UNIDADE 2 – INTERPRETAÇÃO DE PROPOSIÇÕES PELO MÉTODO DE TABELA VERDADE

MÓDULO 1 – TABELA VERDADE DAS OPERAÇÕES CONJUNÇÃO, DISJUNÇÃO E DISJUNÇÃO EXCLUSIVA

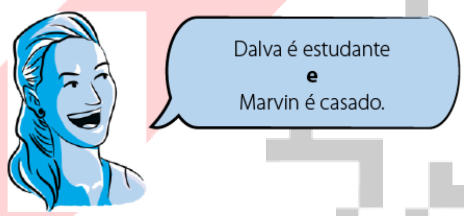
01

1 - TABELA VERDADE

> A tabela verdade é uma tabela, como próprio nome diz, por meio da qual são analisados os valores lógicos de proposições, permitindo uma melhor organização e detalhamento, importantes principalmente quando a proposição composta é uma sentença declarativa extensa.

Além disso, não são todas as sentenças declarativas que possuem um valor lógico conhecido por todos nós, como foram os casos dos exemplos usados anteriormente, quando vimos as regras das operações lógicas, tais como "*A terra é redonda*", "*O sol é quente*", "*O inventor Santos Dumont nasceu no Brasil*" e "*Rio de Janeiro é a capital do Brasil*".

Por exemplo, poderíamos ter a seguinte sentença:



De qual Dalva estamos falando? Quem é Marvin? Ora, como são personalidades desconhecidas, diferentemente do inventor Santos Dumont, não é possível atribuir às declarações um único valor lógico. Resumindo:

> Sendo:
> p: O inventor Santos Dumont nasceu no Brasil.
> Então,
> V(p) = V

> No entanto, sendo:
> p: Dalva é estudante.

> q: Marvin é casado.
> Então,
> V(p) e V(q) não são conhecidos.

02

Ou seja, para analisar o valor lógico da proposição composta **R: p ∧ q** será necessário considerar que o valor de p poderá ser tanto V quanto F, assim como o valor lógico de q.

É nesse tipo de situação que a utilização de tabela verdade fornece a organização necessária para a análise das variadas possibilidades de valores lógicos.

A primeira providência é montar a tabela verdade com o número de linhas corretos, usando a fórmula a seguir, que varia de acordo com a quantidade de proposições simples componentes:

> **Nº linhas da Tabela Verdade = $2^{(\text{nº de proposições simples})}$**

Se estivermos analisando uma proposição composta com duas proposições componentes, como ficaria a tabela verdade? Esta resposta será dada por meio da construção das tabelas verdade das operações lógicas:

$p \wedge q$	Conjunção
$p \vee q$	Disjunção
$p \veebar q$	Disjunção Exclusiva
$p \rightarrow q$	Condicional
$p \leftrightarrow q$	Bicondicional

03

2 - TABELA VERDADE DE P ∧ Q:

Continuando com análise da proposição:

Representada por:
R: p ∧ q

Concentre-se agora nos passos descritos a seguir, compreenda-os acompanhando o preenchimento da tabela verdade. A utilização correta dos referidos passos garante a adequada interpretação da sentença em análise. Portanto, atenção para esta demonstração do método de resolução via tabela verdade:

1º PASSO Cálculo do numero de linhas da tabela verdade

A proposição possui duas componentes: p e q.

Então, a tabela verdade terá $2^2 = 4$ linhas.

Ou seja:

1.			
2.			
3.			
4.			

2º PASSO Cabeçalho das colunas da tabela verdade

As primeiras colunas são sempre para as proposições componentes, sendo uma proposição simples para cada coluna, que no exemplo abaixo são:

	p	q	
1.			
2.			
3.			
4.			

As colunas posteriores são para as operações lógicas existentes na proposição composta, sendo uma coluna para cada operação. No caso do exemplo em referência, há apenas a operação conjunção, a qual se reserva uma coluna, conforme mostrado a seguir:

	p	q	p ∧ q
1.			
2.			
3.			
4.			

05

3º PASSO Preenchimento dos valores lógicos na tabela verdade

Neste caso temos a proposição p e a proposição q como componentes. São essas as colunas primeiramente preenchidas com combinações de valores lógicos possíveis.

	p	q	p ∧ q
1.	V	V	
2.	V	F	
3.	F	V	
4.	F	F	

Ou seja, as combinações possíveis entre p e q são as quatro seguintes:

	p	q	p ∧ q
1.	V	V	V ∧ V
2.	V	F	V ∧ F
3.	F	V	F ∧ V
4.	F	F	F ∧ F

Bem, tendo-se a combinações possíveis, no próximo passo vamos aplicar sobre cada uma delas a regra da operação a ser interpretada. No caso do exemplo, a operação é a conjunção de p com q.

06

4º PASSO Aplicação da regra da operação lógica

Continuando a resolução da proposição p ∧ q por meio da tabela verdade, tem-se que aplicar a regra linha a linha.

> Regra da conjunção: só é verdade quando ambos valores são verdade.

No caso da linha 1, a interpretação é a seguinte: Qual é o resultado da combinação V ∧ V? O resultado é V.

	p	q	p ∧ q
1.	V	V	V
2.	V	F	
3.	F	V	
4.	F	F	

Dessa mesma forma, cada linha é analisada de acordo com a regra da operação, resultando na seguinte tabela verdade final:

	p	q	p ∧ q
1.	V	V	V
2.	V	F	F
3.	F	V	F
4.	F	F	F

Ou seja, cada linha da coluna p ∧ q recebe o resultado da respectiva combinação.

Vamos refletir sobre a resolução de nossa 1ª tabela verdade!

Nesta tabela verdade que resolvemos, o resultado da proposição composta R: p ∧ q será verdade somente no caso da combinação da linha 1, exatamente de acordo com a regra aplicada.

	p	q	p ∧ q
1.	V	V	V
2.	V	F	F
3.	F	V	F
4.	F	F	F

Regra da conjunção

Só é verdade quando ambos são verdade.

Parabéns! Chegou ao final da resolução da primeira tabela verdade! A resolução de tabela verdade é um estudo muito importante na lógica das proposições. Quanto maior a proposição composta a ser interpretada, maior também será a tabela e mais relevante se torna a resolução de forma organizada.

Além da organização e detalhamento, o formato gráfico de uma tabela verdade também facilita a visualização e o entendimento da análise de cada valor lógico.

08

Os passos seguidos na construção da tabela verdade de p ∧ q são os mesmos a serem usados com qualquer outra proposição composta por 2 proposições simples.

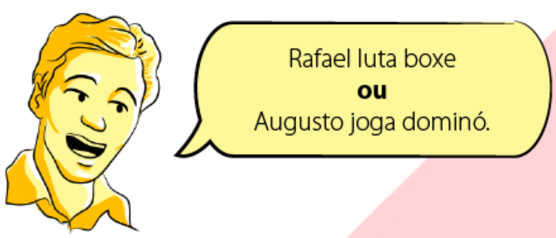
A única diferença será a aplicação da regra da operação, que irá variar de acordo com a operação lógica em evidência. Ainda nesta Unidade vamos estudar as tabelas verdades das seguintes operações:

$p \vee q$	Disjunção
$p \veebar q$	Disjunção Exclusiva
$p \rightarrow q$	Condicional
$p \leftrightarrow q$	Bicondicional

09

3 - TABELA VERDADE DE P V Q:

Considere a declaração:



Representando-a pela proposição p V q e desenvolvendo a respectiva tabela verdade, obtêm-se as interpretações dos possíveis valores lógicos desta sentença

1º. Cálculo do número de linhas da tabela:

Fórmula:

Nº linhas da Tabela Verdade = $2^{(\text{nº de proposições simples})}$

Aplicação da Fórmula:

Nº de proposições simples existente em p V q = 2

Sendo assim,

Nº linhas da Tabela Verdade = 2^2 = 4 linhas

1.			
2.			
3.			
4.			

2º. Cabeçalho das colunas da tabela verdade

	p	q	$p \vee q$
1.			
2.			
3.			
4.			

