautologia, ou seja, **V(t)=V**

c é uma contradição, ou seja, **V(c)=F**

Identidade da Disjunção:

$$p \vee t \Leftrightarrow t$$

$$p \vee c \Leftrightarrow p$$

$$p \vee {\sim}p \Leftrightarrow t$$

onde,

t é tautologia, ou seja, **V(t)=V**

c é uma contradição, ou seja, **V(c)=F**

Distributiva da Conjunção:

$$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

Distributiva da Disjunção:

$$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

Absorção da Conjunção:

$$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$$

Absorção da Disjunção:

$$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$$

Regras de **DE MORGAN**

$$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \vee \sim q)$$

e

$$\sim(p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$$

Diz-se que MORGAN é uma regra onde a negação transforma a conjunção em disjunção e também a disjunção em conjunção. Por exemplo, aplicando MORGAN em $\sim(\sim p \wedge \sim q)$ temos:

1º) passar a negação para dentro do parêntese e trocar a operação do centro. Se a operação inicial for " $\wedge$ ", troca-se por " $\vee$ ", e vice-versa:
$(\sim\sim p \wedge \sim\sim q)$
2º) aplicar a regra da Dupla Negação, obtendo então a proposição:
$(p \wedge q)$

Assim, $\sim(\sim p \wedge \sim q) \Leftrightarrow (p \wedge q)$

Negação da Condicional

$$\sim(p \rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \sim q$$

Explicação:
1º) dentro do parêntese, use a regra da condicional, obtendo:
$\sim(\sim p \vee q)$

2º) aplicar a regra d MORGAN, obtendo então a proposição:
$(\sim\sim p \wedge \sim q)$

3º) aplicar a regra da Dupla Negação, obtendo por fim a proposição:
$(p \wedge \sim q)$

Assim, $\sim(p \rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \sim q$

Negação da Bicondicional

$$\sim(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$$

Explicação:

1º) dentro do parêntese, use a regra da bicondicional, obtendo:

$\sim((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$

2º) dentro dos parênteses, use a regra da condicional e obtenha:

$\sim((\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p))$

3º) aplique a regra de MORGAN, passando a negação para dentro do parêntese maior, mudando então a $\wedge$ para $\vee$, obtendo a proposição:

$\sim(\sim p \vee q) \vee \sim(\sim q \vee p)$

4º) aplique novamente a regra de MORGAN, passando a negação para dentro dos parênteses menores, mudando então a $\vee$ para $\wedge$, obtendo:

$(\sim\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim\sim q \wedge \sim p)$

5º) aplique a regra da Dupla Negação, obtendo:

$(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

6º) aplique a comutativa no segundo parêntese, apenas para facilitar a memorização da regra:

$(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$

Assim, $\sim(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$

Negação Conjunta

$$p \downarrow q \Leftrightarrow p{\sim} \wedge {\sim}q$$

Este é um conectivo novo, que é utilizado para simplificar a notação de $p{\sim} \wedge {\sim}q$.

Dica: seta apontando para baixo irá se transformar em conjunção, que tem a "abertura" para baixo.

A regra deste novo conectivo $\downarrow$ é: será verdade somente quando p e q forem falsas.

p	q	$p \downarrow q$
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Negação Disjunta

$$p \uparrow q \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$$

Este é um conectivo novo, que é utilizado para simplificar a notação de $\sim p \vee \sim q$.

Dica: seta apontando para cima irá se transformar em disjunção, que tem a “abertura” para acima.

A regra deste novo conectivo $\uparrow$ é: será falsa somente quando p e q forem falsas.

p	q	$p \uparrow q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	V

Os símbolos $\downarrow$ e $\uparrow$ são chamados de conectivos de SCHEFFER.

A veracidade dessas equivalências pode ser comprovada pelo método da tabela verdade. Experimente! Escolha algumas para comprovar.