3º. Preenchimento dos valores lógicos na tabela verdade

Dica:
Quando a tabela for de 4 linhas, para o preenchimento das colunas das proposições simples, que neste caso são p e q, podem ser memorizadas as seguintes sequências:

Sequência 1: Preencher a primeira coluna com a sequência VVFF, ou seja:

	p	q	$p \vee q$
1.	V	V	
2.	V	F	
3.	F	V	
4.	F	F	

Sequência 2: Preencher a segunda coluna com a sequência VFVF, ou seja:

	p	q	p ∨ q
1.	V	V	
2.	V	F	
3.	F	V	
4.	F	F	

11

4º. Aplicação da regra da operação lógica

Neste passo devemos aplicar a regra da disjunção para cada par de valores das colunas p e q, linha a linha. Relembre a regra:

> Regra da disjunção: é verdade quando pelo menos um dos valores for verdade.

Ao aplicar a regra na primeira linha, onde o par de valores é “V” “V”, obtém-se o resultado “V” (verdade) para a operação de disjunção, já que foi satisfeita a necessidade de ter pelo menos um “V” no par. Veja abaixo:

	p	q	p ∨ q
1.	V	V	V
2.	V	F	
3.	F	V	
4.	F	F	

12

Na segunda linha o par de valores é “V” “F”, que também satisfaz a regra de ter pelo menos um “V” no par, resulta então no valor “V” para a disjunção:

	p	q	p ∨ q
1.	V	V	V
2.	V	F	V
3.	F	V	
4.	F	F	

Na terceira linha consta o par de valores é “F” “V”, que, pelo mesmo motivo da segunda linha, resulta no valor “V” para a disjunção:

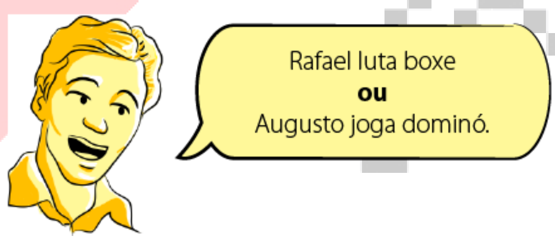
	p	q	p ∨ q
1.	V	V	V
2.	V	F	V
3.	F	V	V
4.	F	F	

Na quarta e última linha, o par de valores é “F” “F”, que é a única combinação de possibilidades, gera o resultado “F” para a disjunção:

	p	q	p ∨ q
1.	V	V	V
2.	V	F	V
3.	F	V	V
4.	F	F	F

Agora, vamos refletir.

Analisando a declaração que originou a proposição de disjunção:



Nota-se que o fato de Rafael lutar boxe não impede que Augusto jogue dominó, conforme conclui o resultado da linha 1.

Do mesmo modo, o fato de Rafael lutar boxe não obriga Augusto a jogar dominó, e vice-versa, tornando coerentes os resultados das linhas 2 e 3. No entanto, ao se construir um pensamento com o conectivo “ou” não é coerente que os dois fatos declarados sejam inválidos, conforme confirma a linha 4.

Verifique cada uma dessas reflexões na tabela verdade da disjunção:

	p	q	$p \vee q$
1.	V	V	V
2.	V	F	V
3.	F	V	V
4.	F	F	F

Regra da disjunção

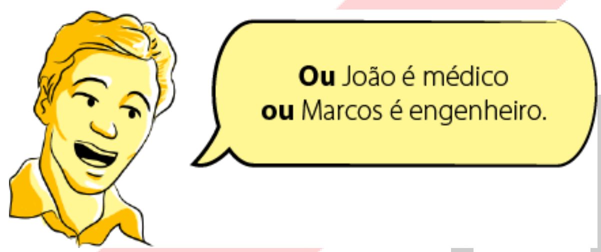
É verdade quando pelo menos um deles for verdade.

14

4 - Tabela verdade de $p \veebar q$:

> Regra da disjunção exclusiva: é verdade quando apenas um dos valores for verdade.

Considere a declaração:



Representada pela proposição $p \veebar q$, será interpretada pela seguinte tabela verdade:

Nº de proposições simples existente em $p \veebar q = 2$

Sendo assim,

Nº linhas da Tabela Verdade = $2^{(\text{nº de proposições simples})}$

Nº linhas da Tabela Verdade = $2^2 = 4$ linhas

Como a tabela é de 4 linhas, podemos usar a dica de preencher a coluna da primeira proposição com VVFF e a segunda proposição com VFVF:

	p	q	$p \veebar q$
1.	V	V	
2.	V	F	
3.	F	V	
4.	F	F	

15

Em seguida, aplica-se a regra da operação, anotando o resultado na respectiva coluna, linha a linha:

	p	q	$p \veebar q$
1.	V	V	F
2.	V	F	V
3.	F	V	V
4.	F	F	F

Ao final, tem-se o resultado para todas as possibilidades de combinações de valores, onde apenas as combinações das linhas 2 e 3 satisfazem a operação da disjunção exclusiva:

	p	q	$p \veebar q$
1.	V	V	F
2.	V	F	V
3.	F	V	V
4.	F	F	F

Regra da disjunção exclusiva

É verdade quando apenas um deles for verdade.

Considere o pensamento:

Eu sempre terei tempo para você, nosso amor sempre será o mais importante e a vida de casal sempre será minha prioridade, ou então estarei triste e amargo.

(autor desconhecido)

Por ser um texto declarativo, podemos fazer a interpretação por meio da lógica das proposições.

Veja a identificação das proposições componentes:

p: Eu sempre terei tempo para você.
q: Nosso amor sempre será o mais importante.
r: A vida de casal sempre será a minha prioridade.
s: Estarei triste.
t: Estarei amargo.

Traduzindo para linguagem simbólica, tem-se a seguinte proposição composta:

X(p, q, r, s, t): (p ∧ q ∧ r) ∨ (s ∧ t)

Faça a tabela verdade desta proposição composta, que denominamos de X(p,q,r,s,t) e confirme se obteve o resultado final correto.

> **Dica:** a regra de precedência não estabelece ordem entre ∧ e V. Se não há parênteses determinando a ordem, pode-se resolver na ordem com que aparecem na proposição.

Resultado da tabela verdade de (p∧q∧r) ∨ (s∧t).

	p	q	r	s	t	...	(p ∧ q ∧ r) ∨ (s ∧ t)
1.	V	V	V	V	V		V
2.	V	V	V	V	F		V
3.	V	V	V	F	V		V
4.	V	V	V	F	F		V
5.	V	V	F	V	V		V
6.	V	V	F	V	F		F
7.	V	V	F	F	V		F
8.	V	V	F	F	F		F
9.	V	F	V	V	V		V
10.	V	F	V	V	F		F
11.	V	F	V	F	V		F
12.	V	F	V	F	F		F
13.	V	F	F	V	V		V
14.	V	F	F	V	F		F
15.	V	F	F	F	V		F
16.	V	F	F	F	F		F
17.	F	V	V	V	V		V
18.	F	V	V	V	F		F
19.	F	V	V	F	V		F
20.	F	V	V	F	F		F
21.	F	V	F	V	V		V
22.	F	V	F	V	F		F
23.	F	V	F	F	V		F
24.	F	V	F	F	F		F
25.	F	F	V	V	V		V
26.	F	F	V	V	F		F
27.	F	F	V	F	V		F
28.	F	F	V	F	F		F
29.	F	F	F	V	V		V
30.	F	F	F	V	F		F
31.	F	F	F	F	V		F
32.	F	F	F	F	F		F

RESUMO

A tabela verdade é um recurso de análise dos valores lógicos de proposições, permitindo uma melhor organização e detalhamento das combinações possíveis.

Para toda proposição com mais de uma proposição simples componente, a tabela verdade reúne as combinações de possibilidades as serem interpretadas, considerando que o valor de cada proposição componente poderá ser tanto V quanto F.

A primeira providência é montar a tabela verdade com o número de linhas corretos, usando a fórmula a seguir, que varia de acordo com a quantidade de proposições simples componentes:

Nº linhas da Tabela Verdade = $2^{(\text{nº de proposições simples})}$

Se estivermos analisando uma proposição composta com duas proposições simples, a tabela verdade terá $2^2 = 4$ linhas. Reservando-se as primeiras colunas para as proposições componentes, simbolizadas por p e q, e uma ou mais colunas posteriores para cada operação lógica existente na proposição composta. Ou seja:

	p	q	...	...	...
1.	V	V			
2.	V	F			
3.	F	V			
4.	F	F			

As colunas das proposições componentes são então preenchidas com combinações de valores lógicos possíveis. Para o caso de tabela com 4 linhas, lembre da dica de preencher com as sequências VVFF e VFVF:

	p	q	...	...	...
1.	V	V			
2.	V	F			
3.	F	V			
4.	F	F			

Neste ponto, tem-se a tabela armada com as combinações possíveis em cada linha, pronta para aplicarmos a cada uma delas a regra da operação lógica a ser interpretada. Tomando-se como exemplo a operação da conjunção, cada linha da coluna p ∧ q recebe o resultado da respectiva combinação de valores:

	p	q	p ∧ q
1.	V	V	V
2.	V	F	F
3.	F	V	F
4.	F	F	F

Finalizando assim a interpretação dos possíveis resultados da sentença:

p ∧ q	Conjunção

Seguindo os mesmos passos, foram resolvidas neste módulo as tabelas verdade das operações:

p ∨ q	Disjunção
p ⊻ q	Disjunção Exclusiva

No próximo módulo, aplicaremos o método de tabela verdade envolvendo as demais operações lógicas básicas: condicional, bicondicional e negação.

UNIDADE 2 – INTERPRETAÇÃO DE PROPOSIÇÕES PELO MÉTODO DE TABELA VERDADE

MÓDULO 2 – TABELA VERDADE DAS OPERAÇÕES CONDICIONAL, BICONDICIONAL E NEGAÇÃO

01

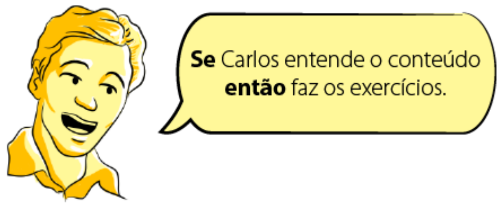
1 - TABELA VERDADE DE P → Q

Se estivermos analisando uma proposição composta com duas proposições componentes interligadas pela operação condicional, como ficaria a tabela verdade?

Antes de iniciar a construção da tabela verdade de p → q, reveja o seguinte:

> Lembretes:
>
> Regra da condicional: só é falso quando for V → F. É verdade nos demais casos.
>
> Nº linhas da Tabela Verdade = 2 $^{(\text{nº de proposições simples})}$

Considere a declaração:



Representada pela proposição p → q, será interpretada pela respectiva tabela verdade, conforme passos a seguir.

1º PASSO Cálculo do número de linhas da tabela:

Nº de proposições simples existente em p ⟶ q = 2

Sendo assim,

Nº linhas da Tabela Verdade = 2^2 = 4 linhas

1.			
2.			
3.			
4.			

2º PASSO Cabeçalho das colunas da tabela verdade

A tabela de 4 linhas é preparada da seguinte forma para a interpretação da condicional:

	p	q	p → q
1.			
2.			
3.			
4.			

03

3º PASSO Preenchimento dos valores lógicos na tabela verdade

No preenchimento das colunas das proposições componentes, que neste caso são p e q, pode ser usada a dica das sequências VVFF e VFVF:

	p	q	p → q
1.	V	V	
2.	V	F	
3.	F	V	
4.	F	F	

4º PASSO Aplicação da regra da operação lógica

Regra da condicional: só é falso quando V→F. É verdade nos demais casos.

Considerando a regra, ao aplicar a regra na primeira linha, onde o par de valores é “V””V”, obtém-se o resultado “V” (verdade) para a operação de condicional:

	p	q	p → q
1.	V	V	V
2.	V	F	
3.	F	V	
4.	F	F	

Dica

Quando a tabela for de 4 linhas, as sequencias das colunas as proposições componentes são:
Sequência 1: Preencher a primeira coluna com a sequência VVFF, que neste caso é a coluna de p.
Sequência 2: Preencher a segunda coluna com a sequência VFVF, que neste caso é a coluna de q.

04

A segunda linha, onde o par de valores é "V" "F", corresponde ao único caso de resultado "F" na condicional V → F. Resulta, então, no seguinte:

	p	q	p → q
1.	V	V	V
2.	V	F	F
3.	F	V	
4.	F	F	

Nas terceira e quarta linhas, onde estão os pares "F""V" e "F""F", respectivamente, os resultados voltam a ser "V", segundo a regra da condicional. Veja:

	p	q	p → q
1.	V	V	V
2.	V	F	F
3.	F	V	V
4.	F	F	V

05

Finalizadas as interpretações da aplicação da regra sobre as combinações de valores lógicos, finaliza-se também a resolução da tabela verdade, obtendo-se para a proposição p → q o seguinte resultado final:

	p	q	p → q
1.	V	V	V
2.	V	F	F
3.	F	V	V
4.	F	F	V

Por fim, conclui-se que das 4 possibilidades, 3 satisfazem a regra, por resultarem em verdade na coluna p → q:

	p	q	p → q
1.	V	V	V
2.	V	F	F
3.	F	V	V
4.	F	F	V

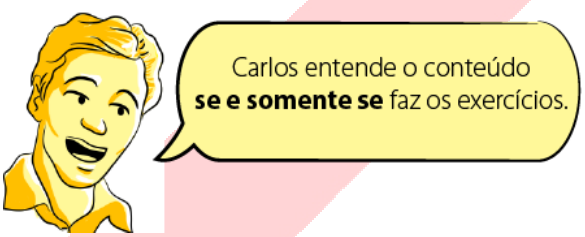
Regra da condicional

Só é falso quando V → F.
É verdade nos demais casos.

06

2 - Tabela verdade de p ↔ q

Para fomentar a comparação, considere uma declaração com as mesmas proposições componentes da condicional anterior:



Representada pela proposição p ↔ q, será interpretada pela seguinte tabela verdade:

1º PASSO Cálculo do número de linhas da tabela:

Nº linhas da Tabela Verdade = $2^{(\text{nº de proposições simples})}$
Nº de proposições simples existentes em p ↔ q = 2

Sendo assim,
Nº linhas da Tabela Verdade = 2^2 = 4 linhas.

Veja a ilustração no próximo passo.

2º PASSO Cabeçalho das colunas da tabela verdade

	p	q	p ↔ q
1.			
2.			
3.			
4.			

3º PASSO Preenchimento dos valores lógicos na tabela verdade

No preenchimento das colunas das proposições componentes p e q, veja a dica das sequências VVFF e VFVF:

	p	q	p ↔ q
1.	V	V	
2.	V	F	
3.	F	V	
4.	F	F	

4º PASSO **Aplicação da regra da operação lógica**

Regra da bicondicional: é verdade quando p e q possuem valores lógicos iguais.

	p	q	p ↔ q
1.	V	V	V
2.	V	F	F
3.	F	V	F
4.	F	F	V

Dica
Quando a tabela for de 4 linhas, as sequencias das colunas as proposições componentes são:
Sequência 1: Preencher a primeira coluna com a sequência VVFF, que neste caso é a coluna de p.
Sequência 2: Preencher a segunda coluna com a sequência VFVF, que neste caso é a coluna de q.

08

Percebe-se a dependência imposta entre as partes tanto na condicional como na bicondicional, mas na bicondicional o rigor é maior, por isso que, de 4 possibilidades, apenas duas são válidas.

Isto é, das 4 linhas da tabela verdade da bicondicional, apenas as linhas 1 e 4 obtiveram o valor verdade como resultado final da operação:

	p	q	p ↔ q
1.	V	V	V
2.	V	F	F
3.	F	V	F
4.	F	F	V

Regra da bicondicional

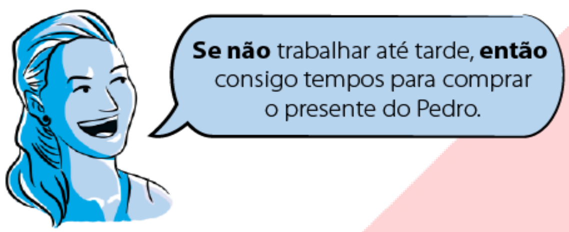
Quando **p** e **q** possuem valores lógicos iguais.

3 - TABELAS VERDADES COM NEGAÇÃO

Condicional ?!
Bicondicional ?!
E agora ainda tem a Negação ?!

Calma! Continue atento! A negação é muito fácil também.
Ao longo desta Unidade você terá cada vez mais habilidade na prática do importante método de tabela verdade e, portanto, bem confortável com as regras das operações lógicas.

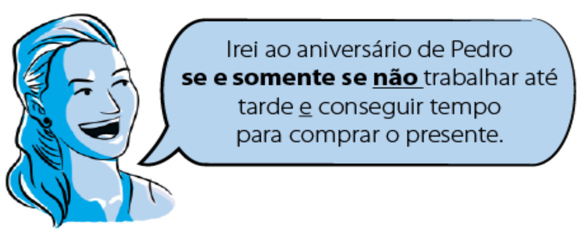
Considere agora uma proposição composta por mais de uma operação lógica, contando com a presença da negação:



Ou seja:

$$\sim a \rightarrow \sim b$$

Ou, ainda, com mais de duas proposições simples presentes na composição, como é o caso do exemplo abaixo:



Ou seja:

$$p \leftrightarrow \sim q \wedge r$$

10

Dando continuidade com a proposição:

p ↔ ~q ∧ r

Sendo
p: Irei ao aniversário de Pedro.
q: trabalhar até tarde.
r: conseguir tempo para comprar o presente.

Ao aplicar a fórmula para montar a tabela verdade **Nº linhas da Tabela Verdade = 2^3 = 8 linhas,** temos:

	p	q	r			
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						
6.						
7.						
8.						

11

Bem, criamos a estrutura da tabela com as oito linhas e ocupamos as primeiras colunas com as proposições simples componentes. Agora temos que aplicar a regra das três operações lógicas. **Mas qual deve ser feita primeiro? Bicondicional? Conjunção? Negação?**

A decisão está no estudo do que chamamos de **Ordem de Precedência**.

Antes de iniciar o estudo da ordem de precedência, é preciso explicar o preenchimento dos valores nas primeiras colunas de uma tabela com 8 linhas. Anote, então, a dica:

- a primeira coluna é preenchida com V até a metade e a segunda metade, com F.
- a segunda coluna é preenchida intercalando VV com FF.
- a terceira coluna é preenchida intercalando V com F.

Veja na tabela abaixo a aplicação da dica:

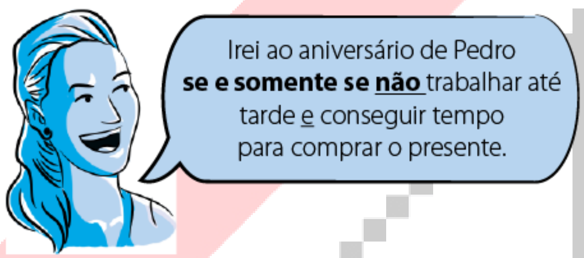
	p	q	r			
1.	V	V	V			
2.	V	V	F			
3.	V	F	V			
4.	V	F	F			
5.	F	V	V			
6.	F	V	F			
7.	F	F	V			
8.	F	F	F			

Perceba também que a primeira linha das três colunas foi iniciada por V, não por coincidência, mas por exigência de se iniciar as três pelo mesmo valor lógico.

O próximo passo depende do entendimento da ordem de precedência. Veja a seguir.

4 - Ordem de precedência das operações

Ainda considerando a proposição composta:



p ↔ ~q ∧ r

O questionamento é:
Qual operação deve ser feita primeiro?
Bicondicional? Conjunção? Negação?

A ordem de precedência é o recurso usado para estabelecer uma hierarquia entre as operações lógicas, para que a interpretação final da proposição composta seja correta.

A hierarquia de resolução é a seguinte:

1. ~
2. ∧,∨
3. →
4. ↔

Como não há precedência entre ∧ e ∨, essas operações devem ser resolvidas na ordem com que aparecerem na proposição, da esquerda para direita.

Assim, voltando ao exemplo da proposição p ↔ ~q ∧ r, sabe-se agora qual a ordem de resolução das operações, simbolicamente representada pelos parênteses:

Preposição em Análise	Visualização da Ordem de Precedência
p ↔ ~q ∧ r	(p ↔ ((~q) ∧ r))

13

De forma similar à matemática convencional, a resolução é feita do parêntese mais interno ao mais externo, gerando a seguinte ordem das colunas da tabela verdade de p ↔ ~q ∧ r:

(p ↔ ((~q) ∧ r))

				1ª Negação	2ª Conjunção	3ª Bicondicional
	p	q	r	~q	~q ∧ r	p ↔ (~q ∧ r)
1.	V	V	V			
2.	V	V	F			
3.	V	F	V			
4.	V	F	F			
5.	F	V	V			
6.	F	V	F			
7.	F	F	V			
8.	F	F	F			

14

Observe a sequência de resolução das operações:

1º) **Negação:**

				1ª Negação	2ª Conjunção	3ª Bicondicional
	p	q	r	~q	~q ∧ r	p↔(~q∧r)
1.	V	V	V	F		
2.	V	V	F	F		
3.	V	F	V	V		
4.	V	F	F	V		
5.	F	V	V	F		
6.	F	V	F	F		
7.	F	F	V	V		
8.	F	F	F	V		

Aplicando a negação na coluna q, obtém-se na coluna ~q a inversão dos valores de q, linha a linha.

15

2º) **Conjunção**

				1ª Negação	2ª Conjunção	3ª Bicondicional
	p	q	r	~q	~q ∧ r	p↔(~q∧r)
1.	V	V	V	F	F	
2.	V	V	F	F	F	
3.	V	F	V	V	V	
4.	V	F	F	V	F	
5.	F	V	V	F	F	
6.	F	V	F	F	F	
7.	F	F	V	V	V	
8.	F	F	F	V	F	

Obtém-se então, na coluna ~q ∧ r, a conjunção entre a coluna ~q e a coluna r. Observe que na coluna ~q ∧ r só se tem o resultado V quando as duas partes são V, ou seja, quando tem simultaneamente V na coluna ?q e na coluna r.

16

3º) **Bicondicional**

				1ª Negação	2ª Conjunção	3ª Bicondicional
	p	q	r	~q	~q ∧ r	p↔(~q∧r)
1.	V	V	V	F	F	F
2.	V	V	F	F	F	F
3.	V	F	V	V	V	V
4.	V	F	F	V	F	F
5.	F	V	V	F	F	V
6.	F	V	F	F	F	V
7.	F	F	V	V	V	F
8.	F	F	F	V	F	V

Para facilitar a visualização, abaixo estão apenas as 3 colunas envolvidas nesta operação de bicondicional, destacando que só se obteve o resultado V quando as duas partes são iguais, ou seja, quando tem no mesmo valor lógico na coluna p e na coluna (~q∧r):

		2ª Conjunção	3ª Bicondicional
	p	$\sim q \wedge r$	$p \leftrightarrow (\sim q \wedge r)$
1.	V	F	F
2.	V	F	F
3.	V	V	V
4.	V	F	F
5.	F	F	V
6.	F	F	V
7.	F	V	F
8.	F	F	V

17

Chega-se, então, ao final da resolução da tabela verdade, onde se diz que a última coluna é o resultado da resolução.

Por isso, a ordem de precedência é extremamente importante, possibilitando que se deixe por último a coluna (ou operação) correta:

				1ª Negação	2ª Conjunção	3ª Bicondicional
	p	q	r	$\sim q$	$\sim q \wedge r$	$p \leftrightarrow (\sim q \wedge r)$
1.	V	V	V	F	F	F
2.	V	V	F	F	F	F
3.	V	F	V	V	V	V
4.	V	F	F	V	F	F
5.	F	V	V	F	F	V
6.	F	V	F	F	F	V
7.	F	F	V	V	V	F
8.	F	F	F	V	F	V

18

Veja novamente a ordem de precedência:

1. ~
2. ∧, ∨
3. →
4. ↔

Perceba que a disjunção exclusiva não consta na lista. O motivo é que a operação $p \underline{\vee} q$ é na verdade uma notação simplificada da proposição $(\sim p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q)$.

Sendo assim, quando aparece uma $\underline{\vee}$, se não houver parênteses definindo a ordem de resolução, basta substituir a proposição $p \underline{\vee} q$ por $(\sim p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q)$ e efetivar a resolução na ordem correta, obedecendo a hierarquia da ordem de precedência entre as operações $\sim$, $\wedge$, $\vee$.

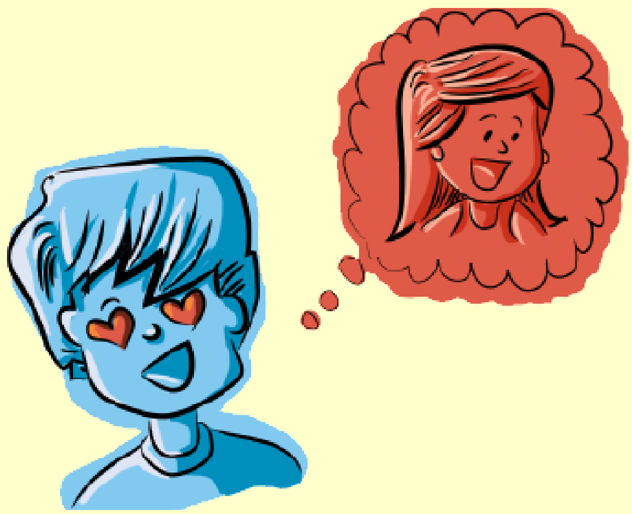
19

DESAFIO

Considere o pensamento poético:

"Se eu não posso te ter, eu fico imaginando"

Por ser um texto declarativo, podemos fazer a interpretação por meio da lógica das proposições, obtendo a seguinte transcrição para a linguagem simbólica:



P(r,s): ~r ? s

Sendo
r: Eu posso te ter.
s: Eu fico imaginando.

Faça a tabela verdade desta proposição composta, que denominado de P(r,s) e confirme se obteve o resultado final correto.

Resultado da tabela verdade de P(r,s): $\sim r \rightarrow s$

$\sim r \rightarrow s$
V
V
V
F

20

RESUMO

Para toda proposição com mais de uma proposição simples componente, a tabela verdade reúne as combinações de possibilidades as serem interpretadas, considerando que o valor de cada proposição componente poderá ser tanto V quanto F.

O método consiste em montar a tabela verdade seguindo os passos abaixo:

1º PASSO Cálculo do número de linhas da tabela

Nº linhas da Tabela Verdade = $2^{(\text{nº de proposições simples})}$

2º PASSO Cabeçalho das colunas da tabela verdade

3º PASSO Preenchimento dos valores lógicos na tabela verdade

4º PASSO Aplicação da regra da operação lógica

Finalizando, assim, a interpretação dos possíveis resultados da sentença, que no caso da bicondicional, por exemplo, a tabela verdade final é:

21

Com estes passos, qualquer proposição pode ter sua análise e interpretação lógica por meio do método de tabela verdade, conforme fizemos com as posições básicas:

p ∧ q	Conjunção
p ∨ q	Disjunção
p ⊻ q	Disjunção Exclusiva
p → q	Condicional
p ↔ q	Bicondicional

Lembre que a tabela verdade é um recurso de análise dos valores lógicos de proposições, permitindo uma melhor organização e detalhamento das combinações possíveis.

Para o preenchimento correto de uma tabela verdade, logo após o posicionamento das posições simples nas colunas, devemos seguir a **ordem de precedência** para o preenchimento das colunas seguintes.

A ordem de **precedência** estabelece uma hierarquia entre as operações lógicas, para que sejam resolvidas na ordem correta, finalizando as colunas das tabelas com a interpretação final correta. A hierarquia de resolução é a seguinte:

1. ~
2. Λ, V
3. →
4. ↔

Perceba que a disjunção exclusiva não consta na lista. Quando aparece uma V̲, se não houver parênteses definindo a ordem de resolução, basta substituir a proposição pV̲q por (~pΛq)V(pΛ~q) e efetivar a resolução na ordem de precedência entre as operações ~, Λ, V.

	p	q	p ↔ q
1.	V	V	V
2.	V	F	F
3.	F	V	F
4.	F	F	V

MÓDULO 3 – TABELA VERDADE DE PROPOSIÇÕES COM MAIS DE UMA OPERAÇÃO LÓGICA

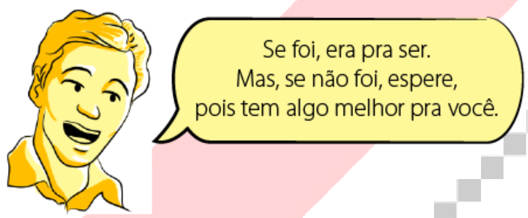
01

1 - O "SEGREDO" DA RESOLUÇÃO DE TABELAS VERDADES COM MAIS DE UMA OPERAÇÃO LÓGICA

Com o domínio da ordem de precedência, torna-se ilimitada a resolução de tabelas verdades na interpretação de proposições compostas.

Assim, qualquer proposição poderá ter suas possibilidades de valores lógicos exploradas, chegando-se ao resultado final por meio da última coluna da tabela verdade.

Veja abaixo o trecho de um pensamento de autor não localizado, que interpretaremos por meio da lógica das proposições, mais especificamente, por meio do método de tabela verdade:



Acompanhe a construção da referida tabela verdade na sequência.

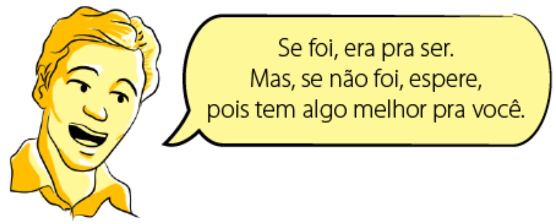
Ordem de precedência

É a hierarquia para a resolução das operações lógicas. A ordem de resolução é a seguinte:
1. ~
2. ∧, ∨ (na ordem que aparecem na proposição)
3. →
4. ↔
Quando aparece uma ⊻, se não houver parênteses definindo a ordem de resolução, basta substituir a proposição p⊻q por (~p∧q)∨(p∧~q) e efetivar a resolução na ordem de precedência entre as operações ~, ∧, ∨.

02

2 - RESOLUÇÃO DA TABELA VERDADE DE (P → Q) ∧ (~P → R)

Relembre o pensamento em ênfase no momento:



Podemos transcrevê-lo para a lógica das proposições da seguinte forma:

(Se foi, então era pra ser) e (se não foi, então espere, pois tem algo melhor pra você)

Ou seja:

(Foi → era para ser) e (não foi → espere, pois tem algo melhor pra você)

$$(p \rightarrow q) \wedge (\sim p \rightarrow r)$$

No caso do pensamento em referência, o MAS está conectando duas condicionais. Fica assim fácil entender que o MAS é o mesmo que E na linguagem das proposições.

Analisando o sentido do pensamento, nota-se que a conjunção representada pelo MAS é a operação mais forte, pois o pensamento só terá sentido se as duas partes forem verdadeiras. Isto é, se a condicional da esquerda for verdade simultaneamente à condicional da direita.

Dessa forma, usam-se os parênteses para impor a ordem de resolução preenchida abaixo na tabela verdade, deixando a conjunção por último, por ser a operação mais forte neste caso.

Vamos, então, ao preparo da tabela verdade da proposição em análise:

$$(p \rightarrow q) \wedge (\sim p \rightarrow r)$$

Dados importantes:

- Proposições simples componentes: p, q, r.
- Nº linhas da Tabela Verdade = 2^3 = 8 linhas.

				1º Negação	2º Condicional	3º Condicional*	4º Conjunção
	p	q	r	~p	p → q	~p → r	(p→q) ∧ (~p→r)
1.	V	V	V	F	V	V	V
2.	V	V	F	F	V	V	V
3.	V	F	V	F	F	V	F
4.	V	F	F	F	F	V	F
5.	F	V	V	V	V	V	V
6.	F	V	F	V	V	F	F
7.	F	F	V	V	V	V	V
8.	F	F	F	V	V	F	F

*Atenção ao sentido da seta da condicional. É necessário obedecer à ordem indicada pela seta. Deve-se, portanto, ter atenção à tabela acima, pois as colunas r e ~p estão no sentido trocado da condicional, que é ~p→ r.

Caso não tivessem os parênteses, a conjunção seria resolvida antes da condicional, segundo a ordem de precedência. Concluímos, assim, que somente os parênteses podem interferir na ordem de precedência, da mesma forma que ocorre na matemática convencional.

04

3 - Resolução da tabela verdade de p∨~r→ q∧~r

Considere agora a proposição p ∨ ~r → q ∧ ~r, que também possui variadas operações lógicas, mas não há parênteses. Observe que a ordem de precedência será seguida na íntegra:

- Proposições simples componentes: p, q, r.
- Nº linhas da Tabela Verdade = 2^3 = 8 linhas.

				1º Negação	2º Disjunção*	3º Conjunção*	4º Condicional
	p	q	r	~r	p ∨ ~r	q ∧ ~r	p ∨ ~r → q ∧ ~r
1.	V	V	V	F	V	F	F
2.	V	V	F	V	V	V	V
3.	V	F	V	F	V	F	F
4.	V	F	F	V	V	F	F
5.	F	V	V	F	F	F	V
6.	F	V	F	V	V	V	V
7.	F	F	V	F	F	F	V
8.	F	F	F	V	V	F	F

*A regra de precedência não estabelece ordem entre ∨ e ∧. Se não há parênteses determinando a ordem, pode-se resolver a que primeiro aparece na proposição, que no caso acima é a disjunção. Vale ressaltar que não haveria prejuízos ao resultado final se a conjunção fosse resolvida primeiramente.

Até o momento resolvemos apenas tabelas verdades de proposições compostas por no máximo 3 proposições simples. Os próximos exemplos são de casos com mais de 3 componentes.

05

4 - Resolução da tabela verdade de ((p∨q→r)∧(r→s))→(~s→~p)

- Proposições simples componentes: p, q, r, s.
- Nº linhas da Tabela Verdade = 2^4 = 16 linhas.

Como a proposição é grande, vamos fazer uma pré-análise da ordem de resolução, antes de partir ao preenchimento da tabela:

((p∨q→r)∧(r→s))→(~s→~p)

1. Se houver parênteses, percorra a proposição até encontrar o primeiro ")":

((p∨q→r)∧(r→s))→(~s→~p)

2. Volte e encontre o respectivo "(":

((p∨q→r)∧(r→s))→(~s→~p)

3. Se dentro do parêntese houver mais de duas operações, aplique a precedência para identificar a ordem:

((p∨q→r)∧(r→s))→(~s→~p)

- Primeiro será p ∨ q, que representaremos pela letra maiúscula A, para economizar espaço na tabela.
- Depois será A → r.

06

4. Continue percorrendo a proposição em busca de parênteses, localizando primeiramente a parte ")" e depois o respectivo fechamento "(":

((p∨q→r)∧(r→s))→(~s→~p)

5. Continue percorrendo a proposição em busca de parênteses, localizando primeiramente a parte ")" e depois o respectivo fechamento "(":

((p∨q→r)∧(r→s))→(~s→~p)

• Para economizar espaço na tabela, vamos chamar de:

o B a proposição p ∨ q→r
o C a proposição r→s
o Representando este parêntese por B∧C.

6. Continue percorrendo a proposição em busca de parênteses, localizando primeiramente a parte ")" e depois o respectivo fechamento "(":

((p∨q→r)∧(r→s))→(~s→~p)

• Para economizar espaço na tabela, vamos chamar de:

o D a proposição ~s → ~p.
o Como dentro deste parêntese há mais de duas operações, aplique-se a precedência e identifica-se que primeiramente devemos fazer as negações ~s e ~p.

7. Chegamos ao fim da proposição. Note que a operação ainda não abordada foi a seguinte condicional:

((p∨q→r)∧(r→s))→(~s→~p)

8. Ou seja, a resolução final desta tabela verdade será:

(B∧C) → (D)

Agora reveja todos os 8 passos na tabela verdade abaixo.

Clique nos passos para mostrar →

					1º A	2º B	3º C	4º	5º	6º	7º D	8º
	p	q	r	s	$p \vee q$	$A \rightarrow r$	$r \rightarrow s$	$B \wedge C$	$\sim s$	$\sim p$	$\sim s \rightarrow \sim p$	$(B \wedge C) \rightarrow (D)$
1.	V	V	V	V								
2.	V	V	V	F								
3.	V	V	F	V								
4.	V	V	F	F								
5.	V	F	V	V								
6.	V	F	V	F								
7.	V	F	F	V								
8.	V	F	F	F								
9.	F	V	V	V								
10.	F	V	V	F								
11.	F	V	F	V								
12.	F	V	F	F								
13.	F	F	V	V								
14.	F	F	V	F								
15.	F	F	F	V								
16.	F	F	F	F								

1º
Como dentro do parêntese há mais de duas operações, aplicamos a precedência para identificar a ordem:
((p V q → r) Λ (r → s)) → (~s → ~p)
Primeiro será p ? q, que representaremos pela letra maiúscula A, para economizar espaço na tabela na posteriormente.

2º
Depois de p ? q, será a coluna A → r para completar o primeiro parêntese (p V q → r). Para economizar espaço na coluna seguinte, chamaremos de B a coluna A → r.

3º
Resolução do segundo parêntese (r → s). Para economizar espaço na coluna seguinte, chamaremos esta coluna de C, representando a proposição r→s.

4º
Resolução do segundo parêntese ((p V q → r) Λ (r → s)), que está intitulado como BΛC para economizar espaço da coluna.

5º
Início da resolução do parêntese (~s → ~p). Aplicamos a precedência e resolvemos primeiramente as negações. Neste passo é a resolução de ~s.

6º
Continuidade da resolução do parêntese (~s →~p). Neste passo é a resolução de ~p.

7º
Finalização do parêntese proposição (~s → ~p) com a resolução da condicional → entre as negações. Para economizar espaço adiante, chamamos esta coluna de D.

8º
Resolução da coluna final, que ficou intitulada por (B∧C)→(D), com a utilização das letras maiúsculas nas representações intermediárias na tabela. Esta ultima coluna é a resolução da condicional (B∧C)→(D), pois já se tem as resoluções de (B∧C)e de (D).

08

Até este momento, investimos na pré-análise e organização da tabela verdade, fases importantes, que, se feitas com atenção garantem a ordem correta da solução.

Antes de iniciar a resolução da tabela propriamente dita, é necessário explicar o preenchimento dos valores nas primeiras colunas de uma tabela com 16 linhas. Anote, então, a dica:

• a primeira coluna é preenchida com V até a metade e a segunda metade com F.
• a segunda coluna é preenchida intercalando VVVV com FFFF.
• a terceira coluna é preenchida intercalando VV com FF.
• a quarta coluna é preenchida intercalando V com F.

Lembre-se de que todas essas quatro colunas devem ser iniciadas pelo mesmo valor lógico, que neste caso foi escolhido o V.

09

Voltando para a tabela verdade, vamos agora finalizar a resolução da proposição:

((p∨q→r)∧(r→s))→(~s→~p)

Ao final, representada por:

(B∧C) → (D)

Ao ser interpretada por meio da tabela verdade, alcançamos a seguinte resolução:

					1º A	2º B	3º C	4º	5º	6º	7º D	8º
	p	q	r	s	p ∨ q	A → r	r → s	B ∧ C	~s	~p	-s →~p	(B ∧ C)→(D)
1.	V	V	V	V	V	V	V	V	F	F	V	V
2.	V	V	V	F	V	V	F	F	V	F	F	V
3.	V	V	F	V	V	F	V	F	F	F	V	V
4.	V	V	F	F	V	F	V	F	V	F	F	V
5.	V	F	V	V	V	V	V	V	F	F	V	V
6.	V	F	V	F	V	V	F	F	V	F	F	V
7.	V	F	F	V	V	F	V	F	F	F	V	V
8.	V	F	F	F	V	F	V	F	V	F	F	V
9.	F	V	V	V	V	V	V	V	F	V	V	V
10.	F	V	V	F	V	V	F	F	V	V	V	V
11.	F	V	F	V	V	F	V	F	F	V	V	V
12.	F	V	F	F	V	F	V	F	V	V	V	V
13.	F	F	V	V	F	V	V	V	F	V	V	V
14.	F	F	V	F	F	V	F	F	V	V	V	V
15.	F	F	F	V	F	V	V	V	F	V	V	V
16.	F	F	F	F	F	V	V	V	V	V	V	V

Uma particularidade desta tabela verdade é o fato de o resultado ter obtido o valor V em todas as linhas, classificando assim a proposição((p∨q→r)∧(r→s))→(~s→~p)) como uma Tautologia, conforme detalhamos ainda nesta Unidade.

10

Veja que interessante!

Considere agora o pensamento:

Utilizando a lógica das proposições, podemos transcrever para a seguinte declaração:

"Se muito se ausenta, então uma hora deixa de fazer falta"

Em linguagem simbólica, temos:

X (p, q): p → q

11

Prosseguindo com a análise, vamos montar a tabela verdade (**X (p, q): p → q**):

- Proposições simples componentes: p, q.
- Nº linhas da Tabela Verdade = 2^2 = 4 linhas.

	p	q	p → q
1.	V	V	V
2.	V	F	F
3.	F	V	V
4.	F	F	V

Este é um exemplo de fácil resolução, onde o mais interessante ao nosso estudo é notar que originalmente o conetivo lógico “Se... então” não aparece explicitamente no texto, no entanto, o sentido da declaração é equivalente ao mesmo.

12

DESAFIO

Considere o pensamento poético:

“Não sou de ninguém, eu sou de todo mundo e todo mundo me quer bem”

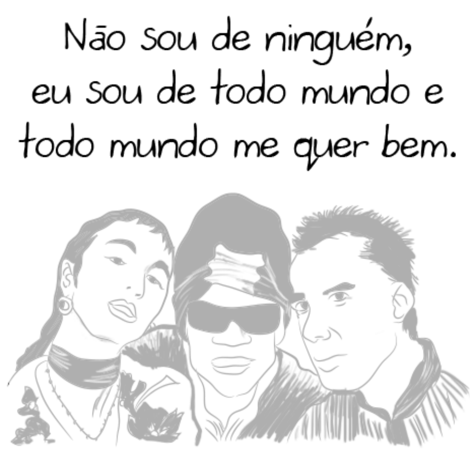
Por ser um texto declarativo, podemos fazer a interpretação por meio da lógica das proposições.

Veja a identificação das proposições componentes:

p: Sou de ninguém.
q: Eu sou do mundo.
r: Todo mundo me quer bem.

Traduzindo para linguagem simbólica, tem-se a seguinte proposição composta:

X(p,q,r): ~p ∧ q ∧ r



Trecho da música do grupo Tribalista
Compositores:
Marisa Monte, Carlinhos Brown, Arnaldo Antunes

Faça a tabela verdade desta proposição composta, que denominamos de X(p,q,r) e confirme se obteve o resultado final correto.

Dica:
A regra de precedência não estabelece ordem entre ∧ e ∧. Se não há parênteses determinando a ordem, pode-se resolver a que primeiro aparece na proposição.

Resultado da tabela verdade de X(p,q,r): ~p ∧ q ∧ r

~p ∧ q ∧ r
F
F
F
F
V
F
F
F

13

CURIOSIDADE

Na linguagem cotidiana, utilizamos o termo "ninguém" de forma inadequada segundo a lógica das proposições. Veja:

ninguém = ~ alguém
(ou seja, é a negação do termo "alguém")

Sendo assim, o correto seria o emprego da frase:
"Não sou de alguém..."

Ou seja:
"Não sou de ninguém" é "Não sou de não alguém".

Onde p seria:
p: "sou de alguém"

Então a declaração “Não sou de não alguém” seria simbolicamente equivalente à proposição:
~(~p)

Bem, esta é apenas uma curiosidade divertida da análise da lógica das proposições, mas, para este exemplo consideramos uma “licença poética” à declaração musical e mantivemos a proposição p sendo “sou de ninguém”, sabendo que na verdade o autor se refere ao sentido de “não sou de alguém”, que não foi empregado na música devido não ser utilizado na nossa linguagem cotidiana.

14

RESUMO

Sabe-se que a primeira providência para montar uma tabela verdade é usar a fórmula a seguir, que considera a quantidade de proposições simples componentes:

> Nº linhas da Tabela Verdade = $2^{(\text{nº de proposições simples})}$

Depois iniciamos o preenchimento da tabela pelas colunas das proposições simples. Anote então a dica para uma tabela com três proposições simples:

> • a primeira coluna é preenchida com V até a metade e a segunda metade, com F.
> • a segunda coluna é preenchida intercalando VV com FF.
> • a terceira coluna é preenchida intercalando V com F.

Atenção: a primeira linha dessas colunas tem que ser iniciada pelo mesmo valor lógico. No exemplo a seguir o valo V foi o escolhido.

Veja o exemplo para uma tabela com três proposições simples:

	p	r	s			
1.	V	V	V			
2.	V	V	F			
3.	V	F	V			
4.	V	F	F			
5.	F	V	V			
6.	F	V	F			
7.	F	F	V			
8.	F	F	F			

Para o preenchimento das colunas posteriores a decisão está na análise da ordem de precedência, que garante a resolução das operações lógicas na ordem correta, alcançando a interpretação final correta na última coluna.

Agora finalizamos o estudo das regras de todas as operações lógicas, regras essas que devem ser aplicadas com precisão e na ordem devida. Abaixo uma tabela que consolida tais conhecimentos:

		Negação		Conjunção	Disjunção	Disjunção Exclusiva	Condicional	Bicondicional
p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \veebar q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	F	F	V	V	F	V	V
V	F	F	V	F	V	V	F	F
F	V	V	F	F	V	V	V	F
F	F	V	V	F	F	F	V	V

Tabela consolidada das operações lógicas.

UNIDADE 2 – INTERPRETAÇÃO DE PROPOSIÇÕES PELO MÉTODO DE TABELA VERDADE

MÓDULO 4 – TABELA VERDADE E A CLASSIFICAÇÃO EM TAUTOLOGIA, CONTRADIÇÃO E CONTINGÊNCIA

01

1 - TAUTOLOGIA, CONTRADIÇÃO E CONTINGÊNCIA

O resultado da interpretação de uma proposição composta pode ser classificado em:

• tautologia,
• contradição e
• contingência.

Quando se resolve uma proposição composta por meio de tabela verdade, analisa-se a coluna do resultado para identificar se a proposição é uma tautologia, uma contradição ou uma contingência. Vejamos a seguir cada uma delas.

• Tautologia

Como exemplo temos a tabela verdade de $(p \wedge q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$

	p	q	$p \wedge q$	$p \leftrightarrow q$	$(p \wedge q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$
1.	V	V	V	V	V
2.	V	F	F	F	V
3.	F	V	F	F	V
4.	F	F	F	V	V

Este é um caso de **tautologia**, pois a coluna do resultado possui apenas verdades. Observe a última coluna da tabela-verdade.

• Contradição

Exemplo: proposição $(p \wedge q) \underline{\vee} (p \wedge q)$

	p	q	$p \wedge q$	$p \leftrightarrow q$	$(p \wedge q) \underline{\vee} (p \wedge q)$
1.	V	V	V	V	F
2.	V	F	F	F	F
3.	F	V	F	F	F
4.	F	F	F	V	F

• Contingência

Como exemplo temos a proposição $p \vee q \rightarrow p$

	p	q	$p \vee q$	$p \vee q \rightarrow p$
1.	V	V	V	V
2.	V	F	V	V
3.	F	V	V	F
4.	F	F	F	V

Trata-se de uma **contingência**, pois a coluna do resultado possui os dois tipos de valores: falsidade e verdade. Veja a última coluna da tabela-verdade.

04

2 - RESOLUÇÃO DE TABELAS VERDADES DE TAUTOLOGIAS

• Proposição ((p∨q→r)∧(r→s))→(~s→~p)

Ao final, representada por: (B∧C)→(D). Veja abaixo:

					1º A	2º B	3º C	4º	5º	6º	7º D	8º
	p	q	r	s	p ∨ q	A → r	r → s	B ∧ C	~s	~p	~s→~p	(B ∧ C)→(D)
1.	V	V	V	V	V	V	V	V	F	F	V	V
2.	V	V	V	F	V	V	F	F	V	F	F	V
3.	V	V	F	V	V	F	V	F	F	F	V	V
4.	V	V	F	F	V	F	V	F	V	F	F	V
5.	V	F	V	V	V	V	V	V	F	F	V	V
6.	V	F	V	F	V	V	F	F	V	F	F	V
7.	V	F	F	V	V	F	V	F	F	F	V	V
8.	V	F	F	F	V	F	V	F	V	F	F	V
9.	F	V	V	V	V	V	V	V	F	V	V	V
10.	F	V	V	F	V	V	F	F	V	V	V	V
11.	F	V	F	V	V	F	V	F	F	V	V	V
12.	F	V	F	F	V	F	V	F	V	V	V	V
13.	F	F	V	V	F	V	V	V	F	V	V	V
14.	F	F	V	F	F	V	F	F	V	V	V	V
15.	F	F	F	V	F	V	V	V	F	V	V	V
16.	F	F	F	F	F	V	V	V	V	V	V	V

Conclusão: a proposição ((p∨q→r)∧(r→s))→(~s→~p) é uma tautologia, devido ao resultado final possuir somente valores lógicos V.

Tautologia

É a proposição composta que será verdade para todo e qualquer valor lógico assumido por suas proposições componentes. Em uma tabela verdade, é possível identificar uma tautologia quando a coluna do resultado possui apenas verdades.

05

• Proposição p ∨ ~(p ∧ q)

Analise a tabela-verdade a seguir.

			1º	2º	3º
	p	q	p ∧ q	~(p ∧ q)	p ∨ ~(p ∧ q)
1.	V	V	V	F	V
2.	V	F	F	V	V
3.	F	V	F	V	V
4.	F	F	F	V	V

Conclusão: a proposição p V ~(p ∧ q) é uma **tautologia**, devido ao resultado final possuir somente valores lógicos V.

06

• Proposição ~(p ∧ ~p)

Analise a tabela-verdade a seguir.

	p	~p	p ∧ ~p	~(p ∧ ~p)
1.	V	F	F	V
2.	F	V	F	V

Conclusão: a proposição ~(p ∧ ~p)é uma Tautologia, devido ao resultado final possuir somente valores lógicos V.

07

3 - RESOLUÇÃO DE TABELAS VERDADES DE CONTRADIÇÕES

• Proposição (~p ∧ (p ∧ ~q)

Analise a tabela-verdade a seguir.

			1º	2º	3º	4º
	p	q	~p	~q	p ∧ ~q	~p ∧ (p ∧ ~q)
1.	V	V	F	F	F	F
2.	V	F	F	V	V	F
3.	F	V	V	F	F	F
4.	F	F	V	V	F	F

Conclusão: a proposição ~p∧ (p ∧ ~q) é uma contradição, devido ao resultado final possuir somente valores lógicos F.

Contradição
É a proposição composta que será falsidade para todo e qualquer valor lógico assumido por suas proposições componentes. Em uma tabela verdade, é possível identificar uma contradição quando a coluna do resultado possui apenas falsidades.

08

- **Proposição (p ∧ ~p)**

Analise a tabela-verdade a seguir.

	p	~p	p ∧ ~p
1.	V	F	F
2.	F	V	F

Conclusão: a proposição p ∧ ~p é uma **contradição**, devido ao resultado final possuir somente valores lógicos F.

09

4 - Resolução de tabelas verdades de Contingências

- **Proposição (p ∧ ~q) → (q ∨ ~r)**

Analise a tabela-verdade a seguir.

				1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
	p	q	r	~q	~r	p ∧ ~q	q ∨ ~r	(p ∧ ~q) → (q ∨ ~r)
1.	V	V	V	F	F	F	V	V
2.	V	V	F	F	V	F	V	V
3.	V	F	V	V	F	V	F	F
4.	V	F	F	V	V	V	V	V
5.	F	V	V	F	F	F	V	V
6.	F	V	F	F	V	F	V	V
7.	F	F	V	V	F	F	F	V
8.	F	F	F	V	V	F	V	V

Conclusão: a proposição (p ∧ ~q)→ (q ∨ ~r) é uma contingência, devido ao resultado final possuir tanto V como F dentre os valores lógicos.

Contingência

É a proposição composta que será verdade e falsidade, pelo menos uma vez. Em uma tabela verdade, é possível identificar uma contingência quando a coluna do resultado possui tanto verdades como falsidades.

10

• **Proposição p → ~p**

Analise a tabela-verdade a seguir.

	p	~p	p → ~p
1.	V	F	F
2.	F	V	V

Conclusão: a proposição p→ ~p é uma **contingência**, devido ao resultado final possuir tanto V como F dentre os valores lógicos.

11

DESAFIO

Vamos refletir.

Como uma tautologia é sempre V, a negação de uma tautologia é uma contradição, e vice-versa.

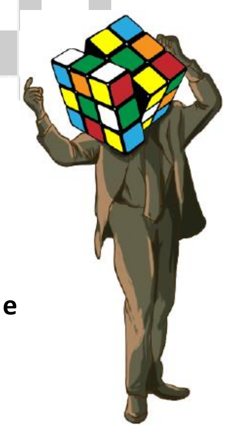
Lembre-se então que vimos o seguinte neste módulo:

• a proposição ~(p∧~p) é uma tautologia
• a proposição p∧~p é uma contradição

Agora comprove que:

A negação de uma tautologia é uma contradição, e vice-versa.

Sabe por onde começar?



Dica: aproveitando as tabelas verdades construídas neste módulo para ~(p∧~p) e p∧~p, basta criar uma nova coluna ao final de cada tabela e aplicar a operação de negação.

Para relembrar, clique aqui e veja as tabelas verdades de ~(p∧~p) e p∧~p.

Basta agora seguir a dica e comprovar a teoria que afirma que a negação de uma tautologia é uma contradição e vice-versa.

• Proposição ~(p ∧ ~p)

	p	~p	p ∧ ~p	~(p ∧ ~p)
1.	V	F	F	V
2.	F	V	F	V

• Proposição (p ∧ ~p)

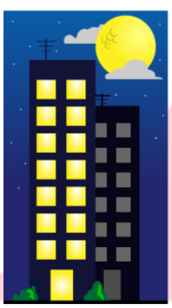
	p	~p	p ∧ ~p
1.	V	F	F
2.	F	V	F

12

CURIOSIDADE

Veja agora uma aplicação prática do conceito de contradição e tautologia.

Imagine que se queira programar um projeto de iluminação onde a necessidade seja:



Um cliente precisa de que as luzes do prédio permaneçam ligadas continuamente durante o período da noite, mesmo que mexam nos interruptores.

Agora considere o seguinte:

• Uma lâmpada ligada representa o valor lógico V.
• Uma lâmpada desligada representa o valor lógico F.

Sendo assim:

A necessidade do cliente poderá ser suprida programando-se um circuito elétrico *tautológico* durante o período noturno, fazendo com que os interruptores, a partir de 18h00, percam a função de interromper a alimentação de energia elétrica das lâmpadas.

Da mesma forma, imagine que um outro cliente tenha a necessidade contrária, ou seja, precise de um circuito elétrico que se mantenha apagado durante o período do dia.

Com base no exemplo anterior, fica fácil perceber que a necessidade é por um circuito elétrico *contraditório* até o horário das 18h00.

Lógica é incrível!

13

RESUMO

A partir da finalização da tabela verdade da proposição, é possível observar a coluna do resultado para classificar em um dos seguintes tipos:

• **Tautologia**

Em uma tabela verdade, é possível identificar uma tautologia quando a coluna do resultado possui apenas verdades. Isso significa que a proposição é tautologia quando for verdadeira para todo e qualquer valor lógico assumido por suas proposições componentes.

Exemplo:

	p	q	$p \wedge q$	$p \leftrightarrow q$	$(p \wedge q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$
1.	V	V	V	V	V
2.	V	F	F	F	V
3.	F	V	F	F	V
4.	F	F	F	V	V

• **Contradição**

Em uma tabela verdade, é possível identificar uma contradição quando a coluna do resultado possui apenas falsidades. Isso significa que a proposição é uma contradição quando for falsidade para todo e qualquer valor lógico assumido por suas proposições componentes.

Exemplo:

	p	q	$p \wedge q$	$p \leftrightarrow q$	$(p \wedge q) \veebar (p \wedge q)$
1.	V	V	V	V	F
2.	V	F	F	F	F
3.	F	V	F	F	F
4.	F	F	F	V	F

• Contingência

Em uma tabela verdade, é possível identificar uma contingência quando a coluna do resultado possui pelo menos uma verdade e uma falsidade. Isso significa que a proposição é uma contingência quando houver a mistura de verdades e falsidades no resultado final.

Exemplo:

	p	q	$p \vee q$	$p \vee q \rightarrow p$
1.	V	V	V	V
2.	V	F	V	V
3.	F	V	V	F
4.	F	F	F	V